

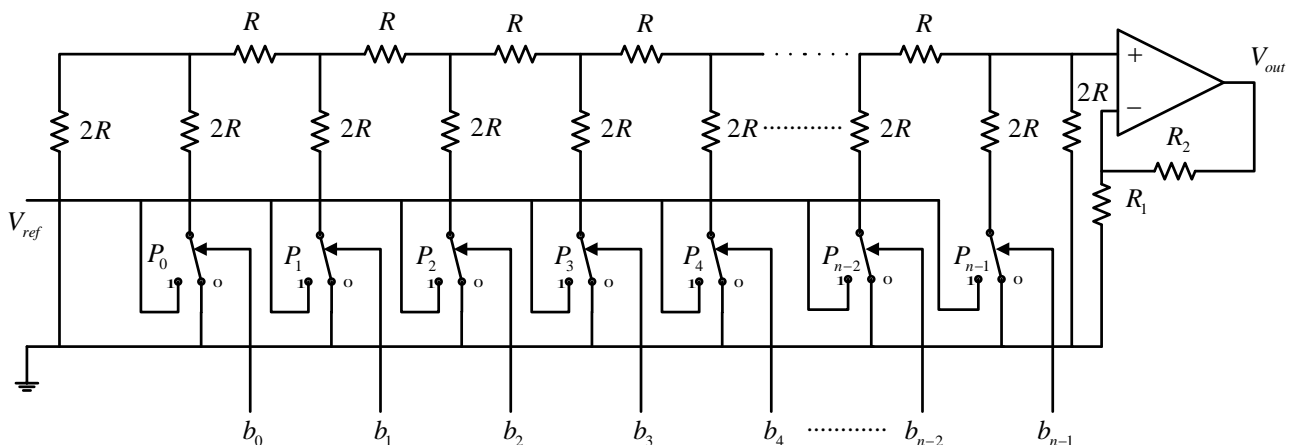
Osnovi digitalne elektronike (13E042OD)

- VEŽBE -

D/A konverzija

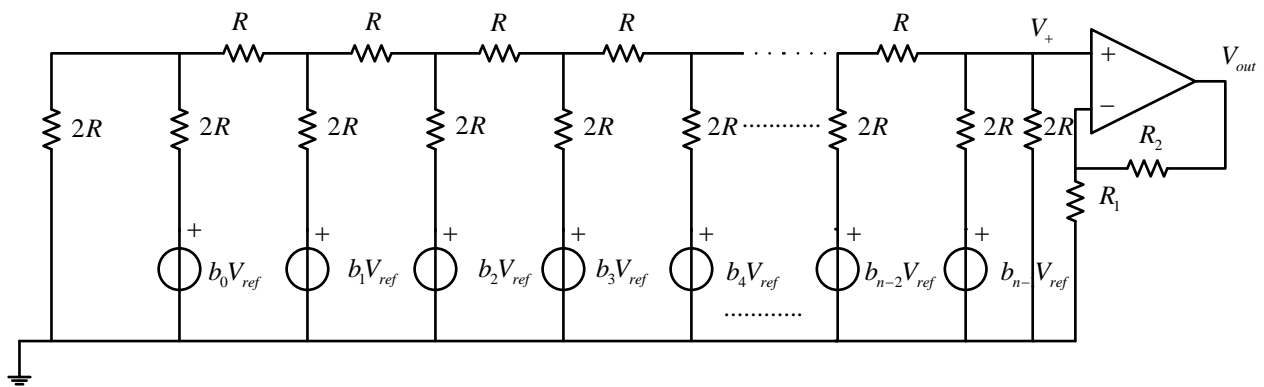
1 Na slici je prikazana principna šema D/A konvertora sa lestvičastom R - $2R$ mrežom. Na ulaz D/A konvertora se dovodi n -to bitni binarni broj $b_{n-1}b_{n-2}b_{n-3}\dots b_0$, dok se na izlazu konvertora (napon V_{out}) dobija analogni ekvivalent binarnog broja sa ulaza. Prekidač P_i ($i = 0, 1, 2, \dots, n-3, n-2, n-1$) se nalazi u položaju 1 kada je vrednost odgovarajućeg bita b_i koji kontroliše taj prekidač jednaka $b_i = 1$, odnosno u položaju 0 kada je $b_i = 0$. Otpornost prekidača u stanju provođenja je mala i ovde se može smatrati nula.

- Izvesti izraz za napon V_{out} u zavisnosti od napona V_{ref} , otpornika R_1 i R_2 kao i vrednosti binarnih promenljivih $b_{n-1}b_{n-2}b_{n-3}\dots b_0$ koje predstavljaju digitalnu vrednost broja koji se dovodi na ulaz D/A konvertora.
- Odrediti odnos otpornosti R_1 i R_2 tako da maksimalna vrednost napona na izlazu operacionog pojačavača ne pređe V_{ref} ni u kom slučaju. Odrediti izraz za napon na izlazu u tom slučaju.
- Koliko iznosi najmanja moguća promena napona na izlazu operacionog pojačavača za otpornosti R_1 i R_2 određene u prethodnoj tački.



Rešenje:

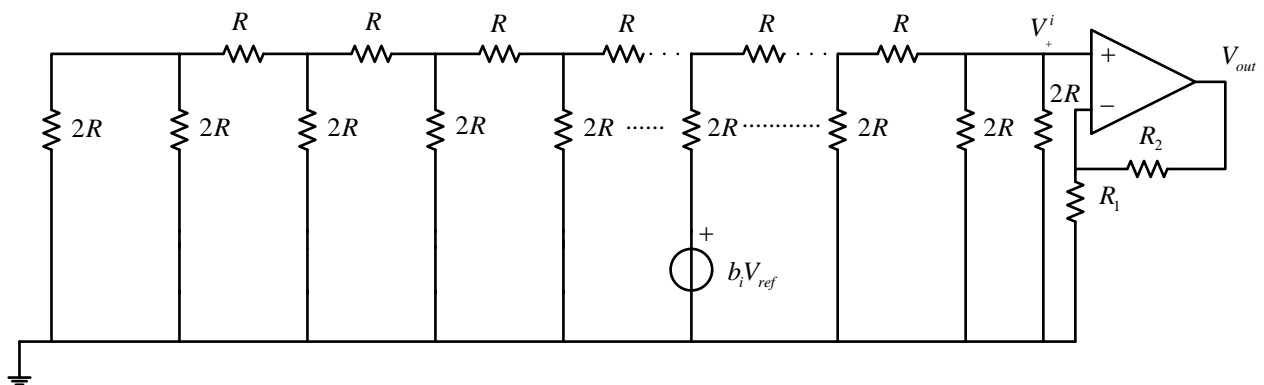
a) Svaki prekidač se može zameniti ekvivalentnim naponskim generatorom koji će imati vrednost $V_i = b_i V_{ref}$, $b_i \in \{0,1\}$. Na osnovu toga ekvivalentna šema D/A konvertora odgovara šemi prikazanoj na slici 1.1.



Slika 1.1 – Ekvivalentna šema D/A konvertora

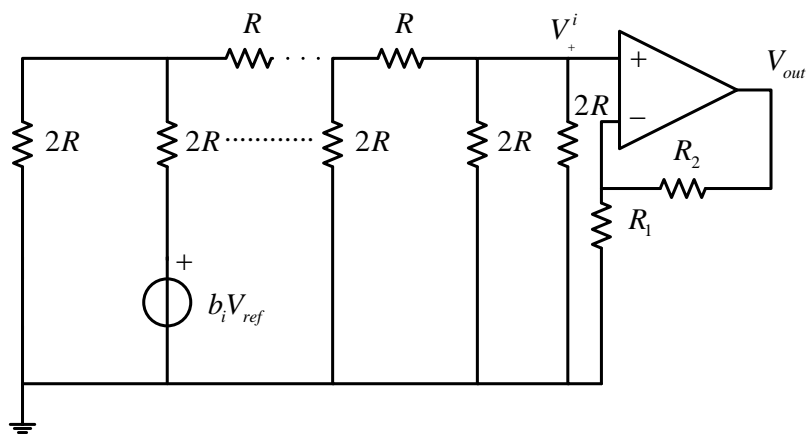
U interesu je pronaći napon V_+ . Ekvivalentno kolo D/A konvertora je linearno, pa se napon V_+ može tražiti superpozicijom napona u tački na pozitivnom priključku operacionog pojačavača, koji potiču od pojedinih naponskih generatora.

U cilju određivanja napona u tački na pozitivnom priključku operacionog pojačavača, koji potiče od naponskog generatora $b_i V_{ref}$, potrebno je uočiti i -tu granu sa generatorom $b_i V_{ref}$, pri čemu su svi ostali generatori isključeni. Ekvivalentno kolo u tom slučaju je dato na slici 1.2.



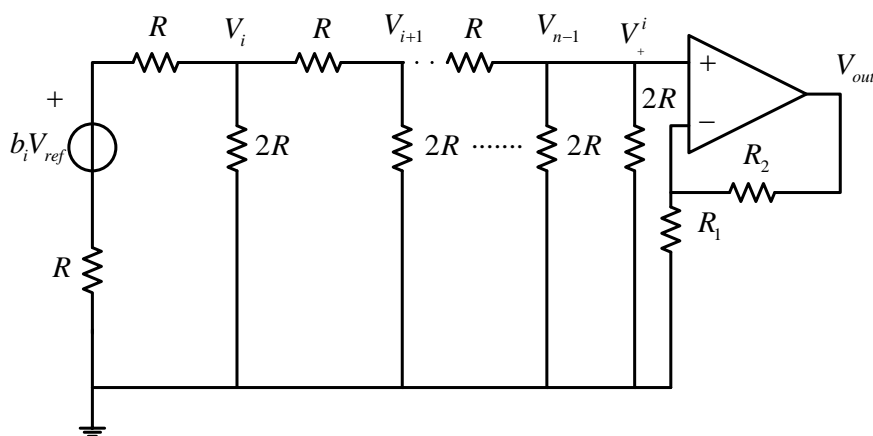
Slika 1.2 – Ekvivalentna šema D/A konvertora kada je uključen i -ti generator

Levo od generatora $b_i V_{ref}$ ekvivalentna otpornost je $2R$, tako da se kolo svodi na strukturu na slici 1.3.



Slika 1.3 – Uprošćena ekvivalentna šema D/A konvertora kada je uključen i -ti generator

Dalje se ova struktura može ekvivalentirati strukturom na slici 1.4.

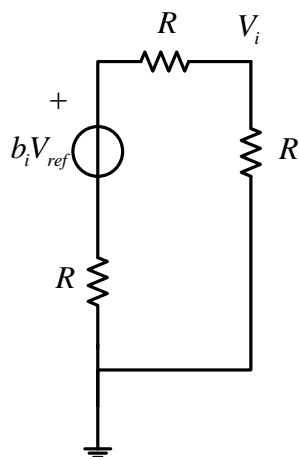


Slika 1.4 – Uprošćena ekvivalentna šema D/A konvertora kada je uključen i -ti generator

Ako se uoče naponi V_k i V_{k+1} , može se uspostaviti veza $V_k = 2V_{k+1}$, pošto je otpornost koja se vidi od tačke sa naponom V_{k+1} na desno jednaka $R_e^{k+1} = R$. Prema tome može se uspostaviti veza između napona V_i i napona V_{n-1} , prema njihovim indeksima.

$$V_{n-1} = \frac{V_i}{2^{n-1-i}}.$$

Treba još izračunati napon V_i . Kako je otpornost koja se vidi od tačke sa naponom V_i na desno $R_e^i = R$, ekvivalentno kolo postaje kao na slici 1.5.



Slika 1.5 – Ekvivalentno kolo u grani i -tog generatora

Na osnovu ove šeme dobija se da je $V_i = \frac{b_i V_{ref}}{3}$. Na osnovu čega je onda napon $V_{n-1} = \frac{b_i V_{ref}}{3 \cdot 2^{n-1-i}} = V_+^i$.

Napon V_+ dobija se kao superpozicija napona V_+^i , za $i = 0, 1, 2, 3, \dots, n-2, n-1$. Prema tome važi

$$V_+ = \sum_{i=0}^{n-1} V_+^i = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{b_i V_{ref}}{3 \cdot 2^{n-1-i}} = \frac{V_{ref}}{3 \cdot 2^{n-1}} \sum_{i=0}^{n-1} b_i 2^i$$

Veza između napona V_+ i V_{out} je data kao $V_{out} = V_+ \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$, pa je izlazni napon na osnovu ovoga

$$\text{dat kao } V_{out} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{V_{ref}}{3 \cdot 2^{n-1}} \sum_{i=0}^{n-1} b_i 2^i.$$

b) Maksimalna vrednost napona na izlazu operacionog pojačavača se dobija u slučaju kada je na ulazu maksimalan broj $B = \underbrace{111111 \dots 111111}_n$, gde ta vrednost Decimalno iznosi $B_D = 2^n - 1$,

zamenom u izraz za V_{out} se dobija.

$$V_{out \max} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \frac{V_{ref}}{3 \cdot 2^{n-1}} (2^n - 1) = V_{ref} \Rightarrow \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = \frac{3 \cdot 2^{n-1}}{2^n - 1} \Rightarrow \boxed{\frac{R_2}{R_1} = \frac{3 \cdot 2^{n-1}}{2^n - 1} - 1}, \text{ najgori slučaj je kada}$$

$n \rightarrow \infty$, tako da za $\frac{R_2}{R_1} = 0.5$, napon V_{out} nikad ne prelazi V_{ref} . Napon na izlazu u ovom slučaju je

dat kao:

$$V_{out} = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \frac{V_{ref}}{3 \cdot 2^{n-1}} \sum_{i=0}^{n-1} b_i 2^i = \frac{V_{ref}}{2^n} \sum_{i=0}^{n-1} b_i 2^i$$

c) Minimalna promena napona na izlazu mreže D/A konvertora ostvaruje se promenom LSB bita za jedan. Na osnovu izlaza za V_{out} , ta promena iznosi

$$\Delta V_{out \min} = \frac{V_{ref}}{2^n}.$$

2 Koristeći dva četvorobitna D/A konvertora iz prethodnog zadatka potrebno je realizovati jedan osmобitni D/A konvertor. Pored blokova D/A konvertora, na raspolaganju su još i operacioni pojačavači i otpornici. Maksimalna vrednost na izlazu osmобitnog D/A konvertora ne sme preći vrednost V_{ref} ni u kom slučaju. Odrediti odnose otpornosti u realizovanom kolu tako da se zadovolje traženi zahtevi.

Rešenje:

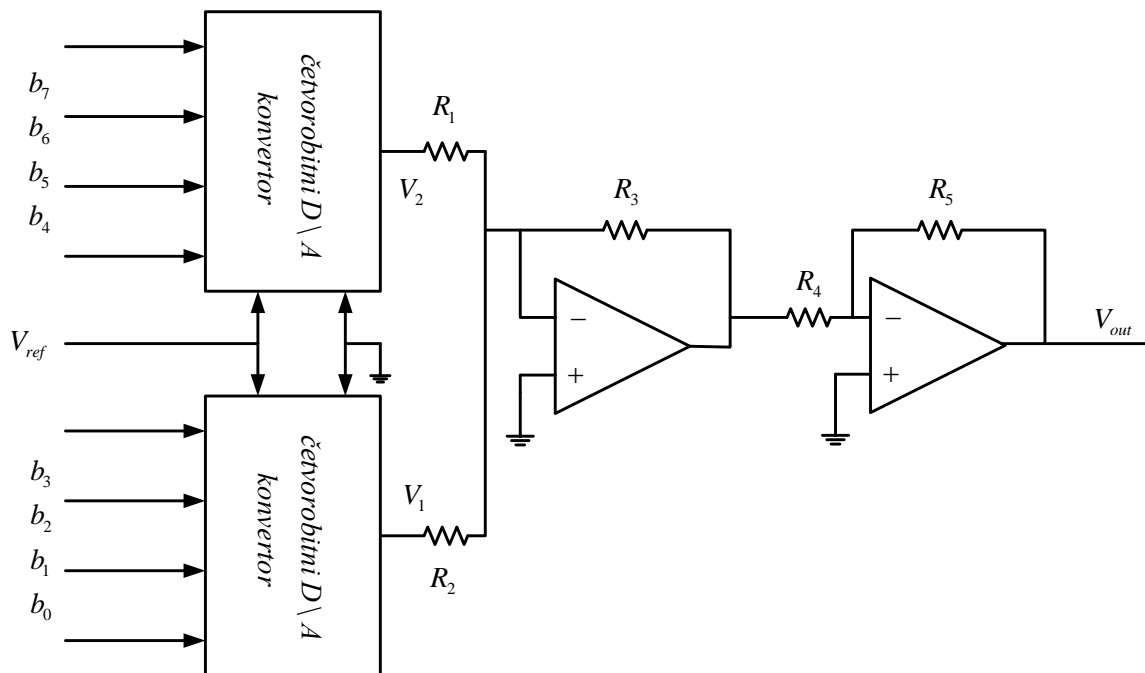
Ako posmatramo binarni broj od osam bita on se može zapisati kao $B = \underbrace{b_7 b_6 b_5 b_4}_{\text{viša četiri bita}} \underbrace{b_3 b_2 b_1 b_0}_{\text{niža četiri bita}}$,

Decimalna predstava data je kao:

$$B = \sum_{i=0}^7 b_i 2^i = 2^4 (2^3 b_7 + 2^2 b_6 + 2^1 b_5 + 2^0 b_4) + (2^3 b_3 + 2^2 b_2 + 2^1 b_1 + 2^0 b_0).$$

Na osnovu ovog zapisa nameće se ideja na koji način povezati dva četvorobitna D/A konvertora da bi se dobio jedan osmобitni D/A konvertor. Na ulaze jednog četvorobitnog D/A konvertora dovode se biti $b_7 b_6 b_5 b_4$ a na ulaze drugog biti $b_3 b_2 b_1 b_0$. Zatim je potrebno sabrati konvertovane vrednosti i skalirati kako napon na izlazu ne bi bio veći od V_{ref} .

Realizacija traženog osmобitnog D/A konvertora je prikazana na slici 2.1.



Slika 2.1 – Povezivanje dva četvorobitna D/A konvertora u jedan osmобitni D/A konvertor

Naponi na izlazu svakog D/A konvertora su dati kao:

$$V_1 = \frac{V_{ref}}{2^4} \sum_{i=0}^3 b_i 2^i, \quad V_2 = \frac{V_{ref}}{2^4} \sum_{i=4}^7 b_i 2^{i-4}.$$

Napon na izlazu V_{out} je dat kao:

$$V_{out} = \frac{R_5}{R_4} R_3 \left(\frac{V_1}{R_2} + \frac{V_2}{R_1} \right) = \frac{R_5}{R_4} \frac{R_3}{R_2} \left(V_1 + \frac{R_2}{R_1} V_2 \right) = \frac{R_5}{R_4} \frac{R_3}{R_2} \left(\frac{V_{ref}}{2^4} \sum_{i=0}^3 b_i 2^i + \frac{R_2}{R_1} \frac{V_{ref}}{2^4} \sum_{i=4}^7 b_i 2^{i-4} \right)$$

$$V_{out} = \frac{V_{ref}}{2^4} \frac{R_5}{R_4} \frac{R_3}{R_2} \left(\sum_{i=0}^3 b_i 2^i + \frac{R_2}{R_1} \sum_{i=4}^7 b_i 2^{i-4} \right).$$

Na osnovu analize o težinama gornjih i donjih četiri bita zaključuje se da treba da važi $\frac{R_2}{R_1} = 2^4$.

Da bi napon na izlazu bio manji od V_{ref} treba da važi i nejednakost:

$$\frac{V_{ref}}{2^4} \frac{R_5}{R_4} \frac{R_3}{R_2} \left(\sum_{i=0}^3 b_i 2^i + \frac{R_2}{R_1} \sum_{i=4}^7 b_i 2^{i-4} \right) \leq V_{ref},$$

pa je $\frac{R_5}{R_4} \frac{R_3}{R_2} \leq \frac{2^4}{2^8 - 1}$. Odnosno u graničnom slučaju $\frac{R_5}{R_4} \frac{R_3}{R_2} = \frac{2^4}{2^8 - 1}$.