

Osnovi digitalne elektronike (13E042OD)

- VEŽBE -

Brojni sistemi

1 Prebaciti u dekadni brojni sistem sledeće brojeve: 1001.0101_2 i $1E0.2A_{16}$.

Rešenje:

Koristimo težinski brojni sistem koji je moguće jednostavno prikazati formulom:

$(c_{n-1} \dots c_1 c_0 c_{-1} \dots c_{-m})_r = c_{n-1} r^{n-1} + \dots + c_1 r^1 + c_0 r^0 + c_{-1} r^{-1} + \dots + c_{-m} r^{-m}$, gde je r osnova sistema a c_i su cifre.

Rešenja zadatka su:

$$1001.0101_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} + 0 \cdot 2^{-3} + 1 \cdot 2^{-4} = 9.3125_{10}$$

$$1E0.2A_{16} = 1 \cdot 16^2 + 14 \cdot 16^1 + 0 \cdot 16^0 + 2 \cdot 16^{-1} + 10 \cdot 16^{-2} = 480.1640625_{10}$$

2 Prebaciti u binarni brojni sistem sledeće brojeve: a) 275.375_{10} , b) 3.33_{10} , c) $18DA.C_{16}$, d) 137.21_8 .

Rešenje:

a)

$$275_{10} = 100010011_2$$

$$275/2=137 \text{ ostatak } 1 \text{ (LSB)}$$

$$137/2=68 \text{ ostatak } 1$$

$$68/2=34 \text{ ostatak } 0$$

$$34/2=17 \text{ ostatak } 0$$

$$17/2=8 \text{ ostatak } 1$$

$$8/2=4 \text{ ostatak } 0$$

$$4/2=2 \text{ ostatak } 0$$

$$2/2=1 \text{ ostatak } 0$$

$$1/2=0 \text{ ostatak } 1 \text{ (MSB)}$$

$$0.375_{10} = 0.011_2$$

$$0.375 \times 2 = 0.75 \text{ (MSB) ostatak } 0$$

$$0.75 \times 2 = 1.5 \text{ ostatak } 1$$

$$0.5 \times 2 = 1 \text{ ostatak } 1 \text{ (LSB)}$$

$$\text{dakle, } 275.375_{10} = 100010011.011_2$$

b)

$$0.33_{10} = 010101\cdots_2$$

$$0.33 \times 2 = 0 \text{ (MSB) ostatak } 0.66$$

$$0.66 \times 2 = 1 \text{ ostatak } 0.32$$

$$0.32 \times 2 = 0 \text{ ostatak } 0.64$$

$$0.64 \times 2 = 1 \text{ ostatak } 0.28$$

$$0.28 \times 2 = 0 \text{ ostatak } 0.56$$

$$0.56 \times 2 = 1 \text{ (LSB) ostatak } 0.12, \text{ itd.}$$

$$\text{dakle, } 3.33_{10} = 11.010101\cdots_2$$

c) Brojeve koji su u osnovi koja je stepen broja 2 je najlakše prebaciti u binarne tako što se svaka cifra predstavi binarnim zapisom. Obrnuto, potrebno je samo grupisati u cifre odgovarajući broj bita počev od decimalne tačke.

$$18DA.C_{16} = 1100011011010.1100_2$$

$$\text{d) } 137.21_8 = 1011111.010001_2$$

3 Sledeće označene cele brojeve date u decimalnom obliku predstaviti u drugom komplementu sa 8 bita: -17 , -119 , 0 , -1 , -127 , -128 . Odrediti opseg brojeva koji se mogu predstaviti tim broj bita.

Rešenje:

Opseg označenih celih brojeva koji se mogu predstaviti na N bita je od -2^{N-1} do $+2^{N-1}-1$ što je za primer iz zadatka opseg od -128 do 127 .

$$-17_{10} = -00010001_2 = 11101110+1 = 11101111.$$

$$-119_{10} = -01110111 = 10001000+1 = 10001001.$$

$$-0_{10} = -00000000 = 11111111+1 = 1\ 00000000 \text{ (ignoriše se vodeća jedinica)}$$

$$-1_{10} = -00000001 = 11111110+1 = 11111111$$

$$-127_{10} = -01111111 = 10000000+1 = 10000001.$$

$$-128_{10} = -10000000 = 01111111+1 = 10000000.$$

4 Izvršiti sledeće operacije nad binarnim brojevima u komplementu dvojke i odrediti sve bite prenosa odnosno pozajmice kao i da li je tom prilikom došlo do prekoračenja. Na raspolaganju su 4 bita.

$$010_2+0011_2, 11_2+110_2, 1101_2+1010_2, 010_2-1101_2, 1000_2-01_2, 0011_2-1000_2$$

Rešenje:

Prekoračenje se može javiti prilikom sabiranja u dva slučaja:

1. Sabiraju se dva pozitivna broja i dobija se negativan broj
2. Sabiraju se dva negativna broja i dobija se pozitivan broj

Odnosno prilikom oduzimanja takođe u dva slučaja:

1. Od negativnog broja se oduzima pozitivan broj i dobija se pozitivan broj
2. Od pozitivnog broja se oduzima negativan i dobija se negativan broj

Da bismo detektovali da je došlo do prekoračenja, možemo da posmatramo vodeće bite sabiraka i rezultata ili možemo da posmatramo bite prenosa. Ako su dva poslednja bita prenosa različiti, to znači da je došlo do prekoračenja. Pre svake od navedenih operacija sabirci (odnosno umanjnik i umanjilac) se moraju svesti na isti broj bita, što je u ovom slučaju $n = 4$. To se radi tako što se uradi ekstenzija znaka, tj. na mesta veće težine se prepíše do tada bit najveće težine.

$$\begin{array}{r} c_4 00100 \\ 0010 \\ + 0011 \\ \hline = 0101 \quad (OF = 0) \quad c_4 = c_3 \quad \text{Nema prekoračenja.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} c_4 11100 \\ 1111 \\ + 1110 \\ \hline = 1101 \quad (OF = 0) \quad c_4 = c_3 \quad \text{Nema prekoračenja.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} c_4 10000 \\ 1101 \\ + 1010 \\ \hline = 0111 \quad (OF = 1) \quad c_4 \neq c_3 \quad \text{Prekoračenje!} \end{array}$$

Oduzimanje dva broja je najlakše izvršiti tako što se saberu umanjnik i drugi komplement umanjioaca. Takođe, slično kao kod sabiranja, i oduzimanje se može izvršiti bit po bit samo što se u ovom slučaju koriste biti pozajmice a ne biti prenosa.

$$-1101_2 = 0011_2$$

ili sa pozajmicama:

$$\begin{array}{r} c_4 00100 \\ 0010 \\ + 0011 \\ \hline = 0101 \quad (OF = 0) \quad c_4 = c_3 \quad \text{Nema prekoračenja.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} c_4 11010 \\ 0010 \\ - 1101 \\ \hline = 0101 \quad (OF = 0) \quad c_4 = c_3 \quad \text{Nema prekoračenja.} \end{array}$$

$$-0001_2 = 1111_2$$

$$\begin{array}{r} c_i 10000 \\ 1000 \\ + 1111 \\ \hline = 0111 \quad (OF = 1) \quad c_4 \neq c_3 \\ \text{Prekoračenje!} \end{array}$$

ili sa pozajmicama:

$$\begin{array}{r} c_i 01110 \\ 1000 \\ - 0001 \\ \hline = 0111 \quad (OF = 1) \quad c_4 \neq c_3 \\ \text{Prekoračenje!} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} c_i 10000 \\ 0011 \\ - 1000 \\ \hline = 1011 \quad (OF = 1) \quad c_4 \neq c_3 \quad \text{Prekoračenje!} \end{array}$$

5 Izvršiti množenje petobitnih binarnih brojeva datih u komplementu dvojke. Rezultat se smešta na 9 bita.

$$10110_2 \times 01010_2, 110.01_2 \times 10.111_2, 0110.1_2 \times 1.0110_2$$

Rešenje:

Množenje binarnih brojeva se vrši istim algoritmom kao i množenje decimalnih brojeva, pri čemu treba voditi računa o pravilima za sabiranje međurezultata u komplementu dvojke. Najpre, treba voditi računa o ekstenziji znaka brojeva na sva mesta koja učestvuju u sabiranju, kao i odbacivanju eventualnog viška bita u poslednjem sabiranju. Takođe, treba voditi računa o tome da množenje bitom najveće težine znači množenje sa -1 ukoliko je taj bit 1, pa zbog toga treba komplementirati poslednji sabirak. Ukoliko činioci imaju decimalnu tačku, najpre se uradi množenje brojeva dobijenih uklanjanjem decimalne tačke, a na dobijeni proizvod dodajemo decimalnu tačku na odgovarajuće mesto.

$$\begin{array}{r} \underline{10110 \times 01010} = 1110011100 \\ 00000 \\ 11110110 \quad (\text{ekstenzija znaka}) \\ 00000 \\ 110110 \quad (\text{ekstenzija znaka}) \\ + 00000 \\ \hline \pm 110011100 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \underline{110.01 \times 10.111} = 0001.11111 \\ 111111001 \quad (\text{ekstenzija znaka}) \\ 11111001 \quad (\text{ekstenzija znaka}) \\ 1111001 \quad (\text{ekstenzija znaka}) \\ 000000 \\ + 00111 \quad (\text{drugi komplement broja 11001}) \\ \hline \pm 000111111 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 0110.1 \times 1.0110 = 1011.11110 \\
 000000000 \text{ (ekstenzija znaka)} \\
 00001101 \text{ (ekstenzija znaka)} \\
 0001101 \text{ (ekstenzija znaka)} \\
 000000 \\
 + 10011\text{_____} \text{ (drugi komplement broja 01101)} \\
 \hline
 101111110
 \end{array}$$

Dodatni materijali za vežbanje se mogu naći na sledećim linkovima:

- [Stari zadaci sa ovog kursa](#)
- [Zadaci iz brojnih sistema na ODE na elektronici](#)
- [Zadaci iz aritmetičkih operacija na ODE na elektronici](#)
- [Dodatni zadaci iz brojnih sistema na ODE na elektronici](#)

Imati u vidu da je gradivo u navedenim materijalima obimnije od gradiva obuhvaćenog ovim kursom.