

V9. Projektovati filter niskih učestanosti koji zadovoljava sledeće specifikacije:

- gornja granična učestanost je  $f_0=10\text{kHz}$
- slabljenje napomske prenosne funkcije na učestanosti  $f_1=4\text{kHz}$  je manje od  $1\text{dB}$
- slabljenje napomske prenosne funkcije na učestanosti  $f_2=30\text{kHz}$  je veće od  $40\text{dB}$

- Izračunati gabarite i odrediti prenosnu f-ju normalizovanog NF filtra koji odgovara zadatim specifikacijama.
- Realizovati filter koji zadovoljava zadate specifikacije, kao pasivnu mrežu bez gubitaka otvorenu na izlaznim krajevima, i pobuđivanu generatorom unutrašnje otpornosti  $R_G=1\Omega$ .
- Transformisati kolo pasivnog filtra iz tačke b), u filter propusnik opsega učestanosti sa centralnom učestanošću  $f_0=4\text{kHz}$  i širinom propusnog opsega  $B=2\text{kHz}$ .

Rešenje:

a) Prvi gabrit zahteva da na učestanosti  $4\text{kHz}$  slabljenje prenosne funkcije treba da bude manje od  $1\text{dB}$ . To se može napisati na sledeći način:

$$20 \log(H_{\max}) - 20 \log(|H(jf_1)|) < 1\text{dB}, \text{ pa se posle sređivanja dobija:}$$

$$\frac{H_{\max}}{|H(jf_1)|} < 10^{0.05} \Rightarrow \frac{|H(jf_1)|}{H_{\max}} > 0.89$$

$$\left( \frac{|H(jf_1)|}{H_{\max}} \right)^2 > 0.794$$

Poslednji izraz predstavlja moduo kvadrata prenosne funkcije normalizovane po amplitudi i može se pisati na sledeći način:

$$|H_n(jf_1)|^2 > 0.794$$

Osim normalizacije po amplitudi neophodno je izvršiti normalizaciju i po učestanosti. Normalizacija se vrši prema gornjoj graničnoj učestanosti  $f_0=10\text{kHz}$ , i tako se dobijaju normalizovane učestanosti:

$$f_{1n} = f_1 / f_0 = 0.4 \text{ i } f_{2n} = f_2 / f_0 = 3$$

Kada se konačno realne učestanosti zamene sa normalizovanim dobija se traženi gabarit normalizovanog Batervortovog filtra:

$$|H_n(jf_{1n})|^2 > 0.794$$

Na sličan način kao i prvi dobija se i drugi gabarit:

$$|H_n(jf_{2n})|^2 < 0.0001$$

Funkcija prenosa normalizovanog Batervortovog niskofrekventnog filtra zadovoljava sledeću jednačinu:

$$|H(jf_n)|^2 = \frac{1}{1 + f_n^{-2n}}$$

Za 1. gabarit se može pisati:

$$\frac{1}{1 + 0.4^{-2n}} > 0.794, \text{ iz čega se rešavanjem logaritamske jednačine dobija } n > 0.73$$

Za 2. gabarit se može pisati:

$\frac{1}{1+3^{2n}} < 0.0001$ , iz čega se rešavanjem logaritamske jednačine dobija  $n > 4.191$

Najmanji ceo broj koji zadovoljava oba gabařita je  $n_{\min}=5$ , što i predstavlja potreban red filtra.

Na slici 9.1 je prikazana s-ravan sa položajem polova filtra petog reda. Ugao između dva susedna pola na jediničnom krugu je određen formulom:

$$\alpha = \frac{\pi}{n}, \text{ i u ovom slučaju iznosi } \frac{\pi}{5}$$

Na osnovu ravnopravnog rasporeda polova i geometrije mogu se računati svi polovi:

$$p_1 = -1$$

$$p_2 = \cos(\pi - \alpha) + j \sin(\pi - \alpha),$$

$$p_3 = \cos(\pi - 2\alpha) + j \sin(\pi - 2\alpha),$$

$$p_4 = \cos(\pi + \alpha) + j \sin(\pi + \alpha),$$

$$p_5 = \cos(\pi + 2\alpha) + j \sin(\pi + 2\alpha)$$

Osim toga može se primetiti da se kompleksni polovi pojavljuju uvek u vidu konjugovano kompleksnih parova tj.  $p_4 = p_2^*$  i  $p_5 = p_3^*$ .

Funkcija prenosa sa datim polovima se dobija kao:

$$H(s) = \frac{1}{(s - p_1)(s - p_2)(s - p_3)(s - p_4)(s - p_5)}$$

U ovom konkretnom slučaju posle grupisanja konjugovano kompleksnih parova dobija se funkcija prenosa:

$$H(s) = \frac{1}{(s+1)(s^2 + 0.62s + 1)(s^2 + 1.62s + 1)}, \text{ tj posle dalje sređivanja:}$$

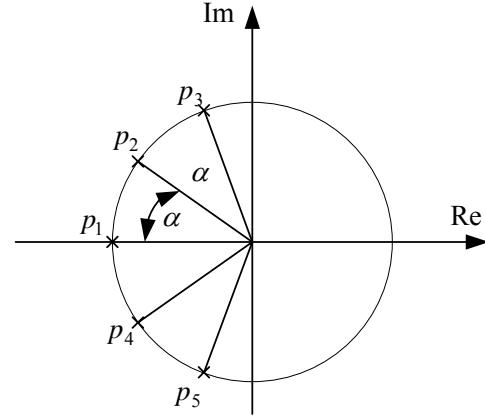
$$H(s) = \frac{1}{s^5 + 3.24s^4 + 5.24s^3 + 5.24s^2 + 3.24s + 1}$$

- b) Da bi se mogao primeniti metod realizacije prenosne funkcije pasivnog fitra preko Darlingtonovog kola potrebno je izvršiti transformaciju prenosne funkcije u pogodniji oblik:

$$H(s) = \frac{1}{\frac{s^5 + 5.24s^3 + 3.24s}{3.24s^4 + 5.24s^2 + 1} + 1} = \frac{z_{12}}{1 + z_{11}}$$

$z_{11} = \frac{3.24s^4 + 5.24s^2 + 1}{s^5 + 5.24s^3 + 3.24s}$  što predstavlja ulaznu impedansu koju ima mreža bez gubitaka sastavljena iz kondenzatora i kalemova i treba je razviti preko Kauer I forme tj.:

$$Y_1 = \frac{1}{z_{11}} = \frac{s^5 + 5.24s^3 + 3.24s}{3.24s^4 + 5.24s^2 + 1} = 0.31s + \frac{1}{z_2},$$



Slika 9.1.

$$Z_2 = \frac{3.24s^4 + 5.24s^2 + 1}{3.62s^3 + 2.93s} = 0.89s + \frac{1}{Y_3},$$

$$Y_3 = \frac{3.62s^3 + 2.93s}{2.62s^2 + 1} = 1.38s + \frac{1}{Z_4},$$

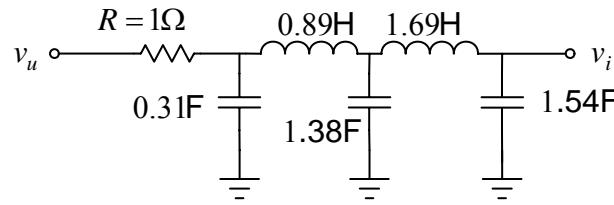
$$Z_4 = \frac{2.62s^2 + 1}{1.54s} = 1.69s + \frac{1}{Y_5}$$

$$Y_5 = 1.54s$$

Na osnovu razvoja u prethodnih nekoliko koraka može se napisati razvijeni izraz za ulaznu impedansu LC mreže:

$$z_{11} = \frac{1}{0.31s + \frac{1}{0.89s + \frac{1}{1.38s + \frac{1}{1.69s + \frac{1}{1.54s}}}}}$$

Na osnovu prethodnog izraza se i može formirati kolo sastavljeno od pasivnih elemenata koje ima zadatu ulaznu funkciju i izgleda ovako:



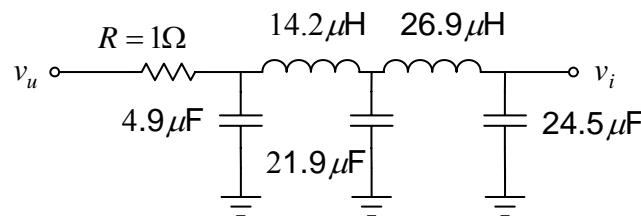
Slika 9.2.

Međutim, dobijeno kolo zadovoljava specifikacije normalizovanog filtra. Sada treba izvršiti denormalizaciju učestanosti. To se može uraditi tako što će se sve impedanse skalirati shodno transformaciji učestanosti:

$$s_n = \frac{s}{\omega_0} = \frac{s}{2\pi f_0}$$

$L = \frac{L_n}{2\pi f_0}$     $C = \frac{C_n}{2\pi f_0}$ , a otpornosti se ne menjaju jer ne zavise od učestanosti. Nakon

transformisanja svake impedanse dobije sa kolo kao na slici 9.3 koje zadovoljava specifikacije sa početka zadatka:



Slika 9.3.

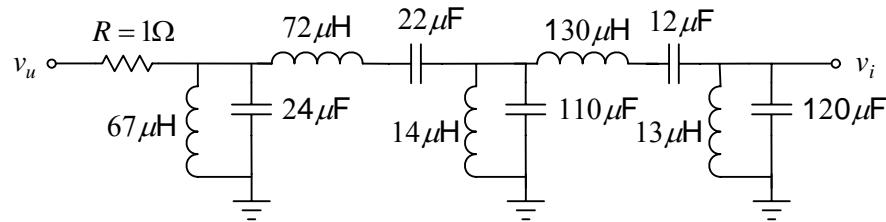
c) Slično kao i u prethodnoj tački treba poći od normalizovanog batervortovog filtra i primeniti transformaciju učestanosti koja prevodi iz niskofrekventnog u filter propusnik opsega učestanosti:

$$s_n = \frac{s^2 + \omega_0^2}{Bs}$$

Nakon primene transformacije učestanosti na impedanse dolazi do sledećih transformacija:

- a. Kondenzator kapacitivnosti  $C$  prelazi u paralelnu vezu kondenzatora i kalema pri čemu je kapacitivnost  $C' = \frac{C}{B}$ , a induktivnost  $L' = \frac{B}{C\omega_0^2}$
- b. Kalem iduktivnosti  $L$  prelazi u rednu vezu kondenzatora i kalema pri čemu je kapacitivnost  $C' = \frac{B}{L\omega_0^2}$ , a induktivnost  $L' = \frac{L}{B}$

Konačno transformacijom svih elemenata dobija se konfiguracija prikazana na slici 9.4.



Slika 9.4.