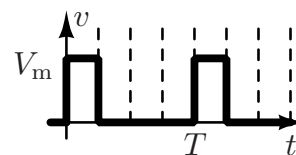


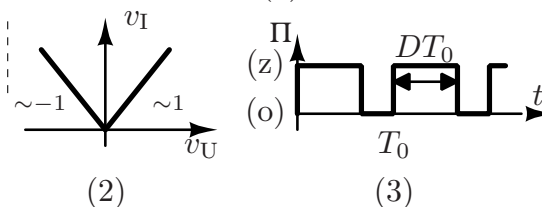
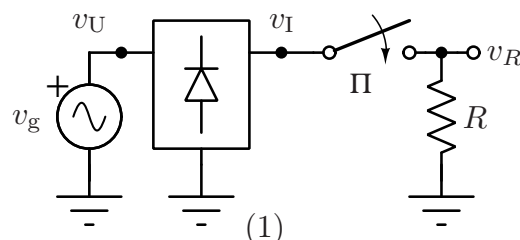
6 Фуријеов ред континуалног сигнала

Задаци

1. Дат је напонски сигнал $v = v(t)$ облика периодичне поворке униполарних правоугаоних импулса амплитуде $V_m = 5\text{ V}$, као на слици. Фактор испуњености импулса је $D = 25\%$ а учестаност је $f = 1\text{ kHz}$. Одредити развој овог сигнала у Фуријеов ред, $V[k]$, на основном периоду T .

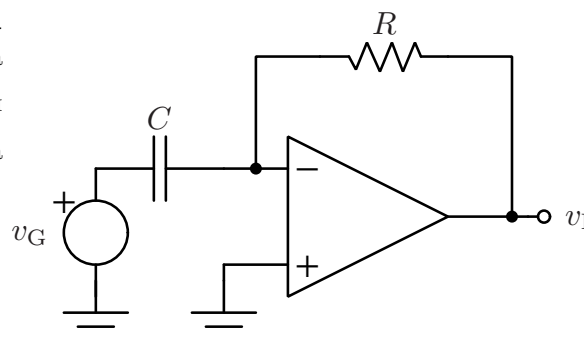


2. У колу са слике (1) познат је напон побудног генератора $v_g = V_m \sin(\omega t)$ где су $V_m = 12\text{ V}$ и $\omega = 100\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, а прекидач је идеалан. Преносна карактеристика нелинеарног кола са диодама приказана је на слици (2). Прекидач се управља као што је приказано на слици (3) при чему је фактор испуне $0 < D < 1$ а T_0 је основни период напона v_I . Скицирати (а) напоне у тачкама v_U , v_I и v_R . Одредити (б) спектралне коефицијенте напона v_R , $V_R[k]$.

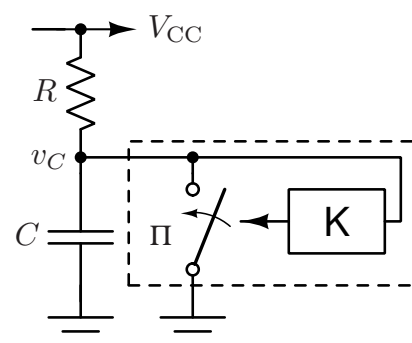


Скицирати (в) амплитуду другог хармоника напона v_R у зависности од фактора испуне D

3. У колу са слике познато је R и C а операциони појачаваач је идеалан. Побудни напонски генератор је идеалан, а позната је и његова емс $v_G = \frac{\alpha \sin(\omega t) V_m}{1 - 2\alpha \cos(\omega t) + \alpha^2}$, где су V_m и a познате константе, при чему је $|\alpha| < 1$. Одредити спектралне коефицијенте излазног напона $V_I[k]$ у комплексном облику.



4. У колу са слике познато је $R = 1\text{ k}\Omega$, $C = 1\text{ }\mu\text{F}$ и напон напајања $V_{CC} = 5\text{ V}$. Систем „К“ управља идеалним прекидачем Π на основу напона v_C . Прекидач Π је иначе отворен, уколико напон v_C достигне вредност mV_{CC} , где је $0 \leq m \leq 1$ позната константа, контролни систем „К“ тренутно и краткотрајно затвара прекидач. У почетном тренутку је $v_C(0) = 0$. Одредити (а) напон на кондензатору у зависности од времена и (б) одредити спектралне коефицијенте устаљене периодичне компоненте тог напона на основном периоду.



Таблице доступне на колоквијуму

Фуријеови редови континуалних сигнала.

$x(t)$	$X[k]$	Услов
$\text{comb}(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k)$	$\text{comb}_m[k]$	$T_F = m T_0 = k$
Периодично продужење rect $\left(\frac{t}{w}\right)$	$\frac{w}{T_0} \text{Sinc}\left(\frac{k w}{T_0}\right)$	$T_F = T_0$
Периодично продужење tri $\left(\frac{t}{w}\right)$	$\frac{w}{T_0} \text{Sinc}^2\left(\frac{k w}{T_0}\right)$	$T_F = T_0$
Периодично продужење Sinc $\left(\frac{t}{w}\right)$	$\frac{w}{T_0} \text{rect}\left(\frac{k w}{T_0}\right)$	$T_F = T_0$

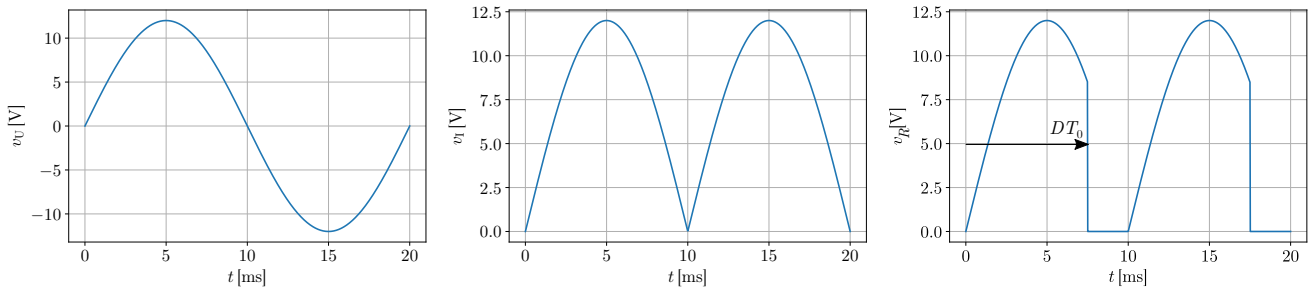
Таблични интегрални значајни при рачунању Фуријеових трансформација

- $\int e^{at} P_n(t) dt = C + \frac{e^{at}}{a} \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k}{a^k} \frac{d^k P_n(t)}{dt^k}$, где је P_n полином n -тог реда
- $\int e^{at} \cos(bt) dt = C + \frac{e^{at} (a \cos(bt) + b \sin(bt))}{a^2 + b^2}$
- $\int e^{at} \sin(bt) dt = C + \frac{e^{at} (-b \cos(bt) + a \sin(bt))}{a^2 + b^2}$
- $\int e^{at} b^t dt = C + \frac{b^t e^{at}}{a + \ln(b)}$, $b > 0$, $a \neq -\ln(b)$

Решења

1. $V[k] = DV_m \text{sinc}(k\pi D)e^{-jk\pi D}$, где је $\text{sinc}(x) = \frac{\sin x}{x}$

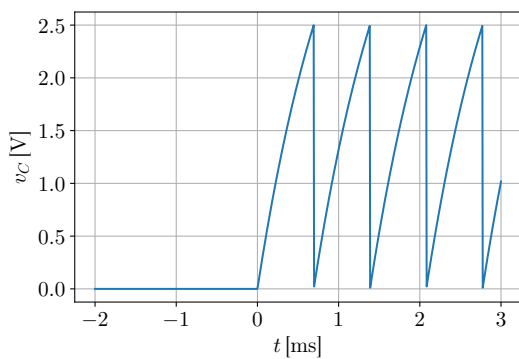
2. (a)



(б) $V_1[k] = \frac{(\cos(\pi D) + j2k \sin(\pi D))e^{-j2\pi k D} - 1}{\pi(4k^2 - 1)}$

3. $V_1[k] = \frac{1}{2}k\omega RC\alpha^k V_m \text{sgn } k.$

4. (a) Пример за $m = \frac{1}{2}$



(б) $V_C[k] = V_{CC} \left(\delta[k] - \frac{m}{j2\pi k - \ln(1 - m)} \right)$