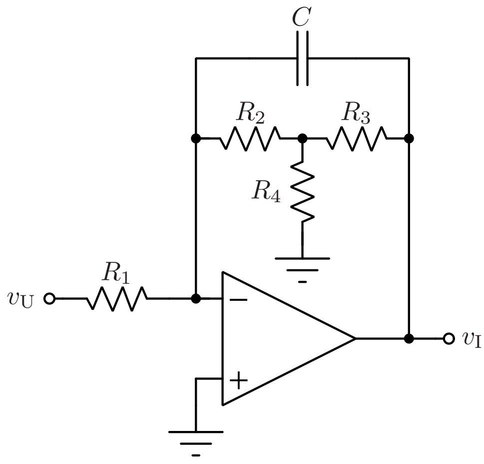
5 Припрема за Први колоквијум



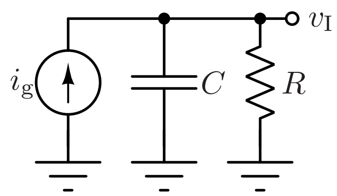
1. *(Јун 2021)* У колу са слике познати су $R_1 = 1\,\mathrm{k\Omega}$, $R_2 = R_3 = R_4 = \dfrac{1}{3}\,\mathrm{k\Omega}$ и $C = 1\,\mathrm{\mu F}$, а операциони појачавач је идеалан. Посматра се систем чији је једини улаз напон v_{U} а једини излаз напон v_{I}.

(а) Одредити диференцијалну једначину тог система.

(б) Решавањем у временском домену одредити импулсни одзив $h(t)$ тог система.

(в) Испитати стабилност посматраног система, у *BIBO* смислу, полазећи од добијеног импулсног одзива $h(t)$.

(г) Израчунати максималну и минималну тренутну вредност устаљеног сложенопериодичног одзива при побуди $v_{\mathrm{U}}^{(\mathrm{г})}(t) = -\Phi_0\,\text{Ш}_T(t)$, при чему су $\Phi_0 = 20\,\mathrm{mWb}$ и $T = \ln(2)\,\mathrm{ms}$.



2. *(Август 2021)* У колу са слике познато је $R = 1\,\mathrm{k\Omega}$ и $C = 100\,\mathrm{nF}$. Посматра се континуални систем, чији је једини улаз струја идеалног струјног генератора $i_{\mathrm{g}} = i_{\mathrm{g}}(t)$, а једини излаз напон $v_{\mathrm{I}} = v_{\mathrm{I}}(t)$.

(а) Диференцијалну једначину тог система, у облику $P(\mathrm{D})\,v_{\mathrm{I}} = Q(\mathrm{D})\,i_{\mathrm{g}}$, где је $\mathrm{D} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}$.

(б) Испитати асимптотску стабилност тог система.

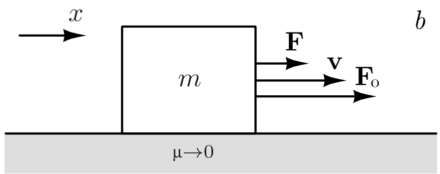
Тако одређен систем потребно је симулирати на дигиталном рачунару, зарад чега је неопходно дати систем дискретизовати у времену. Дискретизација се обавља заменом оператора диференцирања у времену скалираним оператором диференце унапред $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \mapsto \dfrac{\Delta}{T}$, а дискретизовани систем онда апроксимира еквивалентна диференцна једначина, $P\left(\dfrac{\Delta}{T}\right)\hat{v}_{\mathrm{I}} = Q\left(\dfrac{\Delta}{T}\right)\hat{i}_{\mathrm{g}}$, по низовима $\hat{v}_{\mathrm{I}}[n] = v_{\mathrm{I}}(nT)$ и $\hat{i}_{\mathrm{g}}[n] = i_{\mathrm{g}}(nT)$, где је $T > 0$ период дискретизације.

(в) У зависности од параметра T испитати стабилност дискретизованог система у асимптотском смислу.

(г) За вредност параметра T за коју је систем маргинално стабилан нацртати временски дијаграм импулсног одзива дискретизованог система, $\hat{h}[n]$.

3. Посматра се континуалан *LTI* систем описан диференцијалном једначином $(\mathrm{D}+a)^n y(t) = x(t)$ где су $\mathrm{D} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}$, $a > 0$ и $n \in \mathbb{N}$. Одредити импулсни одзив $h(t)$ тог система.

4. *(Фебруар 2022, мод.)* На слици је приказан крути блок масе $m = 100\,\mathrm{g}$ постављен на глатку подлогу по којој може да клизи без трења ($\mu \to 0$). На блок делује вектор стране силе $\mathbf{F} = F(t)\,\mathbf{i}_x$ а тренутна брзина блока је $\mathbf{v} = v(t)\,\mathbf{i}_x$. Сила отпора средине која делује на блок при кретању је једнака $\mathbf{F}_\mathrm{o} = -b\mathbf{v}$, где је $b = 1\,\dfrac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}$. На блок не делују друге силе. Посматра се систем чији је једини улаз алгебарски интензитет стране силе која делује на блок $F(t)$ а једини излаз алгебарски интензитет брзине блока $v(t)$. У почетном тренутку систем је у мировању, $v(0) = 0$.



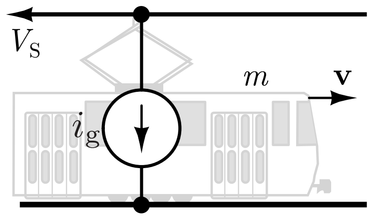
(а) Написати оператор датог система.

(б) Испитати *BIBO* стабилност датог система на основу корена карактеристичног полинома одговарајуће диференцијалне једначине.

(в) Одредити одзив датог система на импулсну побуду $F(t) = P_0\delta(t)$, где је $P_0 = 1\,\dfrac{\mathrm{kg\,m}}{\mathrm{s}}$, и скицирати временски дијаграм тог одзива.

(г) Израчунати кружну учестаност простопериодичне побуде ω_0 тако да устаљени одзив фазно касни у односу на ту побуду за $\phi = \dfrac{\pi}{4}$.

5. На слици приказан је упрошћени модел електричног трамваја масе $m = 20\,\mathrm{t}$ који се креће по равној прузи. Трамвај се напаја из контактне мреже константног напона $V_\mathrm{S} = 650\,\mathrm{V}$. Мотор трамваја се представља идеалним струјним генератором, струје $i_\mathrm{g} = i_\mathrm{g}(t)$, која се може контролисати. Претпоставити да се сва снага коју контактна мрежа предаје мотору, без губитака, претвара у механичку енергију посредством механичке силе. На трамвај делује и сила отпора ваздуха дата изразом $\mathbf{F}_\mathrm{ov} = -b\mathbf{v}$, где је $b = \dfrac{5}{18}\,\dfrac{\mathrm{kN}}{\mathrm{km/h}}$ а $v = v(t)$ је алгебарски интензитет брзине трамваја.



Посматра се систем чији једини улаз представља струја i_g а једини излаз тренутна брзина v трамваја.

(а) Ако је познато да се тај систем може представити као каскадна (серијска) веза једног *LTI* система чији је импулсни одзив $h(t)$ и једног нелинеарног система без меморије чија је статичка преносна карактеристика $f = f(u)$, одредити једно решење за $h(t)$ и $f(u)$.

(б) Испитати да ли је посматрани систем у целини линеаран и да ли је временски инваријантан.

(в) Нацртати временски дијаграм тренутне брзине трамваја ако је управљачка струја дата изразом $i_\mathrm{g} = I_0 \operatorname{rect}\left(\dfrac{t}{T} - \dfrac{1}{2}\right)$, где су $I_0 = 250\,\mathrm{A}$ и $T = 10\,\mathrm{s}$, а трамвај полази из мировања.