

## 8 Лапласова трансформација, стабилност и фреквенцијске карактеристике

### Задаци

1. Нека је континуалан  $LTI$  систем дефинисан диференцијалном једначином  $\frac{d^2y}{dt^2} + 4\frac{dy}{dt} + 3y = x$ , где су  $x = x(t)$  и  $y = y(t)$  једини улаз и излаз тог система редом. Користећи се Лапласовом трансформацијом, одредити сопствени и принудни одзив овог система за побуду  $x(t) = (1 - \cos(3t))u(t)$  ако је познато  $2y(0^+) = \frac{dy(0^+)}{dt} = 2$ .

2. Преносна функција филра дата је изразом  $H(s) = -\frac{s\omega_0}{(s+a)^2 + \omega_0^2}$ .

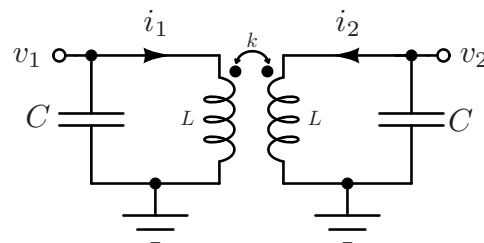
(а) Одредити коју филтарску функцију обавља овај систем.

(б) Одредити учестаност  $\omega_m$  на којој је амплитудска фреквенцијска карактеристика датог система максимална и ту максималну вредност.

(в) Ако је  $a = \omega_0 = 10^3 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ , одредити устаљени одзив филтра на побуду  $x(t) = A(10 + e^{-\sigma t} \cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t))u(t)$ , где су  $\sigma = 10^4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ ,  $\omega_1 = 10^4 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$  и  $\omega_2 = 10^6 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ .

3. Одредити принудни одзив система чији је импулсни одзив  $h(t) = e^{-2t}u(t)$ , на побуду  $x(t) = e^t u(t)$  применом Лапласове трансформације.

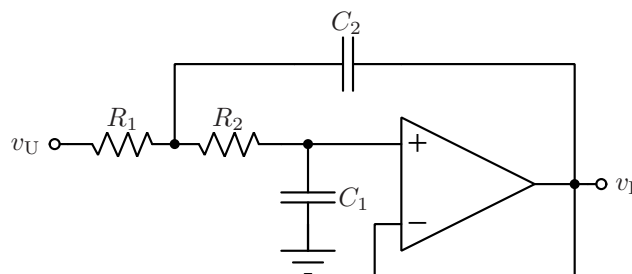
4. У колу са слике познати су  $L$ ,  $C$  и коефицијент магнетске спреге  $k \ll 1$ . У почетном тренутку су познати  $i_2(0) = v_1(0) = v_2(0) = 0$  и  $i_1(0) = I_0$ . Поставити (а) систем интегро-диференцијалних једначина кола по струјама  $i_1$  и  $i_2$ . Помоћу Лапласове трансформације (б) одредити струју  $i_1(t)$ . Скицирати (в) временски дијаграм добијеног одзива  $i_1(t)$  за  $t > 0$ .



5. У колу са слике познато је  $R_1 = R_2 = R = 1 \text{ k}\Omega$  и  $C_1 = C_2 = C = 10 \text{ nF}$ . Улазна величина кола је напон  $v_U$  а излазна величина је напон  $v_I$ .

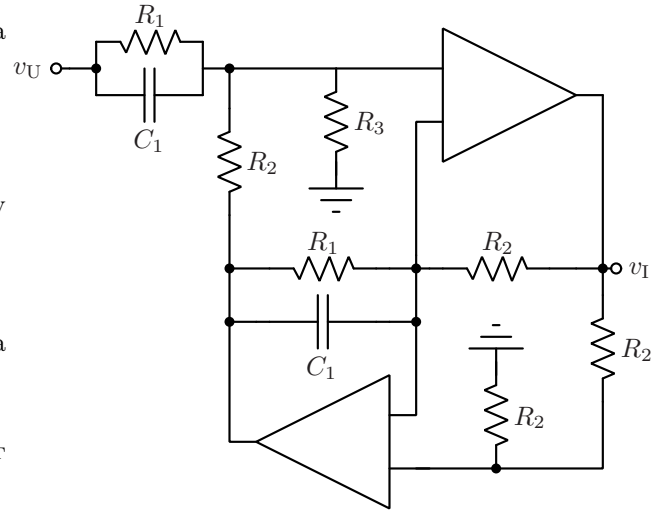
(а) Одредити (а) функцију преноса кола  $H(s) = \frac{V_I(s)}{V_U(s)}$ . Израчунати вредности полова и нуле система и израчунати  $Q$  фактор функције преноса.

(б) Скицирати Бодеве асимптотске карактеристике датог система.



6. У колу са слике познато је  $R_2 = 10R_1 = \frac{1}{10}R_3$ , а функција преноса кола, чији је улаз напон  $v_U$  а излаз напон  $v_I$ , је облика

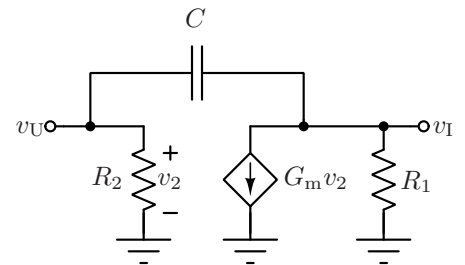
$$H(s) = K \frac{s^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}.$$



- Одредити поларитете прикључака ОП тако да оба раде у режиму негативне повратне спреге.
- Одредити који тип филтра представља дато коло.
- Израчунати параметре  $K$  и  $Q$  и вредности елемената кола  $R_1$  и  $C_1$  ако су познати  $R_2 = 10\text{ k}\Omega$  и  $\omega_0 = 10^5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ .
- Скицирати Бодеове асимптотске карактеристике датог система.
- Одредити принудни и устаљени одзив датог филтра на побуду  $v_g = V_0(5 + e^{2t}\delta(t))u(t - \tau)$ , где су  $V_0 = 1\text{ V}$  и  $\tau = 2\text{ s}$ .

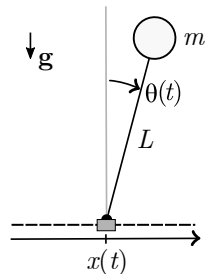
7. У колу са слике познато је  $C = 0,1\ \mu\text{F}$ ,  $R_1 = 1\ \text{k}\Omega$ ,  $G_m = 2\ \text{mS}$  и  $R_2 = 25\ \text{k}\Omega$ .

- Одредити функцију преноса,  $H(s)$ , датог кола ако је  $v_U$  улазна величина а напон  $v_I$  излазна величина посматраног система.
- Одредити и нацртати одзив кола за побуду  $v_U(t) = 1\text{ V} u(t)$ .
- Скицирати Бодеове асимптотске карактеристике датог система.

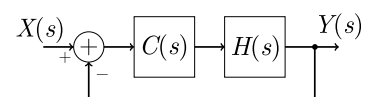


8. У механичком систему са слике 1 приказано је инверзно клатно причвршћено за ослонац који може да се креће дуж  $x$  осе. Клатно је сачињено из кугле масе  $m$ , чији је центар на растојању  $L$  од ослонца, а слободно је да се креће у равни цртежа. Познато је и  $g = |\mathbf{g}|$ .

- Одредити функцију преноса система  $H(s)$  чији је улаз тренутни положај ослонца клатна  $x = x(t)$  а излаз тренутни угаони отклон клатна  $\theta = \theta(t)$ . Смањрајли да је отклон клатна мали њако да је  $\sin \theta \approx \theta$ .
- Испитати асимптотску стабилност посматраног система  $H(s)$ .
- У сложеном систему са слике 2 употребљен је систем  $H(s)$  а преносна функција другог система је  $C(s) = K$ , где је  $K$  константа. Одредити функцију преноса  $W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$ .
- Испитати асимптотску стабилност система  $W(s)$  у функцији параметра  $K$ .



Слика 1.



Слика 2.