I VEŽBA: KONTINUALNI I DISKRETNI SIGNALI

1.1. Teorijska osnova

Signal je svaka fizička pojava koja se *menja u vremenu* i *nosi neku informaciju*. Podela signala se može izvršiti prema ponašanju signala u vremenu. Na taj način razlikujemo:

- *Vremenski kontinualni* (*analogni*) *signal* - signal koji je definisan u svakom trenutku vremena unutar nekog vremenskog intervala.
- *Vremenski diskretni signal* – signal sa definisanim vrednostima samo u diskretnim trenucima vremena unutar nekog vremenskog intervala.

Vremenski diskretni signal može nastati prirodnim putem kada sistem generiše vrednosti signala u diskretnim trenucima vremena, ili uzimanjem uzoraka vremenski kontinualnog signala u diskretnim trenucima vremena. Proces uzimanja uzoraka vremenski kontinualnog signala se naziva *odabiranje* ili *odmeravanje* (engl. sampling).

Osnovni kontinualni signali

Postoje vremenski kontinualni signali čiji je matematički opis veoma jednostavan i koji se nazivaju elementarni (osnovni) vremenski kontinualni signali. Najvažniji od njih su:

- Sinusoida $x(t) = A_0 \cos(2\pi f_0 t + \theta) = A_0 \cos(\frac{2\pi}{T_0} t + \theta) = A_0 \cos(\omega_0 t + \theta)$,

gde A_0 označava amplitudu sinusoide, f_0 učestanost sinusoide (u *Hz*), T_0 osnovni period sinusoide (u *s*), a ω_0 kružnu učestanost sinusoide (u *rad/s*).

- Kompleksni eksponencijalni signal: $x(t) = A_0 e^{(\sigma_0 + j\omega_0)t} = A_0 e^{\sigma_0 t}(\cos(\omega_0 t) + \sin(\omega_0 t))$,

gde σ_0 označava prigušenje, a ostali parametri imaju isto značenje kao kod sinusoide.

- Jedinični odskočni signal (*Hevisajdova step* funkcija): $u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 0.5, & t = 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$

- Pravougaoni jedinični impuls: $rect(t) = \begin{cases} 0, & |t| > 0.5 \\ 0.5, & t = 0 \\ 1, & |t| < 0.5 \end{cases}$

- Jedinični linearni signal (jedinična rampa): $ramp(t) = \begin{cases} 0, & t \le 0 \\ t, & t > 0 \end{cases}$

- Jedinični trougaoni impuls: $tri(t) = \begin{cases} 1-|t|, & |t| < 1 \\ 0, & |t| \geq 1 \end{cases}$
- Jedinični *Sinc* signal: $Sinc(t) = \dfrac{\sin(\pi t)}{\pi t}$

Osnovne transformacije kontinualnih signala

U analizi kontinualnih sistema se koristi veliki broj transformacija koje se izvode nad kontinualnim signalima. Najednostavnije transformacije su:

- Skaliranje amplitude (pojačanje): $y(t) = A \cdot x(t)$,
- Pomeraj u vremenu: $y(t) = x(t - t_0)$,
- Skaliranje vremenske ose (vremensko skaliranje): $y(t) = x\left(\dfrac{t}{a}\right)$.

Osnovni diskretni signali

Kao i u slučaju vremenski kontinualnih signala, i kod vremenski diskretnih signala se definišu elementarni signali sa jednostavnim matematički opisom. Najvažniji su:

- Diskretna sinusoida: $x[n] = A_0 \cos(\Omega_0 n + \theta) = A_0 \cos(2\pi F_0 n + \theta)$,

gde A_0 označava amplitudu diskretne sinusoide, F_0 učestanost sinusoide, a Ω_0 kružnu učestanost sinusoide.

- Diskretni eksponencijalni signal:
  $x[n] = A_0 \alpha^n = A_0 e^{(\sigma_0 + j\Omega_0)n} = A_0 e^{\sigma_0 n} (\cos(\Omega_0 n) + j \sin(\Omega_0 n))$.
- Diskretni jedinični impuls: $\delta[n] = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 0, & n \neq 0 \end{cases}$
- Diskretni jedinični niz: $u[n] = \begin{cases} 0, & n < 0 \\ 1, & n \geq 0 \end{cases}$
- Diskretni pravougaoni niz: $rect_{N_W}[n] = \begin{cases} 0, & |n| > N_w \\ 1, & |n| \leq N_w \end{cases}$
- Diskretni linearni niz: $ramp[n] = \begin{cases} 0, & n \leq 0 \\ n, & n > 0 \end{cases}$

Osnovne transformacije diskretnih signala

Najednostavnije transformacije koje se koriste u radu sa diskretnim signalima su:

- Skaliranje amplitude (pojačanje): $y[n] = A \cdot x[n]$,

- Pomeraj u vremenu: $y[n] = x[n - n_0]$,
- Skaliranje vremenske ose: $y[n] = x[Kn] - vremenska\ kompresija\ (decimacija)$

  $y[n] = x[K/n] - vremenska\ ekspanzija\ (interpolacija)$.

1.2. Zadaci

Zadatak 1 - Osnovni kontinualni signali

a) Napisati posebne Matlab funkcije koje realizuju elementarne kontinualne signale:

- u(t) *jedinični odskočni signal (Hevisajdova step funkcija);*
- rect(t) *pravougaoni jedinični impuls;*
- ramp(t) *jedinični linearni signal (jedinična rampa);*
- tri(t) *jedinični trougaoni impuls;*
- Sinc(t) *jedinični sinc signal*.

b) Napisati Matlab program za crtanje elementarnih signala iz tačke a), koristeći prethodno realizovane funkcije iz a). Grafike signala crtati debljinom 3, oznake za Y osu postaviti sa desne strane grafika, *Grid* podesiti da bude uključen i kontinualan, a *MinorGrid* uključiti i postaviti da bude isprekidan (podrazumevana vrednost).

c) Napisati Matlab program koji koristeći funkciju za realizaciju jediničnog odskočnog signala u(t) iscrtava signale rect(t), ramp(t) i tri(t).

Primeri:

a) Fajl u.m sadrži definiciju signala u(t) .

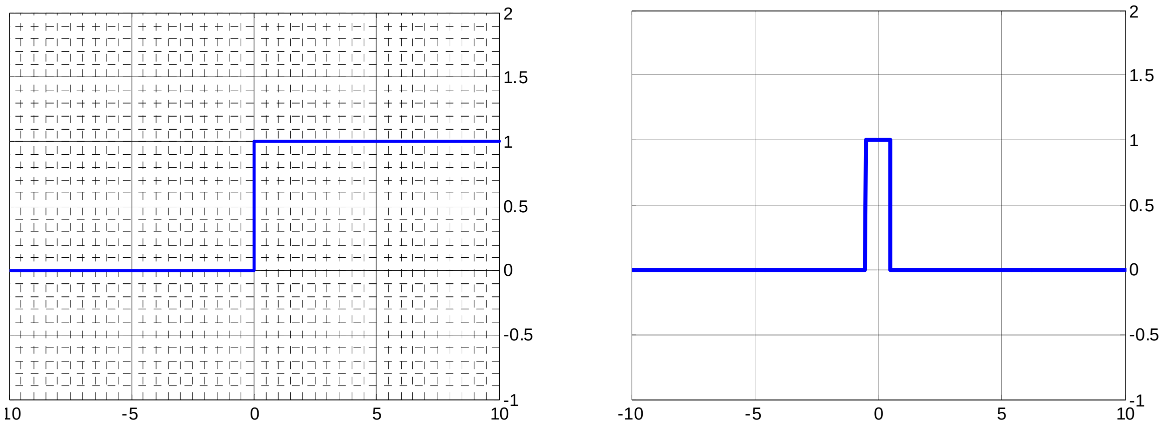
```
% u.m
function[y]=u(t)
            y = (t>0)+0.5*(t==0);
% end function
```

c) Fajl kontf1.m crta signal u(t) i signal rect(t) realizovan pomoću signala u(t).

```
% kontf1.m
T = -10:0.01:10;

plot(t,u(t),'LineWidth',3 )
set(gca,'YAxisLocation','right','GridLineStyle','-')
axis([-10,10, -1,2]); grid on; grid minor;
pause

y = u(t+0.5)-u(t-0.5);

plot(t,y,'LineWidth',3)
set(gca,'YAxisLocation','right','GridLineStyle','-')
```

```
axis([-10,10, -1,2]); grid on;
pause
clear
% end kontf1.m
```

Rezultat izvršenja:



Slika 1.1. Grafički prikaz jediničnog odskočnog signala i jediničnog impulsa

Zadatak 2 - Složeni kontinualni signali i osnovne transformacije

a) Koristeći Matlab nacrtati sledeće signale:

- $\mathrm{g}(t) = \mathrm{rect}(t)\sin(2\pi\, t)$,
- $\mathrm{g}(t) = \mathrm{u}(t)\mathrm{ramp}(-\,t)$,
- $\mathrm{g}(t) = \begin{cases} -2, & t < -1 \\ 2t, & -1 < t < 1 \\ 3 - t^2, & 1 < t < 3 \\ -6, & t > 3 \end{cases}$

b) Za signale iz tačke a) nacrtati date transformacije u 4 prozora jednog grafika i obeležiti ose kao i naslove prozora. Koristiti istu razmeru za sve signale.

- $g_1(t) = -3g(t+3),$,
- $g_2(t) = g(t+1) - g(t-1),$
- $g_3(t) = 3g(\frac{t+2}{3}),$
- $g_4(t) = 0.5g(4-t),$

c) Nacrtati date signale i njihov parni i neparni deo:

- $x_1(t) = -15 + \dfrac{\cos(2\pi t)}{2\pi t}$,
- $x_2(t) = (8+7t)\cos(32\pi t)$,
- $x_3(t) = (3+2t^2)\sin(32\pi t)u(t)$,

Primeri:

Fajl kontf2.m crta funkciju g(t) datu izrazom

$$g(t) = \begin{cases} 0, & t < -2 \\ -4-2t, & -2 < t < 0 \\ -4+3t, & 0 < t < 4 \\ 16-2t, & 4 < t < 8 \\ 0 & t > 8 \end{cases}$$

kao i transformacije 3g(t+1), 0.5g(3t) i -2g((t-1)/2).

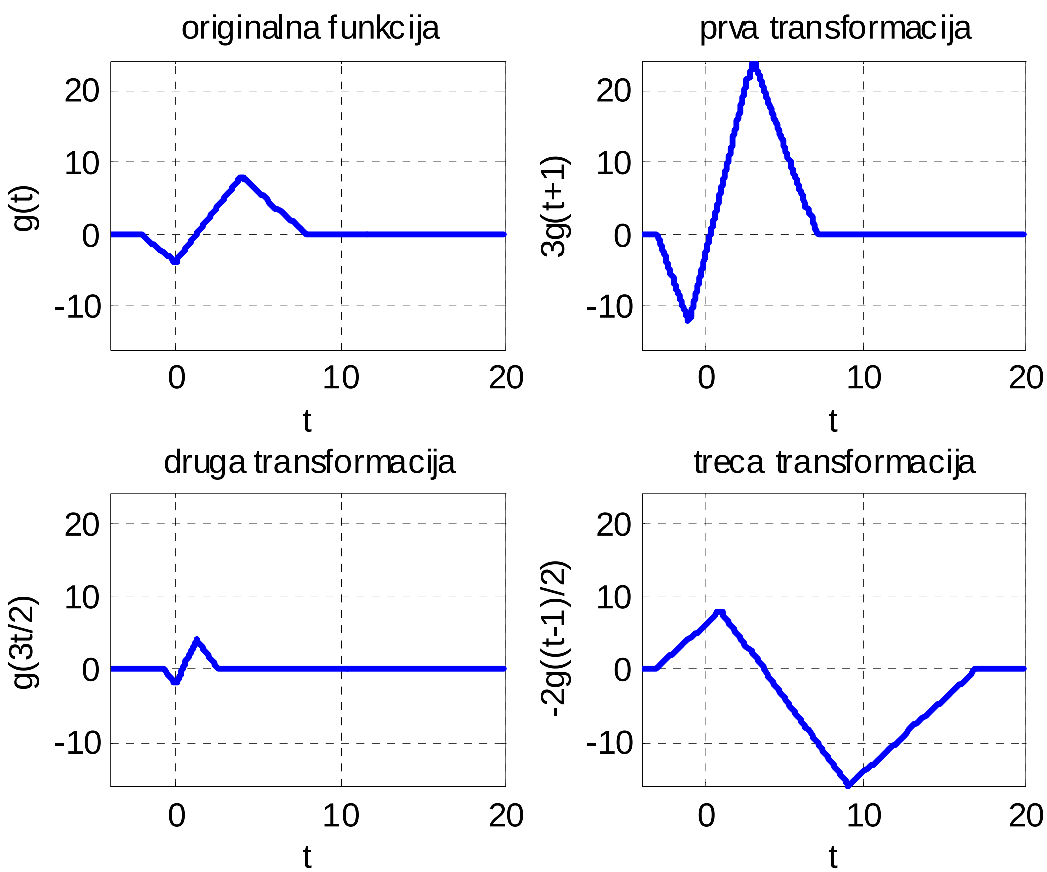
```
%kontf2.m
%        | 0,       t<-2
%        | -4-2t, -2<t<0
% g(t)={ -4+3t,   0<t<4
%        | 16-2t,   4<t<8
%        | 0,       t>8
%
%
% nacrtati 3g(t+1),  0.5g(3t) -2g(t/2-1/2)

tmin = -4; tmax = 20;dt = 0.01;
t = tmin:dt:tmax;

g0 = g(t);
g1 = 3*g(t+1);
g2 = g(3*t)/2;
g3 = -2*g((t-1)/2);

gmax = max([max(g0),max(g1),max(g2),max(g3)]);
gmin = min([min(g0),min(g1),min(g2),min(g3)]);

subplot(2,2,1); plot(t,g0,'LineWidth',2);
xlabel('t'); ylabel('g(t)'); title('originalna funkcija');
axis([tmin,tmax,gmin,gmax]); grid on;

subplot(2,2,2); plot(t,g1,'LineWidth',2);
xlabel('t'); ylabel('3g(t+1)'); title('prva transformacija');
axis([tmin,tmax,gmin,gmax]); grid on;

subplot(2,2,3); plot(t,g2,'LineWidth',2);
xlabel('t'); ylabel('g(3t/2)'); title('druga transformacija');
axis([tmin,tmax,gmin,gmax]); grid on;
```

```
subplot(2,2,4); plot(t,g3,'LineWidth',2);
xlabel('t'); ylabel('-2g((t-1)/2)');
title('treca transformacija');
axis([tmin,tmax,gmin,gmax]); grid on;
```

Pri tome je funkcija g(*t*) definisana u fajlu g.m:

```
%  g.m
%
function y = g(t)
    y1 = -4-2*t;
    y2 = -4+3*t;
    y3 = 16-2*t;

    %correct intervals
    %y = y1.*(-2<t & t<=0)+y2.*(0<t & t<=4)+y3.*(4<t &  t<=8);

    %uncorrect intervals
    y = y1.*(-2<t & t<=0)+y2.*(0<t & t<4)+y3.*(4<t &  t<=8);
% end g.m
```

Rezultat izvršenja programa:

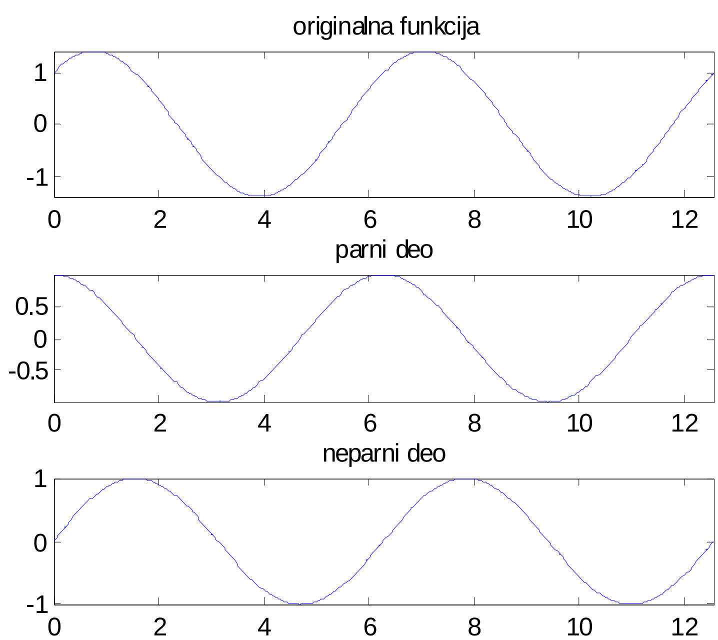


Slika 1.2. Grafički prikazi transformisanih signala

Fajl kontf3.m određuje parni i neparni deo signala $y(t) = \sin(t) + \cos(t)$

```
% kontf3.m
%
t = 0:0.01:4*pi;
y = sin(t)+cos(t);
subplot(3,1,1);plot(t,y);
title('originalna funkcija'); axis tight;

ye = (y+y(end:-1:1))/2;
yo = (y-y(end:-1:1))/2;

subplot(3,1,2); plot(t,ye);
title('parni deo'); axis tight;

subplot(3,1,3); plot(t,yo);
title('neparni deo'); axis tight;
```

Rezultat izvršenja:



Slika 1.3. Grafički prikaz parnog i neparnog dela polazne funkcije

Zadatak 3 - Složeni diskretni signali i osnovne transformacije

a) Nacrtati diskretne signale

- $x[n] = 3\cos(\frac{3\pi n}{10}) + 2\sin(\frac{2\pi(n+1)}{6}), \quad -22 < n < 22,$
- $x[n] = 3ne^{-|n/5|}, \quad -19 < n < 19,$
- $x[n] = 17\frac{n^2}{3} + 13n^3, \quad -14 < n < 14.$

b) Dat je signal

$$g[n] = \begin{cases} 1, & n \le -2 \\ -4+3n, & -2 < n \le 0 \\ 4-2n, & 0 < n \le 4 \\ 13-2n, & 4 < n \le 8 \\ -1 & n > 8 \end{cases}$$

Nacrtati dati signal, kao i njegove transformacije $g[2n], \quad \frac{1}{2}g[2(n-1)], \quad 2g[n/2+1]$.

c) Nacrtati date funkcije, kao i njihove parne, odnosno neparne delove:

- $x[n] = 13\cos(\frac{2\pi n}{7} - \frac{\pi}{4}),$
- $x[n] = \cos(\frac{2\pi n}{4})(u[n-3] - u[n+2]).$

Primer:

Fajl dfun.m iscrtava funkciju

$$g[n] = \begin{cases} -2, & n < -4 \\ n, & -4 \le n < 1 \\ 4/n, & n \ge 1 \end{cases}$$

i transformacije $g[-n], \ g[2-n], \ g[2n], \ g[n/2]$

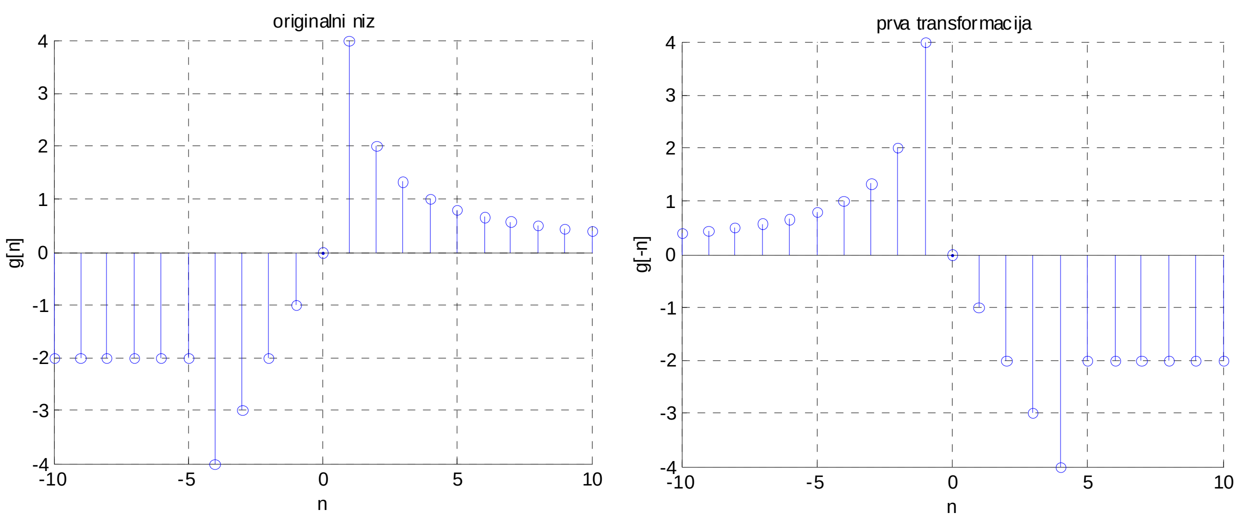
```
% dfun.m
nmin = -10; nmax=10;
n = nmin:1:nmax;
g0 = g(n);
g1 = g(-n);
g2 = g(2-n);
g3 = g(2*n);
g4 = g(n/2);

stem(n,g0);
```

```
xlabel('n');ylabel('g[n]');title('originalni niz');
grid;
pause

stem(n,g1);
xlabel('n');ylabel('g[-n]');title('prva transformacija');
grid;
pause

stem(n,g2);
xlabel('n');ylabel('g[2-n]');title('druga transformacija');
grid;
pause
stem(n,g3);
xlabel('n');ylabel('g[2n]');title('treca transformacija');
grid;
pause

stem(n,g4);
xlabel('n');ylabel('g[n/2]');title('IV transformacija');
grid;
pause
close
```

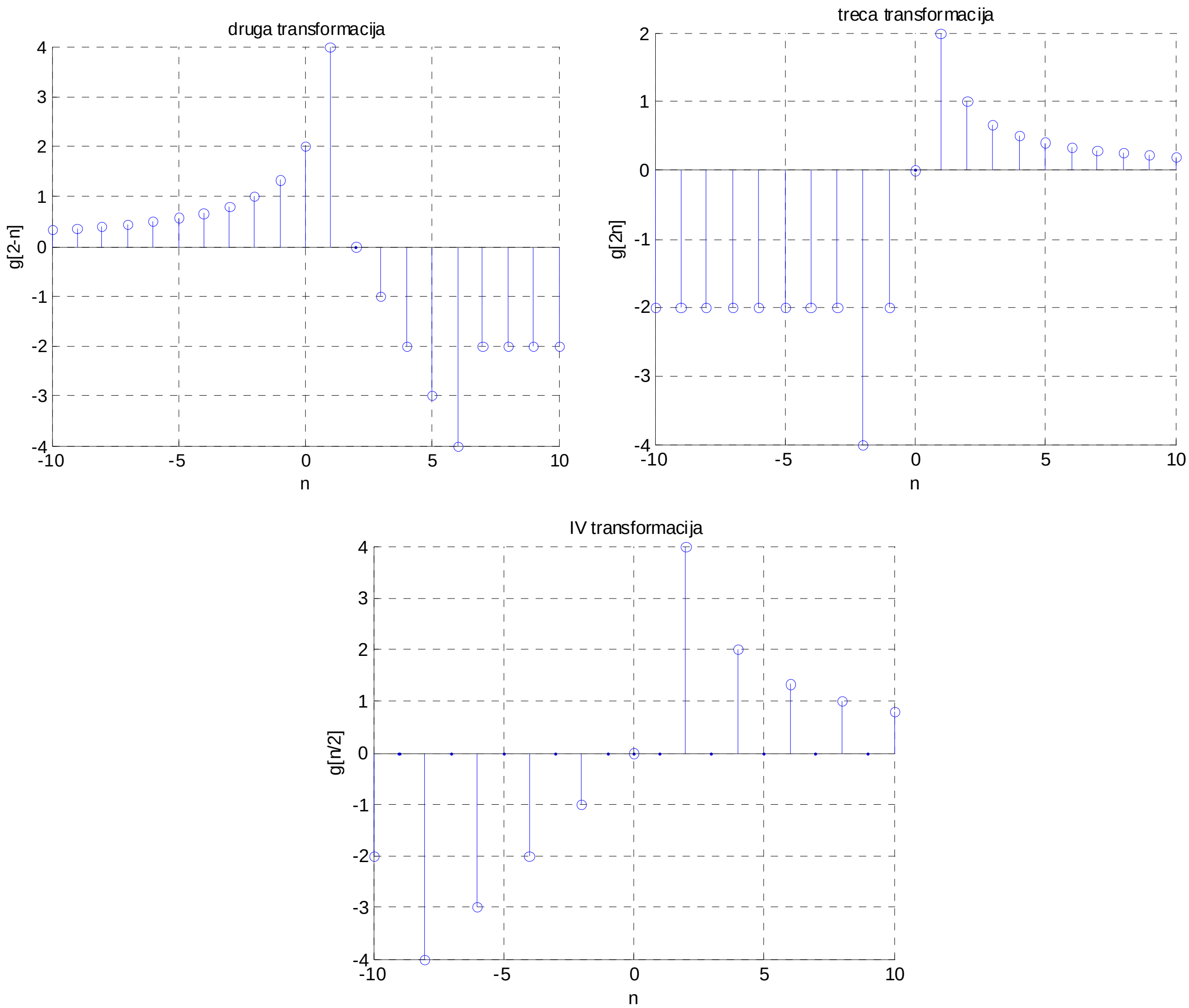
Funkcija $g[n]$ je definisana u fajlu g.m:

```
function y = g(n)
y1 = n;
P = 4*ones(1,length(n));
y2 = P./(n+0.00000001);
y = -2*(n<-4)+y1.*(-4<=n & n<1)+y2.*(1<=n);
ss = find(round(n)~=n);
y(ss) = NaN;
```

Rezultati izvršavanja:



Slika 1.4. Grafički prikaz polaznog signala i prve transformacije



Slika 1.5. Grafički prikaz preostalih transformacija polaznog signala