Електротехнички факултет Универзитета у Београду — Катедра за Електронику 04. септембар 2021.

Интегрални испит из Сигнала и система

Напомене. Израда интегралног испита траје 180 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка испита. Дозвољено је писање графитном оловком. Дозвољена је употреба овог формулара, једне испитне вежбанке и *неизмењеног* листа са таблицама са сајта Предмета. Дозвољена је и употреба непрограмабилних калкулатора. Задатке решавати искључиво у вежбанци. Питања решавати на белинама формулара, коначне одговоре уписати у одговарајуће кућице, вежбанка се може користити за концепт. Питања и задаци ће бити прегледани само уколико се налазе на одговарајућим местима. *Одговори без извођења неће бити признати.* Вредновање питања и задатака означено је угластим заградама иза одговарајуће ознаке тачке. Свако евентуално преписивање и коришћење недозвољених средстава биће санкционисано према актима Факултета.

Попунити податке о студенту. Исте податке исписати и на омоту вежбанке.
На омоту вебжанке написати и „ИНТЕГРАЛНИ ИСПИТ“.

Подаци о студенту		ЛАБ. ВЕЖБЕ	УКУПНО ПОЕНА
Број индекса (година/број)	Име и презиме		
			ОЦЕНА

ПИТАЊА					ЗАДАЦИ			ИНТЕГРАЛНИ ИСПИТ
1	2	3	4	Σ	1	2	Σ	

Питања.

1.[10п] Нека је дат систем једначина $\begin{cases} \left(\mathrm{D}^2 + \dfrac{1}{100}\right) g(t) = \mathrm{D}x(t) \\ y(t) = g(t) \cdot \displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \delta(t - kT - \tau) \end{cases}$, где су $\tau > 0$ и $T > 0$, а D је оператор диференцирања. Дати систем једначина описује каузалан *LTI* систем чији је једини улаз $x(t)$ а једини излаз $y(t)$. Израчунати минималну вредност параметра T тако да постоји вредност параметра τ за коју је посматрани систем стабилан у *BIBO* смислу.

$T =$

2.[15п] Нека је дат дискретан *LTI* систем диференцном једначином $\left(\mathrm{E} - \dfrac{1}{10}\right) y[n] = x[n]$, где је E оператор предикције. Побуда система је $x[n] = 22\left(\dfrac{1}{10}\right)^{n-1} \mathrm{u}[n]$ а позната је и једна вредност одзива, $y[0] = 10$. Одредити (а)**[5п]** сопствени и (б)**[10п]** принудни одзив система за задату побуду.

(а)	(б)
$y_{\mathrm{s}}[n] =$	$y_{\mathrm{p}}[n] =$

3.[15п] Одредити (а)**[10п]** област конвергенције, ROC, Z трансформације сигнала $h[n] = 2^{-n}\,\mathrm{u}[n] + (-1)^{-n}\,\mathrm{u}[-n] + \left(\dfrac{3}{4}\right)^{n} \mathrm{u}[n]$, и (б)**[5п]** ту трансформацију $H(z)$.

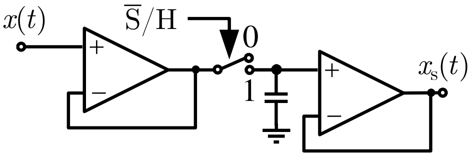
(а)

ROC :

(б)

$H(z) =$

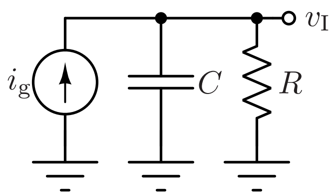
4.[10п] Сигнал $x(t) = 2\sin\left(\omega_0 t + \dfrac{\pi}{6}\right)$, где је $\omega_0 = 100\pi$, доводи се на улаз кола са слике. Прекидач у колу контролише се логичким сигналом облика $s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \big(\mathrm{u}(t+\varepsilon-kT_\mathrm{s}) - \mathrm{u}(t-\varepsilon-kT_\mathrm{s})\big)$, при чему је $\varepsilon \to 0^+$, тако да је прекидач у положају 1 када је $s(t)=1$. Ако се сигнал $x_\mathrm{s}(t)$ обради идеалним филтром функције преноса $H(\mathrm{j}\omega) = a\,\mathrm{rect}\left(\dfrac{\omega}{4\omega_0}\right)$, одредити константу a тако да се као резултат обраде добије тачно $y(t) = 2\sin\left(\omega_0 t + \dfrac{\pi}{6} + \phi\right)$, за неку вредност параметра ϕ.



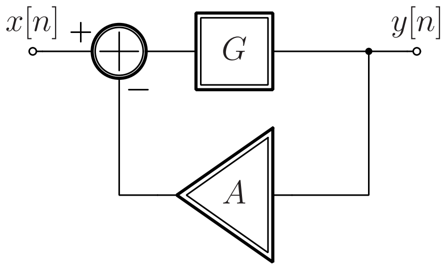
$a =$

Задаци.

1. [25п] У колу са слике познато је $R = 1\,\mathrm{k\Omega}$ и $C = 100\,\mathrm{nF}$. Посматра се континуални систем, чији је једини улаз струја идеалног струјног генератора $i_\mathrm{g} = i_\mathrm{g}(t)$, а једини излаз напон $v_\mathrm{I} = v_\mathrm{I}(t)$. Одредити (а)**[5п]** диференцијалну једначину тог система, у облику $P(\mathrm{D})\,v_\mathrm{I} = Q(\mathrm{D})\,i_\mathrm{g}$, где је $\mathrm{D} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}$, и испитати (б)**[5п]** његову асимптотску стабилност. Тако одређен систем потребно је симулирати на дигиталном рачунару, зарад чега је неопходно дати систем дискретизовати у времену. Дискретизација се обавља заменом оператора диференцирања у времену скалираним оператором диференце унапред $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \mapsto \dfrac{\Delta}{T}$, а дискретизовани систем онда апроксимира еквивалентна диференцна једначина, $P\left(\dfrac{\Delta}{T}\right)\hat{v}_\mathrm{I} = Q\left(\dfrac{\Delta}{T}\right)\hat{\imath}_\mathrm{g}$, по низовима $\hat{v}_\mathrm{I}[n] = v_\mathrm{I}(nT)$ и $\hat{\imath}_\mathrm{g}[n] = i_\mathrm{g}(nT)$, где је $T > 0$ период дискретизације. У зависности од параметра T (в)**[10п]** испитати стабилност дискретизованог система у асимптотском смислу. За вредност T за коју је систем маргинално стабилан (г)**[5п]** скицирати импулсни одзив дискретизованог система.



2.[25п] На слици је приказан блок дијаграм дискретног система у коме је употребљен идеалан појачавач појачања $A \in \mathbb{R}$ и систем G чији је импулсни одзив $g[n] = 2^n\big(1+\cos(\pi n)\big)\,\mathrm{u}[n-1]$. Одредити (а)**[5п]** функцију преноса $G(z)$ система G и (б)**[5п]** функцију преноса целокупног система $H(z) = \dfrac{Y(z)}{X(z)}$. Одредити опсег вредности параметра A тако да систем са слике, функције преноса, $H(z)$, буде (в)**[5п]** стабилан, (г)**[5п]** нестабилан и (д)**[5п]** маргинално стабилан, у погледу асимптотске стабилности.



Одговори на питања и решења задатака

Питања.

1. $T = 20\pi$

2. (а) $y_\mathrm{s}[n] = 10\left(\frac{1}{10}\right)^n \mathrm{u}[n]$, (б) $y_\mathrm{p}[n] = 2200n\left(\frac{1}{10}\right)^n \mathrm{u}[n]$

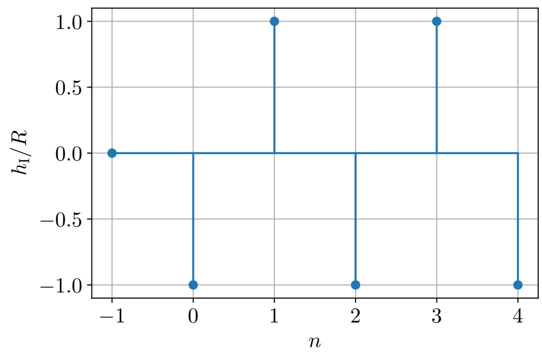
3. (а) ROC $: \frac{1}{2} < |z| < 1$, (б) $H(z) = \dfrac{z}{z-\frac{1}{2}} + \dfrac{z}{z+1} + 1 + \dfrac{z}{z-\frac{3}{4}}$

4. $a = \dfrac{\pi}{4\sqrt{2-\sqrt{2}}} \approx 1{,}02$

Задаци.

1. (а) Диференцијална једначина система је $Ri_\mathrm{g} = (\tau\mathrm{D}+1)v_\mathrm{I}$, где је $\tau = 200\,\mu\mathrm{s}$. (б) Систем је асимптотски стабилан. (в) Дискретизовани систем је $\left\{\begin{matrix}\text{стабилан}\\ \text{маргинално стабилан}\\ \text{местабилан}\end{matrix}\right\}$ за $\left\{\begin{matrix}T < 200\,\mu\mathrm{s}\\ T = 200\,\mu\mathrm{s}\\ T > 200\,\mu\mathrm{s}\end{matrix}\right\}$. (г) Тражени дијаграм је приказан на слици. $h_\mathrm{I}[n] = -R(-1)^n\mathrm{u}[n]$.

Видети и задатак 10. из 3. недеље вежби.



2. (а) $G(z) = \dfrac{8}{z^2-4}$, (б) $H(z) = \dfrac{8}{z^2-4+8A}$ (в) Систем је стабилан за $A \in \left(\frac{3}{8}, \frac{5}{8}\right)$ (в) Систем је нестабилан за $A \in \left(-\infty, \frac{3}{8}\right) \cup \left(\frac{5}{8}, +\infty\right)$. (в) Систем је маргинално стабилан за $A \in \left\{\frac{3}{8}, \frac{5}{8}\right\}$

Видети и 5. задатак из 12. недеље вежби.

- **Резултати интегралног испита биће објављени најкасније до уторка, 7. септембра, у 20:00h.**
- **Термин увида у радове биће саопштен накнадно.**