Први колоквијум из Сигнала и система

Напомене. Израда првог колоквијума траје 120 минута. Није дозвољено напуштање сале 60 минута од почетка колоквијума. Дозвољено је писање графитном оловком. Дозвољена је употреба овог формулара и једне који се морају заједно предати. Одговарајуће таблице које се могу користити су на формулару. Дозвољена је употреба једног једнострано својеручно исписаног листа А4 формата са литературом. Дозвољена је и употреба непрограмабилних калкулатора. Задатке решавати искључиво у вежбанци. Питања решавати на белинама формулара, коначне одговоре уписати у одговарајуће кућице, вежбанка се може користити за концепт. Питања и задаци ће бити прегледани само уколико се налазе на одговарајућим местима. *Одговори без извођења неће бити признати.* Вредновање питања и задатака означено је угластим заградама поред одговарајуће ознаке тачке. Свако евентуално преписивање и коришћење недозвољених средстава биће санкционисано према актима Факултета.

Попунити податке о студенту. Исте податке исписати и на омоту вежбанке.

Подаци о студенту				
Број индекса (година/број)	Име и презиме		Сала	
				ПРВИ КОЛОКВИЈУМ
ПИТАЊА			ЗАДАТАК	
1	2	Σ		

Питања.

1. **[1п]** (а) Применом особина парних и непарних сигнала израчунати вредност интеграла $J = \int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\cos(t)}{1+\pi^t}\mathrm{d}t$.

[1п] (б) Испитати BIBO стабилност континуалног система чији је импулсни одзив $h(t) = \frac{1}{t+1}\,\mathrm{u}(t)$. Уколико је систем стабилан навести доказ, а уколико није стабилан навести контрапример побудног сигнала.

[2п] (в) Нека је дат континуалан LTI систем у облику $(\mathrm{D}+2)^4\, y(t) = x(t)$, где су $x(t)$ и $y(t)$ побуда и одзив тог система редом, а $\mathrm{D} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}$. Одредити импулсни одзив тог система $h(t)$.

[2п] (г) Израчунати максималну тренутну вредност сигнала $x(t) = Ш_T(t) * \left(\mathrm{e}^{-t}\mathrm{u}(t)\right)$, где је $T = 1$.

[2п] (д) Нека су дати простопериодични сигнали $x(t) = \cos(\omega t)$ и $y(t) = \cos(\omega t + \phi)$. Израчунати вредности параметра ϕ $(0 \leqslant \phi < 2\pi)$ тако да средња снага сигнала $x(t) + y(t)$ буде једнака збиру средњих снага сигнала $x(t)$ и $y(t)$.

(а)	(б)	(в)	(г)	(д)
$J =$		$h(t) =$	$\max x(t) =$	$\phi \in$

2. **[2п]** (а) Импулсни одзив дискретног LTI система дат је изразом $h[n] = n\,\mathrm{u}[n]$. Ако је $y[n]$ одзив тог система на побуду $x[n] = \mathrm{u}[n]$, израчунати вредност $y[200]$.

[1п] (б) Дат је дискретан сигнал у облику $x[n] = (\Delta\nabla)^2\,\delta[n]$, где су Δ и ∇ диференца унапред и диференца уназад респективно. Израчунати енергију сигнала $x[n]$.

[1п] (в) Испитати BIBO стабилност LTI система чији је импулсни одзив дат изразом $h[n] = \frac{(-1)^n}{n^2}\mathrm{u}[n-1]$.

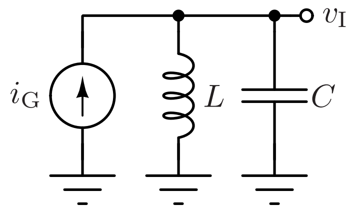
[1п] (г) Одредити могуће вредности дискретне кружне учестаности Ω_0 сигнала $x[n] = 5\cos(\Omega_0 n)$, периоде $N = 3$, тако да његова средња вредност буде равна нули.

[2п] (д) Коришћењем једног идеалног блока за кашњење $(\mathrm{D} = \mathrm{n} \mapsto \mathrm{n}-1)$ и једног идеалног суматора, нацртати један блок дијаграм система који реализује функцију акумулатора, $y[n] = \sum\limits_{k=-\infty}^{n} x[k]$.

(а)	(б)	(в)
$y[200] =$	$W_x =$	
(г)	(д)	
$\Omega_0 \in$		

Задатак.

[15п] У колу са слике познати су $L = 10\,\mu\mathrm{H}$ и $C = 10\,\mu\mathrm{F}$. Посматра се систем чији је једини улаз струја идеалног струјног генератора $i_\mathrm{G} = i_\mathrm{G}(t)$ а једини излаз напон у колу $v_\mathrm{I} = v_\mathrm{I}(t)$.



(а) Одредити диференцијалну једначину тог система. **[4п]**

(б) Одредити одзив система за импулсну побуду $i_\mathrm{G}(t) = 1\,\mu\mathrm{C}\,\delta(t)$. **[4п]**

(в) Полазећи од резултата претходне тачке, одредити одзив система за побуду $i_\mathrm{G}(t) = 1\,\mathrm{mA}\,\mathrm{u}(t)$. **[4п]**

(в) Израчунати кружну учестаност простопериодичне побуде, ω_0, тако да у колу буде побуђен резонантни одзив. **[3п]**

Таблице.

Конволуција континуалних сигнала.

$x(t)$	$y(t)$	$x * y(t)$
$\mathrm{e}^{\lambda t}\,\mathrm{u(t)}$	$\mathrm{e}^{\lambda t}\,\mathrm{u(t)}$	$\frac{1}{2}t\mathrm{e}^{\lambda t}\,\mathrm{u}(t)$
$t^N\,\mathrm{u}(t)$	$\mathrm{e}^{\lambda t}\,\mathrm{u}(t)$	$\left(\frac{N!\mathrm{e}^{\lambda t}}{\lambda^{N+1}} - \sum_{k=0}^{N}\frac{N!t^{N-k}}{\lambda^{k+1}(N-k)!}\right)\mathrm{u}(t)$
$t^M\,\mathrm{u}(t)$	$t^N\,\mathrm{u}(t)$	$\frac{M!N!}{(N+M+1)!}t^{N+M+1}\,\mathrm{u}(t)$
$t\mathrm{e}^{\lambda_1 t}\,\mathrm{u}(t)$	$\mathrm{e}^{\lambda_2 t}\,\mathrm{u}(t)$	$\frac{\mathrm{e}^{\lambda_2 t} - \mathrm{e}^{\lambda_1 t} + (\lambda_1-\lambda_2)t\mathrm{e}^{\lambda_1 t}}{(\lambda_1-\lambda_2)^2}\,\mathrm{u}(t)$
$t^M\mathrm{e}^{\lambda t}\,\mathrm{u}(t)$	$t^N\mathrm{e}^{\lambda t}\,\mathrm{u}(t)$	$\frac{M!N!}{(N+M+1)!}t^{N+M+1}\mathrm{e}^{\lambda t}\,\mathrm{u}(t)$
$\mathrm{e}^{-\sigma t}\cos(\omega t+\theta)\,\mathrm{u}(t)$	$\mathrm{e}^{\lambda t}\,\mathrm{u}(t)$	$\frac{\cos(\psi)\mathrm{e}^{\lambda t} - \mathrm{e}^{-\sigma t}\cos(\omega t+\psi)}{\sqrt{\omega^2+(\sigma+\lambda)^2}}\,\mathrm{u}(t)$ где су $\phi = \arg((\sigma+\lambda)+\mathrm{j}\omega)$, и2 $\psi = \theta - \phi$

Конволуција дискретних сигнала.

$x[n]$	$y[n]$	$x * y[n]$
$\lambda^n\,\mathrm{u}[n]$	$\lambda^n\,\mathrm{u}[n]$	$(1+n)\lambda^n\,\mathrm{u}[n]$
$n\,\mathrm{u}[n]$	$\lambda^n\,\mathrm{u}[n]$	$\frac{\lambda^{n+1}-\lambda(1+n)+n}{(\lambda-1)^2}\,\mathrm{u}[n]$
$n\lambda_1^n\,\mathrm{u}[n]$	$\lambda_2^n\,\mathrm{u}[n]$	$-\frac{\lambda_1\left(\lambda_1^n\lambda_2 n+\lambda_1^n\lambda_2-\lambda_1^{n+1}n-\lambda_2^{n+1}\right)}{(\lambda_1-\lambda_2)^2}\,\mathrm{u}[n]$
$n\lambda^n\,\mathrm{u}[n]$	$\lambda^n\,\mathrm{u}[n]$	$\frac{\lambda^n n(n+1)}{2}\,\mathrm{u}[n]$

Електротехнички факултет Универзитета у Београду — Катедра за Електронику 01. април 2023.

Први колоквијум из Сигнала и система

Питања.

1. (а) $J = 1$, (б) Систем није BIBO стабилан. Треба навести било који ограничени побудни сигнал за који одзив није ограничен, нпр. $x(t) = \mathrm{u}(t)$. (в) $h(t) = \frac{1}{6}t^3\mathrm{e}^{-2t}\mathrm{u}(t)$, (г) $\max x(t) = \frac{\mathrm{e}}{\mathrm{e}-1} \approx 1{,}58$, (д) $\phi = \left\{\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right\}$.

2. (а) $y[200] = 20100$, (б) $W_x = 70$, (в) Систем јесте BIBO стабилан. (г) $\Omega_0 = \frac{2\pi k}{3}$, $k \neq 0$
(д) Тражени блок дијаграм приказан је на слици.

Задатак.

(а) Диференцијална једначина система је $(1 + \mathrm{D}^2 LC)v_{\mathrm{I}}(t) = (LQ_0\mathrm{D})\delta(t)$. (б) Решавањем у временском домену налази се тражени одзив у облику $v_{\mathrm{I}}^{(б)}(t) = 100\,\mathrm{mV}\cos(\omega t)\mathrm{u}(t)$. (в) Трансформацијом одзива из претходне тачке налази се $v_{\mathrm{I}}^{(б)}(t) = 100\,\mu\mathrm{V}\sin(\omega t)\mathrm{u}(t)$. (г) Тражена кружна учестаност је $\omega_0 = 100\,\frac{\mathrm{krad}}{\mathrm{s}}$

- **Резултати првог колоквијума биће објављени најкасније до <u>петка, 7. априла, у 20:00h</u>.**
- **Термин увида у радове биће саопштен накнадно.**