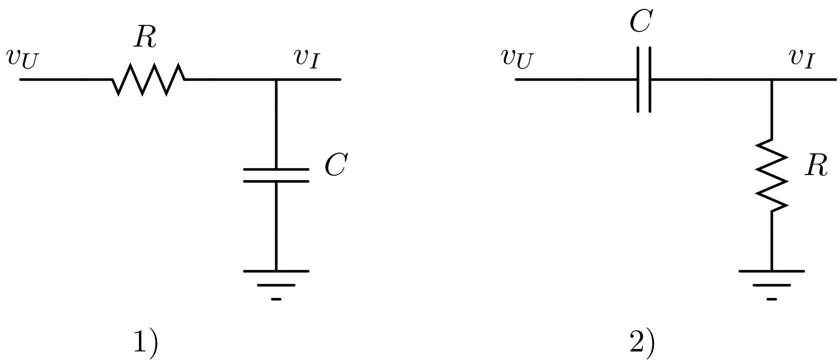
KOLA SA REAKTIVNIM ELEMENTIMA

Zadatak 1

Na slici 1.1 date su šeme dva kola sa po jednim reaktivnim elementom.

a) Odrediti funkcije datih kola.
b) Odrediti vrednost izlaznog napona u proizvoljnom vremenskom trenutku datih kola.
c) Odrediti vremenski trenutak u kojem će vrednost napona na izlazu biti jednaka polovini ulaznog napona datih kola.

Pretpostaviti da su kondenzatori prazni po uključenju sistema.



Slika 1.1: Šeme kola sa reaktivnim elementima

REŠENJE:

a) 1) Izlazni napon prvog kola je istovremeno i napon na kondenzatoru. Struja koja protiče kroz kondenzator data je izrazom 1.1

$$i = C\frac{\mathrm{d}v_I}{\mathrm{d}t} = \frac{v_U - v_I}{R} \tag{1.1}$$

Ukoliko izrazimo integral po $\mathrm{d}v_I$, dobija se

$$\int\limits_0^{v_I(t)} \mathrm{d}v_I = \frac{1}{RC}\int\limits_0^t (v_U - v_I)\mathrm{d}t$$

Ako pretpostavimo da je izlazni napon znatno manji od ulaznog, tj. da je $\tau = RC$ veliko, dobija se

$$v_I(t) = \frac{1}{RC}\int\limits_0^t v_U \mathrm{d}t$$

Odavde se vidi da ovo kolo ustvari predstavlja kolo za integraciju.

2) Izlazni napon drugog kola izražen preko napona na kondenzatoru dat je izrazom 1.2

$$v_I(t) = Ri(t) = RC\frac{\mathrm{d}v_C}{\mathrm{d}t} = RC\frac{\mathrm{d}(v_U - v_I)}{\mathrm{d}t} \tag{1.2}$$

Ukoliko opet pretpostavimo da je izlazni napon znatno manji od ulaznog, tj. da je $\tau = RC$ malo, dobija se

$$v_I(t) = RC\frac{\mathrm{d}v_U}{\mathrm{d}t}$$

Odavde se vidi da ovo kolo ustvari predstavlja kolo za diferenciranje.

b) Za napon u kolu sa jednim reaktivnim elementom važi izraz 1.3

$$v(t) = v(\infty) + (v(0^+) - v(\infty))e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{1.3}$$

1) Pošto je rečeno da je napon na kondenzatoru po uključenju 0V, onda je $v(0^+) = 0\mathrm{V}$. Nakon dovoljno dugo vremena napon na kondenzatoru će dostići vrednost ulaznog napona i prestaće da teče struja kroz otpornik, tako da je $v(\infty) = V_U$. Vremenska konstanta $\tau = RC$.
Zamenom ovih vrednosti u izraz 1.3, dobija se

$$v(t) = V_U + (0 - V_U)e^{-\frac{t}{\tau}} = V_U(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \tag{1.4}$$

2) Napon na kondenzatoru po uključenju je 0V. Pošto se napon na kondenzatoru ne može promeniti u trenutku, onda je $v(0^+) = V_U - 0 = V_U$. Nakon dovoljno dugo vremena napon na kondenzatoru će dostići vrednost ulaznog napona i prestaće da teče struja kroz otpornik, tako da je $v(\infty) = V_U - V_U = 0$. Vremenska konstanta $\tau = RC$.
Zamenom ovih vrednosti u izraz 1.3, dobija se

$$v(t) = 0 + (V_U - 0)e^{-\frac{t}{\tau}} = V_U e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{1.5}$$

c) 1) Interesuje nas trenutak t_p, kada je $v(t_p) = V_U/2$. Zamenom u izraz 1.4, dobija se

$$V_U/2 = V_U(1 - e^{-\frac{t_p}{\tau}})$$

odnosno

$$t_p = \tau \ln 2$$

2) U trenutku t_p, za koji vazi $v(t_p) = V_U/2$, prema izrazu 1.5 imamo

$$V_U/2 = V_U e^{-\frac{t_p}{\tau}}$$

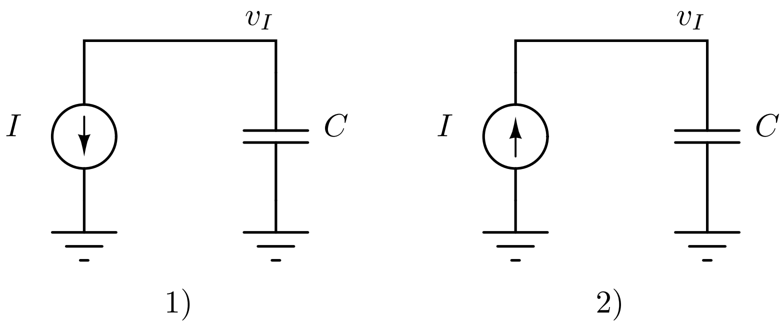
odnosno

$$t_P = \tau \ln 2$$

Zadatak 2

Na slici 1.1 date su šeme dva kola sa po jednim reaktivnim elementom i strujnim izvorom.

Odrediti vrednost izlaznog napona u proizvoljnom vremenskom trenutku datih kola. Pretpostaviti da je u prvom kolu kondenzator po uključenju napunjen do napona vrednosti V_P, dok je u drugom kolu kondenzator po uključenju ispražnjen.



Slika 2.1: Šeme kola sa reaktivnim elementima

REŠENJE:
Za oba kola važi jednačina 2.1 za struju kondenzatora.

$$i = C\frac{\mathrm{d}v_I}{\mathrm{d}t} \tag{2.1}$$

Ukoliko izrazimo integral po $\mathrm{d}v_I$, dobija se

$$\int\limits_{v_I(0)}^{v_I(t)} \mathrm{d}v_I = \frac{1}{C}\int\limits_0^t i\mathrm{d}t$$

Za prvo kolo važi $v_I(0) = V_P$, dok za drugo kolo važi $v_I(0) = 0$. Pošto u kolu imamo strujni izvor, onda član i može da izađe ispred integrala, pa imamo

$$\int\limits_{v_I(0)}^{v_I(t)} \mathrm{d}v_I = \frac{I}{C}\int\limits_0^t \mathrm{d}t$$

Rešavanjem datih integrala dobijamo:

1) Za prvo kolo
$$v_I(t) = V_P - \frac{I}{C}t$$

2) Za drugo kolo
$$v_I(t) = \frac{I}{C}t$$