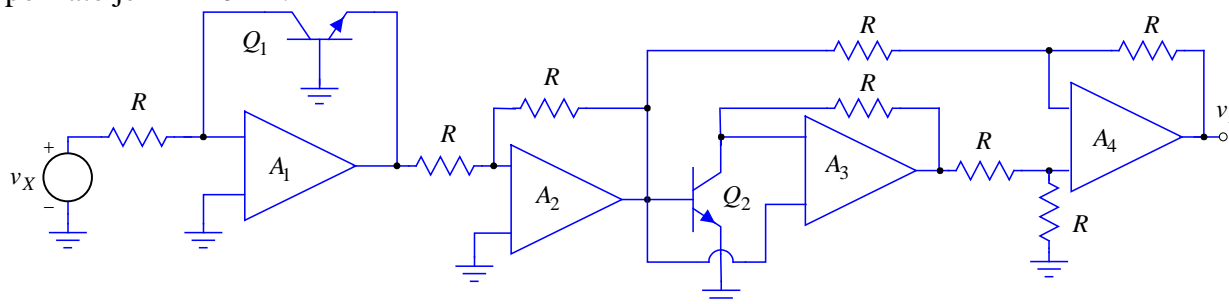


Glava 7

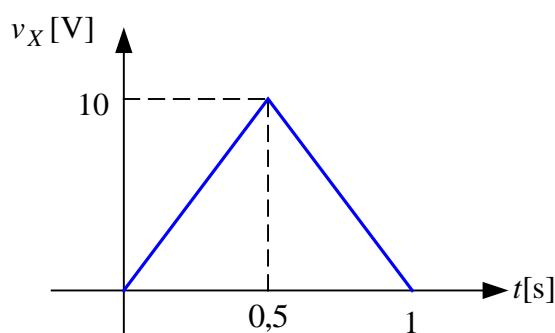
TRANSLINEARNA KOLA

7.1. Kolo sa slike 7.1a služi za poređenje karakteristika bipolarnih tranzistora Q_1 i Q_2 . Upotrebljeni operacioni pojačavači su idealnih karakteristika i napajaju se iz baterija $V_{CC} = 15V$ i $V_{EE} = -15V$, a poznato je $R = 10k\Omega$.



slika 7.1a

a) Odrediti polaritet ulaznih priključaka svih operacionih pojačavača tako da u kolu bude ostvarena negativna povratna sprega.



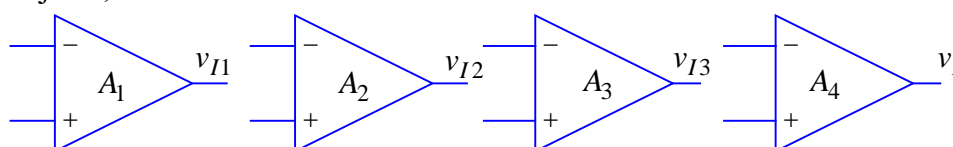
Slika 7.1b

Za ulazni signal kao na slici 7.1.b čija je učestanost $f_x = 1Hz$ odrediti i nacrtati vremenski oblik napona na izlazu $v_I(t)$ za tri slučaja:

- b1) ako su tranzistori identičnih karakteristika sa $I_S = 7,62 \cdot 10^{-16} A$;
- b2) ako su tranzistori različitih karakteristika sa $I_{S1} = 7,62 \cdot 10^{-16} A$ i $I_{S2} = 3,81 \cdot 10^{-16} A$;
- b3) ako su tranzistori različitih karakteristika sa $I_{S1} = 3,81 \cdot 10^{-16} A$ i $I_{S2} = 7,62 \cdot 10^{-16} A$;

Rešenje:

a) Kola sa povratnom spregom operacionih pojačavača međusobno ne utiču jedna na druge, pa se na osnovu faznih stavova lako zaključuje da su svi gornji ulazni priključci minus priključci, dok su donji plus priključci, slika 7.1.c.



Slika 7.1c

Pošto je

$$v_{I1} = -v_{BE1} = -V_T \ln \frac{i_{C1}}{I_{S1}} = -V_T \ln \frac{v_X}{RI_{S1}}, v_{I2} = -v_{I1} = v_{BE1} = V_T \ln \frac{v_X}{RI_{S1}},$$

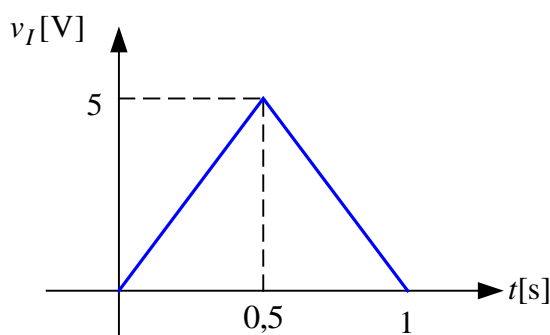
$$i_{C2} = I_{S2} e^{\frac{v_{BE2}}{V_T}} = I_{S2} e^{\frac{v_{I2}}{V_T}} = I_{S2} e^{\ln \frac{v_X}{RI_{S1}}} = \frac{v_X}{R} \frac{I_{S2}}{I_{S1}} \text{ i}$$

$$v_{I3} = v_{I2} + Ri_{C2} = V_T \ln \frac{v_X}{RI_{S1}} + v_X \frac{I_{S2}}{I_{S1}}.$$

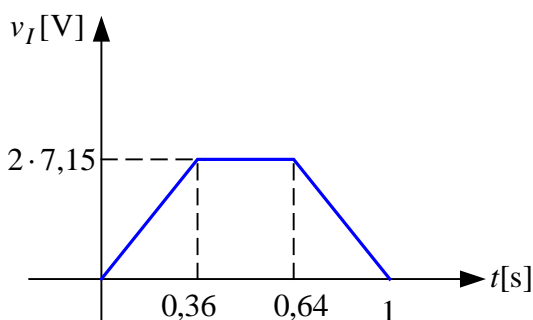
Operacioni pojačavač A_4 sa otpornicima R u kolu povratne sprege je diferencijalni pojačavač čije je pojačanje

$$\frac{v_I}{v_{I3} - v_{I2}} = 1,$$

a smenom se dobija



Slika 7.1d



Slika 7.1e

$$v_I = v_X \frac{I_{S2}}{I_{S1}}.$$

b1) Kada je $I_{S1} = I_{S2}$, izlazni napon je

$$v_I = v_X,$$

a njegov vremenski oblik je prikazan na slici 7.1b.

b2) Kada je $I_{S1} = 2I_{S2}$, izlazni napon je

$$v_I = v_X / 2,$$

a njegov vremenski dijagram je prikazan na slici 7.1d.

b3) Kada je $2I_{S1} = I_{S2}$, tada je

$$v_I = 2v_X.$$

Ovakva zavisnost važi sve dok operacioni pojačavač A_3 ne uđe u zasićenje

$$v_{I3} = V_{CC}.$$

Kako je

$$v_{I3} = v_{I2} + Ri_{C2} = V_T \ln \frac{v_X}{RI_{S1}} + 2v_X, \quad v_x = V_{X1},$$

sledi da je

$$v_X = \frac{V_{CC}}{2} - \frac{V_T}{2} \ln \frac{v_X}{RI_{S1}},$$

odnosno

$$v_X(k+1) = \frac{V_{CC}}{2} - \frac{V_T}{2} \ln \frac{v_X(k)}{RI_{S1}}, \quad k = 0, 1, \dots$$

Približno rešenje prethodne transcendentne jednakosti daje

$$V_{X1} \approx \frac{V_{CC}}{2} - \frac{V_{BE}}{2} = 7,15V.$$

Vremenski oblik izlaznog napona prikazan je na slici 7.1e.

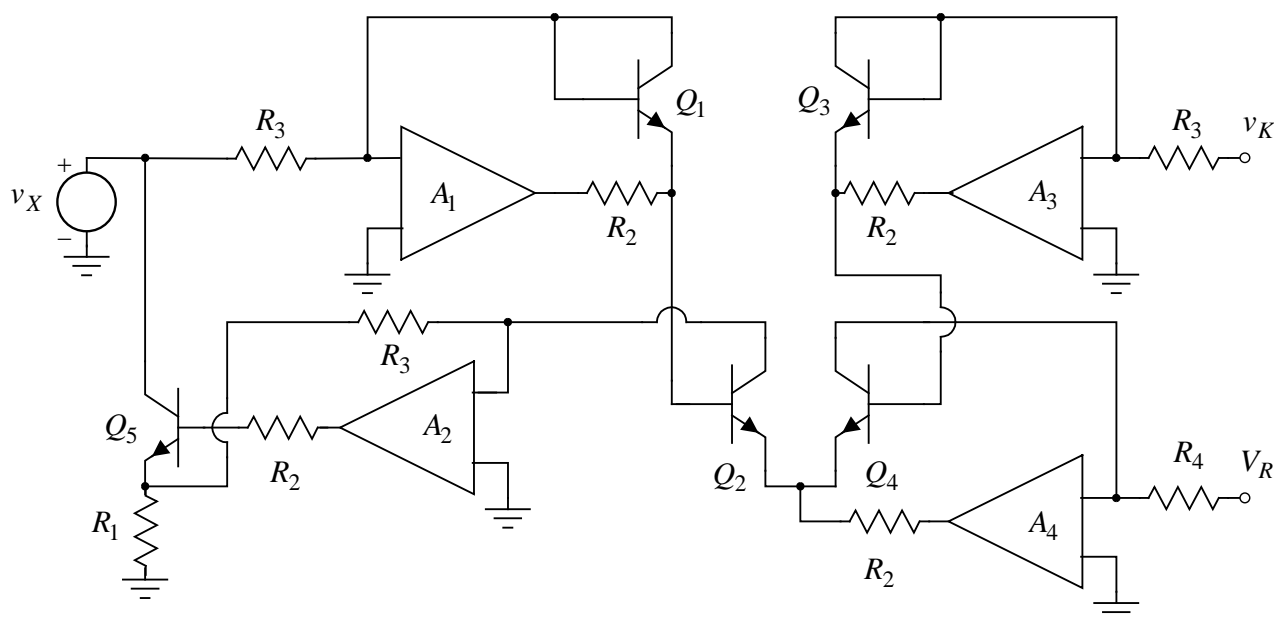
7.2. U kolu prikazanom na slici 7.2 upotrebljeni su idealni operacioni pojačavači koji se napajaju iz baterija $V_{CC} = -V_{EE} = 15V$, bipolarni tranzistori su identičnih karakteristika sa $\beta_F \rightarrow \infty$, $V_{CES} \approx 0$ i $V_{BES} \approx 0,6V$, a poznato je: $R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 6,8k\Omega$, $R_3 = 20k\Omega$, $R_4 = 24,3k\Omega$ i $V_R = 1,225V$.

a) Odrediti polaritet ulaznih priključaka operacionih pojačavača tako da u kolu bude ostvarena negativna povratna sprega. Smatrati da je $v_K > 0$ i $v_X > 0$.

Pod uslovom iz tačke a):

b) smatrajući da svi tranzistori rade u direktnom aktivnom režimu, odrediti i nacrtati zavisnost snage p_X koju ulaže pobudni generator v_X , u funkciji kontrolnog napona v_K , $0 < v_K \leq V_R$;

c) ako je $v_K = V_R$, odrediti i nacrtati zavisnost snage p_X i snage disipacije tranzistora Q_5 , $P_{C5} = v_{CES}i_{C5}$, u funkciji napona pobudnog generatora v_X , $0,8V < v_X \leq 1,5V$. Smatrati da je $v_{BE} \approx 0,6V$.



Slika 7.2.

Rešenje:

a) Sve povratne sprege u kolu međusobno su nezavisne. Naponi na bazi i emitoru tranzistora Q_1 su u fazi, tako da je za primenu negativne reakcije u kolu pojačavača A_1 potrebno da gornju ulazni priključak bude minus. Ista situacije je i u kolu pojačavača A_3 . Pri određivanju faznog stava po kružnom toku signala u kolu pojačavača A_2 i A_4 sve nezavisne pobude su isključene. Usled ovoga su tranzistori Q_2 i Q_4 stepeni sa zajedničkom bazom, što znači da su gornji ulazni priključci operacionih pojačavača A_2 i A_4 minus priključci.

b) Prema slici 7.2 je

$$v_{BE1} + v_{BE2} = v_{BE4} + v_{BE3},$$

odnosno

$$V_T \ln \frac{i_{C1}}{I_S} + V_T \ln \frac{i_{C2}}{I_S} = V_T \ln \frac{i_{C4}}{I_S} + V_T \ln \frac{i_{C3}}{I_S},$$

a pošto su tranzistori identičnih karakteristika, to je

$$i_{C1} i_{C2} = i_{C3} i_{C4}.$$

Zbog primenjene negativne povratne sprege u kolu i velikog koeficijenta strujnog pojačanja tranzistora

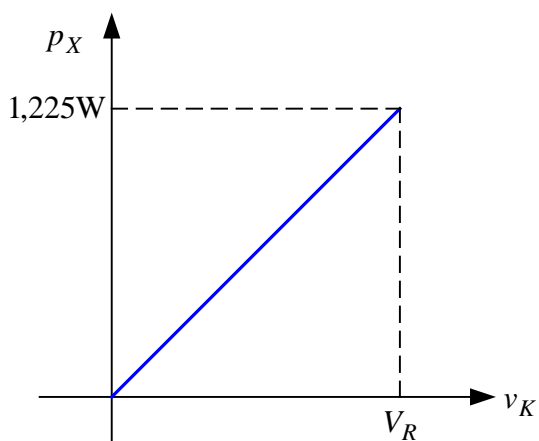
$$i_{C1} = \frac{v_X}{R_3}, \quad i_{C2} = \frac{v_{E5}}{R_3} = \frac{i_{C5}(R_1 \parallel R_3)}{R_3} \approx \frac{R_1}{R_3} i_{C5}, \quad i_{C3} = \frac{v_K}{R_3} \quad \text{i} \quad i_{C4} = \frac{V_R}{R_4}.$$

Sređivanjem prethodnih izraza postaje

$$i_{C5} = \frac{R_3}{R_1} i_{C2} = \frac{R_3}{R_1} \frac{i_{C3} i_{C4}}{i_{C1}} = \frac{R_3}{R_1 R_4} \frac{v_K V_R}{v_X},$$

posle čega se dobija snaga koju ulaže baterija

$$p_X = v_X i_X = v_X (i_{C5} + i_{C1}) = v_X \left(\frac{R_3}{R_1 R_4} \frac{v_K V_R}{v_X} + \frac{v_X}{R_3} \right) \approx 1[\text{A}] v_K + 5 \cdot 10^{-5} [\text{A/V}] \cdot v_X^2.$$



Slika 7.2a

Imajući u vidu vrednosti v_K i v_X , uticaj drugog člana u poslednjem izrazu je praktično zanemarljiv osim za male vrednosti $v_K \approx 0$, pa je

$$p_X \approx I[A]v_K.$$

Poslednja zavisnost prikazana je na slici 7.2a.

c) Pri smanjenju napona v_X u jednom trenutku dolazi do ulaska tranzistora Q_5 u zasićenje. Ovo se dešava kada je

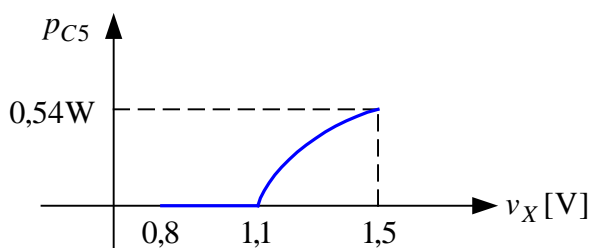
$$v_{E5} = v_X - V_{CES}, \quad v_X = V_{X1}$$

a pošto je

$$v_{E5} = R_3 i_{C2} = \frac{R_3 v_K V_R}{R_4 v_X},$$

smenom se dobija da je

$$V_{X1} = \sqrt{\frac{R_3}{R_4} v_K V_R} \approx 1,1V.$$



Slika 7.2b

Dakle, za $0,8 < v_X \leq V_{X1}$ tranzistor Q_5 je u zasićenju i tada je

$$p_{C5} = v_{CE5} i_{C5} \approx 0.$$

Lako se proverava da su u ovom opsegu ulaznog napona svi tranzistori u direktnom aktivnom režimu, a operacioni pojačavači izvan oblasti zasićenja.

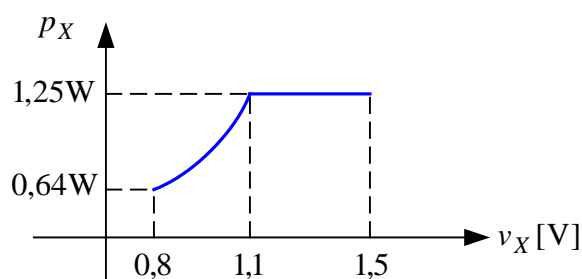
Za $V_{X1} < v_X \leq 1,5V$ tranzistor Q_5 radi u direktnom aktivnom režimu, kao i svi ostali, pa je

$$p_{C5} = v_{CE5} i_{C5} \approx v_X i_X - \frac{v_{E5}^2}{R_1} = 1,225W - \frac{1}{R_1} \left(\frac{R_3 v_K V_R}{R_4 v_X} \right)^2 = 1,225W - \frac{1,525[AV^3]}{v_X^2}.$$

Maksimalna snaga disipacije ima se za $v_X = 1,5V$ i iznosi

$$p_{C5\max} \approx 0,54W.$$

Na osnovu prethodnog na slici 7.2b prikazana je zavisnost $p_{C5} = p_{C5}(v_X)$.



Slika 7.2c

Kada je tranzistor u zasićenju, snaga koju daje baterija za napajanje, s obzirom na odnose otpornosti, praktično se troši na emitorskom otporniku R_1

$$p_X \approx v_X^2 / R_1, \quad 0,8V \leq v_X \leq V_{X1}$$

dok je za $V_{X1} < v_X \leq 1,5V$ ova snaga približno konstantna

$$p_X \approx I[A]v_K = 1,225W.$$

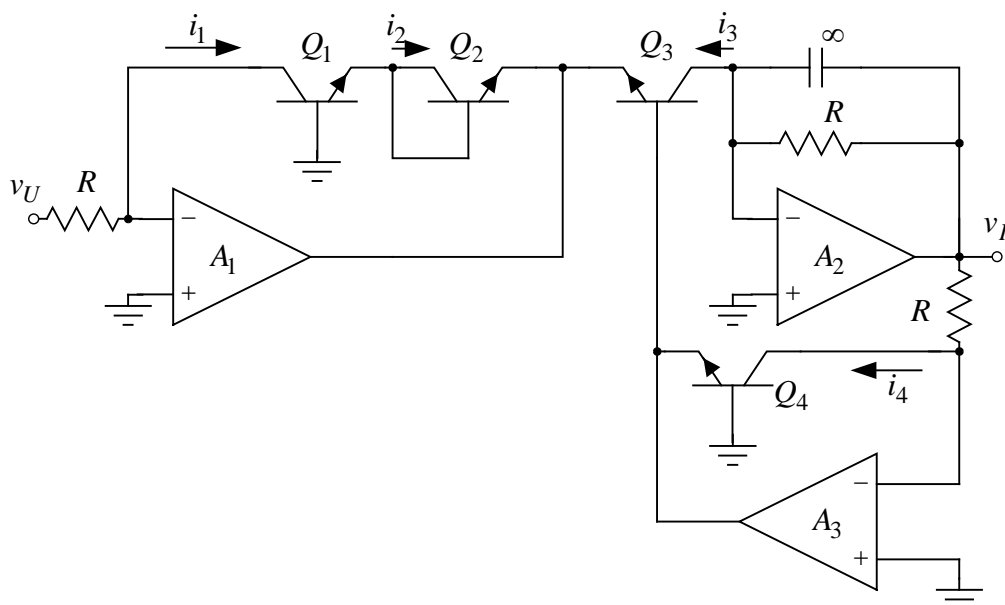
Na slici 7.2c prikazana je zavisnost snage koju ulaže baterija v_X , $p_X = p_X(v_X)$.

7.3. U kolu sa slike 7.3 operacioni pojačavači su idealni, a tranzistori su identičnih karakteristika.

a) Odrediti polaritet ulaznog napona za koji svi tranzistori rade u direktnom aktivnom režimu.

b) Pod uslovom iz tačke a), za ulazni napon $v_U = V_0 + V_m \sin(2\pi ft)$ odrediti $v_I(t)$ i objasniti funkciju kola.

c) Predložiti kolo koje treba pridodati postojećem, tako da obavlja funkciju iz tačke b), a da pritom njegov rad ne zavisi od polariteta ulaznog napona. Na raspolaganju su operacioni pojačavač, diode i otpornici.



Slika 7.3.

Rešenje:

a) S obzirom da je baza ulaznog tranzistora na masi, spoj baza kolektor ovog tranzistora uvek je inverzno polarisan. Da bi kolektorska struja tranzistora Q_1 , i_1 , bila veća od nule potrebno je da bude

$$v_U > 0.$$

Prethodni uslov obezbeđuje da svi tranzistori u određenom opsegu ulaznog napona provode struju u direktnom aktivnom režimu.

b) Po II Kirhofovom zakonu je

$$v_{BE1} + v_{BE2} = v_{BE4} + v_{BE3},$$

odakle se dobija

$$V_T \ln \frac{i_1}{I_S} + V_T \ln \frac{i_2}{I_S} = V_T \ln \frac{i_4}{I_S} + V_T \ln \frac{i_3}{I_S}.$$

odnosno

$$i_1 i_2 = i_3 i_4.$$

Zbog primenjene negativne povratne sprege i velikog koeficijenta strujnog pojačanja je

$$i_1 = \frac{v_U}{R}, \quad i_2 = i_1 = \frac{v_U}{R}, \quad i_4 = \frac{v_I}{R}.$$

Zbog $C \rightarrow \infty$ kroz otpornost R u kolu pojačavača A_2 teče samo jednosmerna komponenta struje i_3 , dok kroz kondenzator protiče njen promenljivi deo

$$i_3 = I_{30} + I_{31} \sin(\omega t + \varphi_1) + I_{32} \sin(2\omega t + \varphi_2) + \dots, \quad i_R = I_{30}, \quad v_I = R I_{30}.$$

Na osnovu ovoga se zaključuje da je

$$i_4 = I_{30} = \bar{i}_3.$$

gde je \bar{i}_3 srednja vrednost struje i_3 .

Prema relaciji $i_1 i_2 = i_3 i_4$, smenom se dobija

$$i_1^2 = i_3 i_4 = I_{30}^2 + I_{30} I_{31} \sin(\omega t + \varphi_1) + I_{30} I_{32} \sin(\omega t + \varphi_2) + \dots,$$

na osnovu čega se zaključuje da je

$$I_{30}^2 = \overline{i_1^2}, \text{ ili } I_{30} = \sqrt{\overline{i_1^2}}.$$

Na osnovu ovoga izlazni napon je

$$v_I = R I_{30} = R \sqrt{\overline{i_1^2}} = R I_{1\text{eff}} = R \frac{V_{u\text{eff}}}{R} = V_{u\text{eff}},$$

što znači da kolo na svom izlazu daje podatak o efektivnoj vrednosti ulaznog napona.

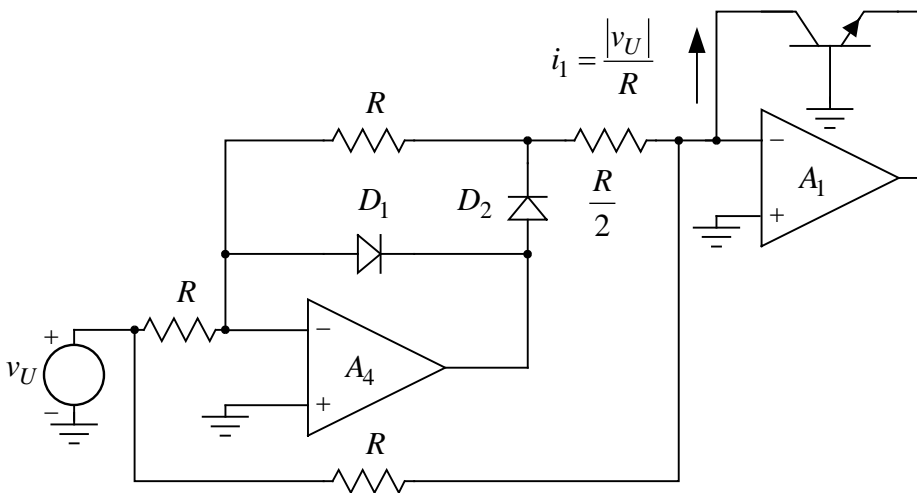
Pošto je ulazni napon

$$v_U = V_0 + V_m \sin(2\pi f t) \text{ i}$$

$$v_U^2 = V_0^2 + 2V_0 V_m \sin(2\pi f t) + V_m^2 \sin^2(2\pi f t) = V_0^2 + 2V_0 V_m \sin(2\pi f t) + V_m^2 / 2 - (V_m^2 / 2) \cos(4\pi f t),$$

izlazni napon je

$$v_I = \sqrt{\overline{v_U^2}} = \sqrt{V_0^2 + V_m^2 / 2}.$$



Slika 7.3a

c) Struja kolektora ulaznog tranzistora, bez obzira na polaritet ulaznog napona, treba da bude veća od nule. Za ispravan rad kola za oba polariteta napona pobudnog generatora potrebno je da bude

$$i_1 = |v_U| / R.$$

Kolo sa slike 7.3a. obavlja navedenu funkciju.

Za $v_U > 0$ provodi

dioda D_1 , dioda D_2 ne provodi, a kroz granu sa otpornostima R i $R/2$ ne protiče struja. Ovo je ista situacija kao i u prethodnoj tački

$$i_1 = v_U / R.$$

Kada je $v_U < 0$ dioda D_2 provodi, dioda D_1 je zakočena, a tada je

$$i_1 = \frac{-v_U}{R/2} + \frac{v_U}{R} = -\frac{v_U}{R}.$$

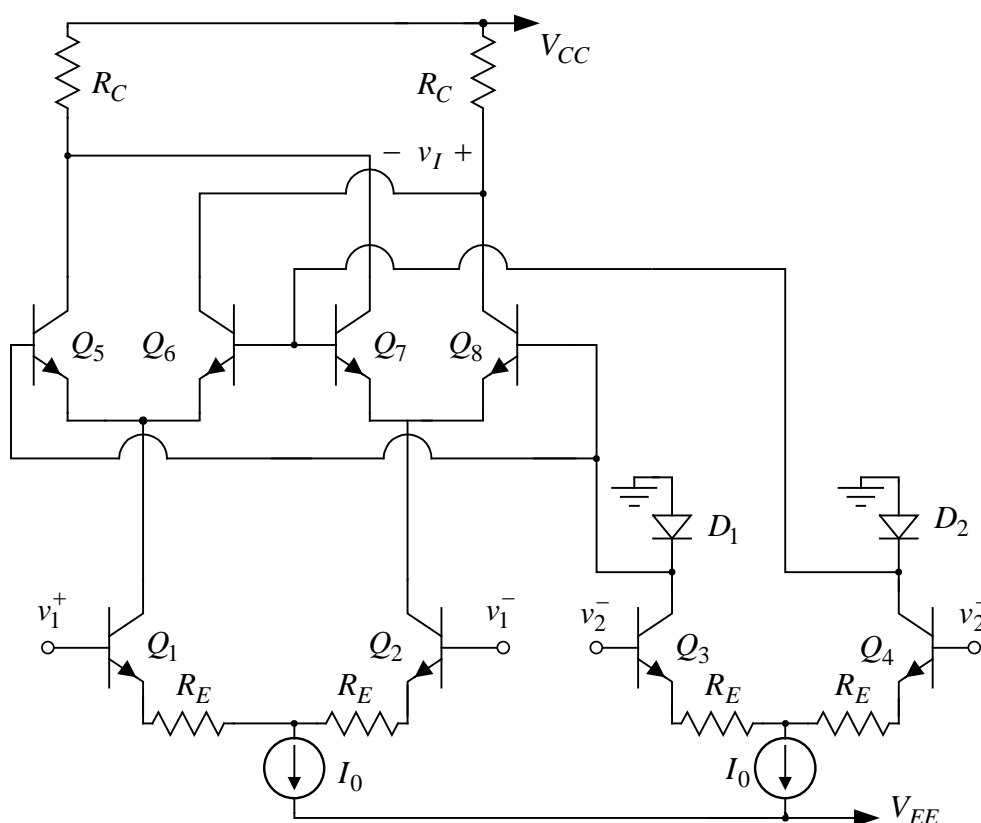
7.4. U kolu sa slike 7.4 svi tranzistori su identičnih karakteristika sa $\beta_F \gg 1$, sve diode su identičnih karakteristika, a poznato je: $V_{CC}, V_{EE}, V_{BE1} = V_{BE2} = V_{BE}, V_{BE3} = V_{BE4} = V_{BE}, I_0, R_C$ i R_E .

a) Odrediti zavisnost izlaznog napona $v_I = v_I(v_1^+, v_1^-, v_2^+, v_2^-)$.

b) Smatrajući da R_C ima dovoljno malu vrednost da izlazni tranzistori ne idu u oblast zasićenja, odrediti opseg vrednosti $v_1^+ - v_1^-$, kao i $v_2^+ - v_2^-$ za koju kolo obavlja funkciju iz tačke a).

c) Ako se na jedan ulaz dovode simetrični pravougaoni impulsi amplitude V_m , srednje vrednosti nula i učestanosti f_1 , a na drugi ulaz sinusoidalni napon amplitude V_m , nulte srednje vrednosti i

učestanosti $f_2 \leq 10f_1$, nacrtati vremenski oblik izlaznog napona, $v_I(t)$. Amplituda ulaznih napona nalazi se u opsegu iz tačke b).



Slika 7.4.

Rešenje:

a) U emitorima ulaznih diferencijalnih pojačavača nalaze se otpornosti. Zahvaljujući negativnoj reakciji ove otpornosti linearizuju karakteristiku prinosa. Stoga se može reći da je $v_{BEi}, i=1,2,3,4 \approx const = V_{BE}$.

Prema II Kirhofovom zakonu je

$$v_1^+ - v_{BE1} - R_E i_{C1} + R_E i_{C2} + v_{BE2} - v_1^+ = 0 \text{ i } v_2^+ - v_{BE4} - R_E i_{C4} + R_E i_{C3} + v_{BE3} - v_2^- = 0$$

odakle se dobija

$$v_1 = R_E (i_{C1} - i_{C2}), \quad v_1 = v_1^+ - v_1^- \text{ i } v_2 = R_E (i_{C4} - i_{C3}), \quad v_2 = v_2^+ - v_2^-.$$

Pošto je

$$i_{C1} + i_{C2} = I_0 \text{ i } i_{C3} + i_{C4} = I_0,$$

sređivanjem se dobija

$$i_{C1} = \frac{I_0}{2} + \frac{v_1}{2R_E}, \quad i_{C2} = \frac{I_0}{2} - \frac{v_1}{2R_E}, \quad i_{C3} = \frac{I_0}{2} - \frac{v_2}{2R_E} \text{ i } i_{C4} = \frac{I_0}{2} + \frac{v_2}{2R_E}.$$

Prema I Kirhofovom zakonu je

$$i_{C1} = i_{C5} + i_{C6}, \quad i_{C2} = i_{C7} + i_{C8},$$

a s obzirom na poznate relacije

$$i_{Cj}, j=5,6 = I_S e^{v_{BEj}/V_T},$$

lako se dobija da je

$$i_{C5} = \frac{i_{C1}}{1 + e^{-(v_{BE5} - v_{BE6})/V_T}}, \quad i_{C6} = \frac{i_{C1}}{1 + e^{(v_{BE5} - v_{BE6})/V_T}},$$

$$i_{C7} = \frac{i_{C2}}{1 + e^{(v_{BE5} - v_{BE6})/V_t}} \text{ i } i_{C8} = \frac{i_{C2}}{1 + e^{-(v_{BE5} - v_{BE6})/V_t}}.$$

Pošto je

$$v_{BE5} - v_{BE6} = v_{C3} - v_{C4}, \quad v_{C3} = -v_{D1}, \quad v_{C4} = -v_{D2},$$

$$i_{C3} = i_{D1} = I_S e^{-v_{C3}/V_T} \text{ i } i_{C4} = i_{D2} = I_S e^{-v_{C4}/V_T}.$$

to je

$$\frac{i_{C3}}{i_{C4}} = e^{-(v_{C3} - v_{C4})/V_t}.$$

S obzirom da je izlazni napon

$$v_I = R_C ((i_{C5} + i_{C7}) - (i_{C6} + i_{C8})),$$

potrebno je odrediti zbir struja $i_{C5} + i_{C7}$ i $i_{C6} + i_{C8}$.

Na osnovu prethodnih izraza se dobija

$$i_{C5} + i_{C7} = \frac{i_{C1}}{1 + (i_{C3}/i_{C4})} + \frac{i_{C2}}{1 + (i_{C4}/i_{C3})} = \frac{i_{C1}i_{C4} + i_{C2}i_{C3}}{i_{C4} + i_{C3}} \text{ i}$$

$$i_{C6} + i_{C8} = \frac{i_{C1}}{1 + (i_{C4}/i_{C3})} + \frac{i_{C2}}{1 + (i_{C3}/i_{C4})} = \frac{i_{C1}i_{C3} + i_{C2}i_{C4}}{i_{C4} + i_{C3}}.$$

Posle smene postaje

$$v_I = R_C ((i_{C5} + i_{C7}) - (i_{C6} + i_{C8})) = R_C \left(\frac{i_{C1}i_{C4} + i_{C2}i_{C3}}{i_{C4} + i_{C3}} - \frac{i_{C1}i_{C3} + i_{C2}i_{C4}}{i_{C4} + i_{C3}} \right),$$

odakle je

$$v_I = R_C \frac{(i_{C1} - i_{C2})(i_{C4} - i_{C3})}{i_{C4} + i_{C3}} = \frac{R_C}{I_0} \frac{v_1}{R_E} \frac{v_2}{R_E} = \frac{R_C}{R_E^2 I_0} v_1 v_2.$$

Dakle, kolo obavlja funkciju četvorokvadrantnog množača.

b) Pri povećanju razlike napona, $v_1 = v_1^+ - v_1^-$, tranzistor Q_1 preuzima sve više struje strujnog izvora I_0 , dok se tranzistoru Q_2 struja kolektora smanjuje. Kada v_1 toliko poraste da se Q_2 zakoči kolo prestaje sa obavljanjem funkcije množača. Tada je

$$v_1 = v_{1max} = R_E I_0 + V_{BE1} - V_{\gamma BE2} \approx R_E I_0.$$

Analogno se dobija da je u slučaju zakočenja tranzistora Q_1 minimalna vrednost napona v_1 ,

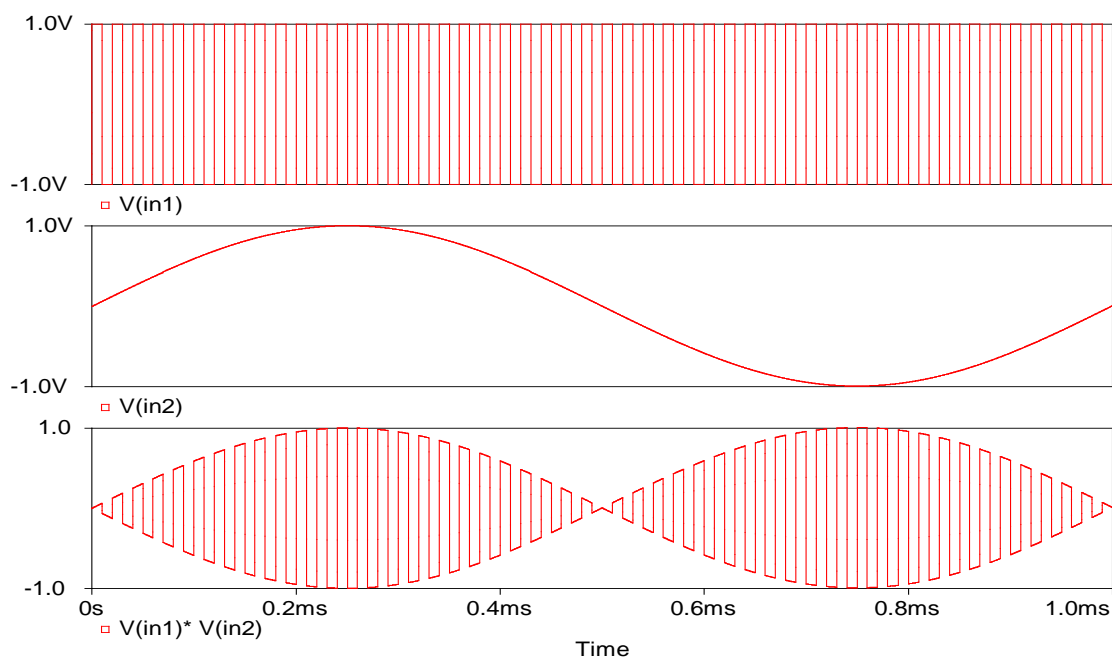
$$v_{1min} = -R_E I_0.$$

Iz razloga simetrije iste su ekstremne vrednosti i na drugom ulazu množača

$$v_{2max} = v_{1max}, \quad v_{2min} = v_{1min}.$$

c) Ako su ulazni signali kao na slici V(in1) i V(in2), a konstanta množenja $\frac{R_C}{I_0 R_E^2} = 1$, rezultujući

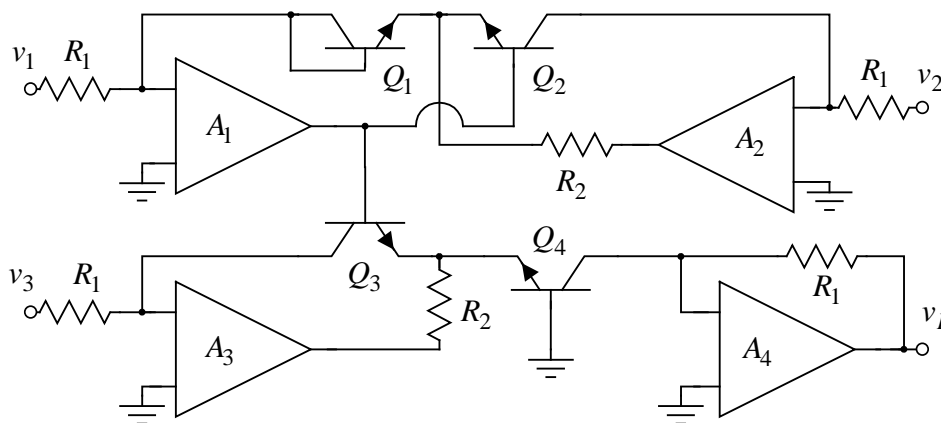
signal na izlazu množača je kao na slici 7.4.a, V(in1)*V(in2). Ovakvo kolo obavlja funkciju tzv. "Balansnog modulatora".



Slika 7.4a

7.5. U kolu sa slike 7.5 svi operacioni pojačavači su idealni i napajaju se iz baterija $V_{CC} = 12V$ i $V_{EE} = -12V$, dok su svi tranzistori identičnih karakteristika sa $\beta_F \gg 1$, a poznato je: $R_1 = 100k\Omega$ i $R_2 = 2k\Omega$. Odrediti:

a) polaritet ulaznih priključaka operacionih pojačavača tako da u kolu bude primenjena negativna



Slika 7.5.

povratna sprega;
 b) pod uslovom iz tačke a), polaritet ulaznih napona v_1, v_2 i v_3 , tako da tranzistori rade u direktnom aktivnom režimu i
 c) pod uslovom iz tačke b), odrediti zavisnost trenutne vrednosti napona $v_I = v_I(v_1, v_2, v_3)$.

Koja je funkcija kola?

d) Ako je

$v_1 = v_2 = v_3 = V$, odrediti maksimalnu vrednost, V_{max} , pri kojoj kolo još uvek obavlja funkciju iz tačke c). Smatrati da je $V_{BE_{max}} \ll |V_{EE}|$.

e) Da li će kolo i dalje obavljati funkciju iz tačke c) ko je $V_{EE} = 0$? Obrazložiti.

Rešenje:

a) Sve četiri povratne sprege su međusobno nezavisne. Pri određivanju faznog stava po petlji negativne reakcije tranzistori Q_2 i Q_3 su stepeni sa zajedničkom bazom. Na osnovu ovoga i uslova

da fazni stav po kružnom toku signala svakog od pojačavača treba da bude $(2k+1)\pi$, $k \in Z$, zaključujemo da svi gornji ulazni priključci treba da su minus priključci.

b) Da bi struje svih kolektora bile pozitivne, $i_{Cj}, j=1,2,3,4 > 0$, potrebno je da polariteti ulaznih napona budu

$$v_1 > 0, v_2 > 0 \text{ i } v_3 > 0.$$

c) Iz uslova koji definišu tačke a) i b), uz primenu Kirhofovih pravila dobija se

$$v_{BE4} - v_{BE3} = v_{BE1} - v_{BE2},$$

odnosno

$$i_{C4}i_{C2} = i_{C3}i_{C1},$$

odakle je

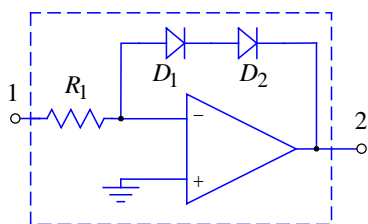
$$v_I = \frac{v_1 v_3}{v_2}.$$

Dakle, kolo obavlja funkciju množača.

d) Maksimalna vrednost napona $V = V_{\max}$ određena je ulaskom operacionog pojačavača A_4 u pozitivno zasićenje

$$v_I = V = V_{\max} = V_{CC}.$$

e) Kolo neće ispravno obavljati funkciju iz tačke c) jer bi bar jedan od operacionih pojačavača bio u negativnom zasićenju.



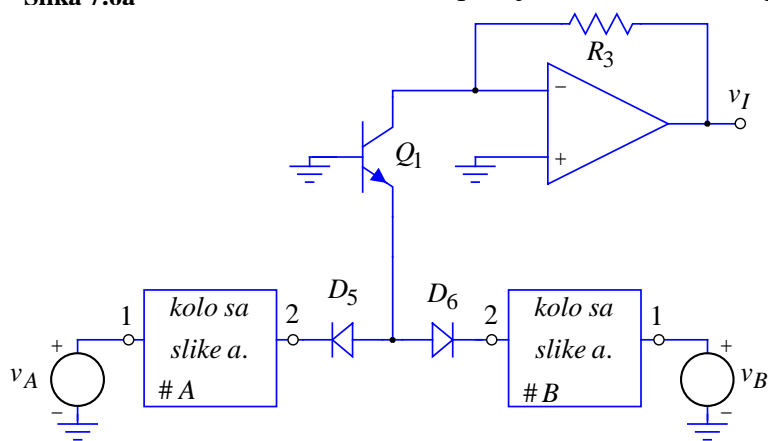
Slika 7.6a

7.6. U kolima sa slika 7.6a i 7.6b operacioni pojačavači su idealni, a napajaju se iz baterija $V_{CC} = 12V$ i $V_{EE} = -12V$. Poluprovodničke diode su identičnih karakteristika sa $I_{SD} = 10^{-14}A$, tranzistor Q_1 ima $I_{SQ} = I_{SD}$, a poznato je: $R_1 = 33k\Omega$ i $R_3 = R_1 / \sqrt{2}$.

a) U kolu sa slike 7.6a odrediti zavisnost trenutne vrednosti napona na priključku 2. od napona na priključku 1, $v_2 = v_2(v_1)$,

$$V_{EE} \leq v_1 \leq V_{CC}.$$

b) Ako se kolo sa slike 7.6a poveže u konfiguraciju kao na slici 7.6.b, odrediti zavisnost trenutne vrednosti izlaznog napona v_I , $v_I = v_I(v_A, v_B)$, $v_A > 0, v_B > 0$. Opseg ulaznih napona je takav da je u kolu ostvarena negativna povratna sprega.



Slika 7.6b

slike 7.6b još uvek obavlja funkciju iz tačke b).

Rešenje:

a) Za $v_1 > 0$ diode su direktno polarisane strujom

$$i_{D1} = i_{D2} = i_D = v_1 / R_1,$$

tako da je

$$v_I = -v_{D1} - v_{D2} = -2v_D = -2V_t \ln \frac{i_D}{I_{SD}} = -2V_t \ln \frac{v_1}{R_1 I_{SD}}.$$

Kada je $v_1 = V_{CC}$ izlazni napon ima vrednost

$$v_I = -2V_t \ln \frac{V_{CC}}{R_1 I_{SD}} = -1,216 \text{ V}.$$

Kada je $v_1 < 0$ diode su inverzno polarisane sa strujom

$$i_D \approx -I_S.$$

U kolu ne postoji negativna povratna sprega, a izlazni napon je

$$v_2 = V_{CC}.$$

b) Primenom II Kirhofovog pravila dobija se

$$v_{D1} + v_{D2} = 2v_{D1} = v_{BE1} + v_{D5} \text{ i } v_{D3} + v_{D4} = 2v_{D3} = v_{BE1} + v_{D6},$$

odakle je

$$2V_t \ln \frac{i_{D1}}{I_{SD}} = V_t \ln \frac{i_Q}{I_{SQ}} + V_t \ln \frac{i_{D5}}{I_{SD}} \text{ i } 2V_t \ln \frac{i_{D3}}{I_{SD}} = V_t \ln \frac{i_Q}{I_{SQ}} + V_t \ln \frac{i_{D6}}{I_{SD}}.$$

Pošto je $I_{SD} = I_{SQ}$, prethodni izrazi postaju

$$i_{D1}^2 = i_Q i_{D5} \text{ i } i_{D3}^2 = i_Q i_{D6}.$$

Prema I Kirhofovom zakonu je

$$i_Q = i_{D5} + i_{D6},$$

a posle smene se dobija

$$i_Q = i_{D5} + i_{D6} = \frac{i_{D1}^2}{i_Q} + \frac{i_{D3}^2}{i_Q}, \text{ ili } i_Q = \sqrt{i_{D1}^2 + i_{D3}^2}.$$

Pošto je

$$i_{D1} = v_A / R_1, \quad i_{D3} = v_B / R_1 \text{ i } v_I = R_3 i_Q,$$

izlazni napon postaje

$$v_I = R_3 i_Q = \frac{R_3}{R_1} \sqrt{v_A^2 + v_B^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{v_A^2 + v_B^2}.$$

c) Ulazni naponi su nenegativni tako da važe zavisnosti određene u prethodnoj tački. Na osnovu izraza za izlazni napon dobija se

$$v_I = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \sqrt{(1 + \sin \theta)^2 + (1 - \sin \theta)^2} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \sqrt{2 + 2 \sin^2 \theta} = V_m \sqrt{1 + \sin^2 \theta}, \quad \theta = 2\pi ft.$$

Maksimalna vrednost izlaznog napona određena je ulaskom operacionog pojačavača u zasićenje, odakle je

$$v_{I \max} = V_{CC} = V_m \sqrt{1 + (\sin^2 \theta)_{\max}} = V_{m \max} \sqrt{2},$$

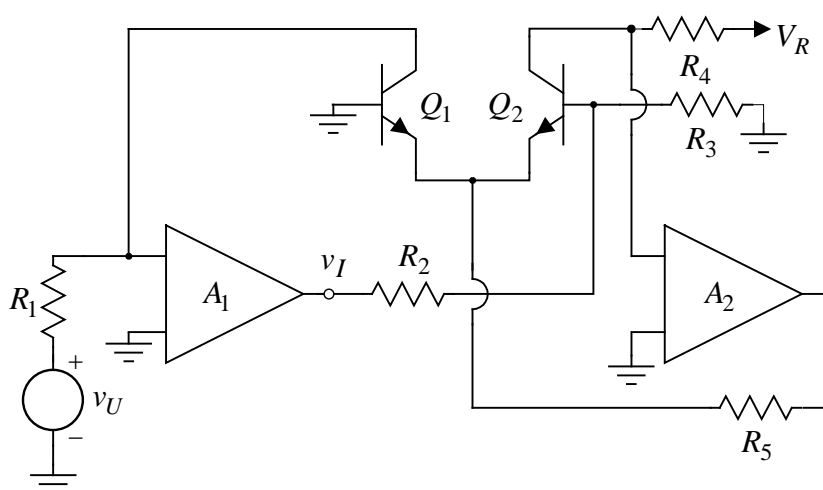
odnosno

$$V_{m \max} = \frac{V_{CC}}{\sqrt{2}} = 8,5 \text{ V}.$$

7.7. U kolu sa slike 7.7 operacioni pojačavači su idealnih karakteristika i napajaju se simetričnim naponima $V_{CC} = 12 \text{ V}$ i $V_{EE} = -12 \text{ V}$, bipolarni tranzistori su identični sa $\beta_F \gg 1$, a diode su idealne. Poznato je: $V_R = 5 \text{ V}$, $V_t = 25 \text{ mV}$, $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 15,7 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_4 = 50 \text{ k}\Omega$ i $R_5 = 2 \text{ k}\Omega$.

a) Odrediti polaritet ulaznih priključaka operacionih pojačavača tako da u kolu bude ostvarena negativna reakcija.

b) Odrediti zavisnost $v_I = v_I(v_U)$, $v_U > 0$.



Slika 7.7.

spoju sa zajedničkom bazom. Pošto ne postoji obrtanje faze napona od emitora do kolektora, ako je gornji priključak pojačavača A_2 minus, po kružnom toku u kome se ovaj pojačavač nalazi fazni stav će biti π . Fazni stav od baze tranzistora Q_2 do kolektora Q_1 je nula, tako da je i gornji priključak pojačavača A_1 minus. Ovim je zadovoljen uslov za ostvarenje negativne reakcije u kolu.

b) Struje kolektora su

$$i_{C1} = v_U / R_1 \text{ i } i_{C2} = V_R / R_4, v_u > 0.$$

Zanemarivanjem struje baze i_{B2} dobija se

$$v_{B2} = \frac{R_3}{R_3 + R_2} v_I,$$

a pošto je

$$v_{B2} = v_{BE2} - v_{BE1} = V_T \ln \frac{i_{C2}}{i_{C1}} = V_T \ln \left(\frac{R_1 V_R}{R_4 v_U} \right),$$

napon na izlazu postaje

$$v_I = \left(1 + \frac{R_2}{R_3} \right) V_T \ln \frac{R_1 V_R}{R_4 v_U} \approx -0,42 \ln(v_U).$$

Ovo kolo predstavlja logaritamski pojačavač jer je izlazni napon proporcionalan logaritmu ulaznog. Usled temperaturne varijacije napona $V_t = kT/q$ pojačanje je temperaturno osetljivo, a menja se linearno sa temperaturom. Da bi se otklonio ovaj nedostatak izabira se otpornost R_3 koja je sa pozitivnim temperaturnim koeficijentom. Realno se uzima da je

$$\left| \frac{\Delta(V_t / R_3)}{\Delta T} \cdot \Delta T \right| \ll V_t / R_3.$$

c) Maksimalna vrednost ulaznog napona određena je ulaskom operacionog pojačavača A_2 u negativno zasićenje. Tada je

$$\frac{-V_{BE1} - V_{EE}}{R_5} \approx \frac{-V_{EE}}{R_5} = \frac{v_{u \max}}{R_1} + \frac{V_R}{R_4},$$

odakle se dobija

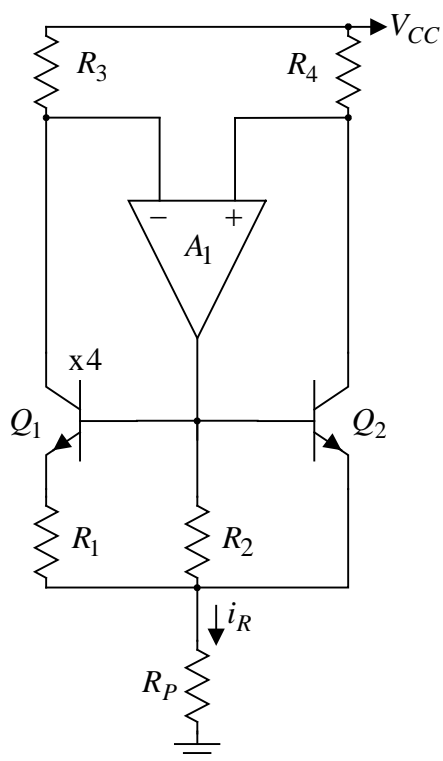
$$v_{U \max} = \left(-V_{EE} \frac{R_1}{R_5} - \frac{R_1}{R_4} V_R \right) = 59 \text{ V}.$$

Smatrati da oba tranzistora rade u direktnom aktivnom režimu i da su operacioni pojačavači izvan zasićenja.

c) Odrediti maksimalnu vrednost ulaznog napona, $v_{U \max}$, pri kojoj još uvek važi zavisnost iz tačke b). Smatrati da je $V_{EE} \gg V_{BE}$.

Rešenje:

a) Pri određivanju kružnog pojačanja ukidaju se sve nezavisne pobude. Ovo znači da je tranzistor Q_2 u



Slika 7.8.

7.8. Na slici 7.8 prikazan je izvor referentne struje I_R . Operacioni pojačavač je idealnih karakteristika i napaja se iz jedne baterije $V_{CC} = 5V$. Tranzistori Q_1 i Q_2 su identičnih karakteristika sa $\beta_F \gg 1$, $V_{BE}(27^0C) = 600mV$, $V_{CES} = 0,2V$ i $\Delta V_{BE}/\Delta T = -2mV/0C$, dok im površine emitorskih spojeva stoje u odnosu $A_{E1} = 4A_{E2}$. Poznato je $V_t(27^0C) = 26mV$, $R_3 = 4k\Omega$ i $R_4 = 1k\Omega$.

- Odrediti vrednosti otpornosti R_1 i R_2 tako da za $R_P = 0$ bude $I_R = 0,2mA$ i da ne zavisi od temperature.
- Sa vrednostima za R_1 i R_2 iz tačke b) odrediti R_{Pmax} tako da kolo ispravno radi sve do 100^0C .
- Odrediti otpornost koju vidi potrošač, R_i .

Rešenje:

a) Primenom I Kirhofovog pravila dobija se

$$i_R = i_{C1} + i_{C2} + i_{R2}.$$

Pošto je

$$i_{R2} = v_{BE2}/R_2, \quad R_3 i_{C1} = R_4 i_{C2} \quad \text{i}$$

$$v_{BE2} - v_{BE1} = V_t \ln \left(\frac{i_{C2} I_{S1}}{i_{C1} I_{S2}} \right) = V_t \ln \left(4 \frac{R_3}{R_4} \right) = V_t \ln 16 = R_1 i_{C1},$$

to je

$$i_R = i_{C1} + i_{C2} + i_{R2} = i_{C1} + \frac{R_3}{R_4} i_{C1} + i_{R2} = \left(1 + \frac{R_3}{R_4} \right) i_{C1} + i_{R2} = 5 \frac{V_t}{R_1} \ln 16 + \frac{v_{BE2}}{R_2}.$$

U prethodnom izrazu temperaturno su zavisni naponi V_t i v_{BE2} . Prvi ima pozitivan temperaturni koeficijent, a drugi negativan. Ako se uzme da su koeficijenti uz pozitivnu promenu isti kao oni uz negativnu struja neće zavisiti od temperature. Promena struje i_R sa temperaturom je

$$\frac{di_R}{dT} = 5 \frac{V_t(27^0C)}{T_1 R_1} \ln 16 + \frac{dV_{BE}}{dT} \frac{1}{R_2},$$

a iz uslova da je ova promena nula dobija se

$$\frac{R_2}{R_1} = - \left(\frac{dV_{BE2}}{dT} \right) \frac{T_1}{5V_t(27^0C) \ln 16},$$

odakle je

$$R_1 = 0,6R_2.$$

Iz uslova da je $I_R = 0,2mA$ na $t = 27^0C$ dobija se

$$R_1 = \frac{0,6V_{BE}(27^0C) + 5V_t(27^0C) \cdot \ln 16}{i_R} \approx 3,6k\Omega,$$

pa je

$$R_2 = 6k\Omega.$$

b) Pošto je $i_R = const$, sa porastom temperature, pri povećanju R_P dolazi do smanjenja napona V_{CE} tranzistora Q_1 i Q_2 . Pri R_{Pmax} tranzistor Q_1 ulazi u zasićenje, prekida se petlja negativne povratne sprege, a kolo prestaje sa davanjem konstantne struje. Tada je

$$i_{C1} = i_{C2} = \frac{I_0}{2} = 250\mu\text{A}.$$

MOS tranzistori M_1, M_3 i M_2, M_4 čine strujno ogledalo, te je

$$i_{D1} = i_{C1} = i_{D3} = 250\mu\text{A} \quad \text{i} \quad i_{D2} = i_{C2} = i_{D4} = 250\mu\text{A}.$$

Pošto je

$$v_1 / R_1 = 0,$$

to je

$$i_{C3} = i_{C4} = i_{D3} = i_{D4} = 250\mu\text{A},$$

odakle je

$$v_2 = 0 \quad \text{i} \quad i_{D5} = i_{C3} + i_{C4} = 2i_{C3} = I_0 = 500\mu\text{A}.$$

b) Sva četiri tranzistora rade u direktnom aktivnom režimu pošto je $v_{CB} = 0$, te je

$$v_B = v_{BE1} - v_{BE2} = V_T \ln \frac{i_{C1}}{I_{S1}} - V_T \ln \frac{i_{C2}}{I_{S2}} = V_T \ln \frac{i_{C1}}{i_{C2}},$$

$$v_B = v_{BE3} - v_{BE4} = V_T \ln \frac{i_{C3}}{I_{S3}} - V_T \ln \frac{i_{C4}}{I_{S4}} = V_T \ln \frac{i_{C3}}{i_{C4}},$$

odakle je

$$\frac{i_{C1}}{i_{C2}} = \frac{i_{C3}}{i_{C4}}.$$

Primenom Kirhofovih pravila se dobija,

$$i_{D3} = i_{D1} = i_{C1}, \quad i_{D4} = i_{D2} = i_{C2},$$

$$i_{D3} + \frac{v_1}{R_1} = i_{C3} \quad \text{i} \quad i_{D4} + \frac{v_2}{R_2} = i_{C4},$$

odakle je posle smene

$$\frac{i_{C1}}{i_{C2}} = \frac{i_{C3}}{i_{C4}} = \frac{i_{D3} + \frac{v_1}{R_1}}{i_{D4} + \frac{v_2}{R_2}} = \frac{i_{C1} + \frac{v_1}{R_1}}{i_{C2} + \frac{v_2}{R_2}},$$

odnosno

$$i_{C1} \left(i_{C2} + \frac{v_2}{R_2} \right) = i_{C2} \left(i_{C1} + \frac{v_1}{R_1} \right),$$

ili

$$v_2 = \frac{R_2}{R_1} v_1 \frac{i_{C2}}{i_{C1}} = \frac{R_2}{R_1} v_1 e^{-\frac{v_B}{V_T}} = v_1 e^{-\frac{v_B}{V_T}}.$$

Na osnovu poslednjeg izraza se zaključuje da kolo predstavlja kontrolisani pojačavač (oslabljivač), čije se pojačanje podešava kontrolnim naponom v_B .

c) Minimalna vrednost napona v_1 određena je zakočenjem tranzistora Q_3, Q_4 ,

$$v_{1\min} = -R_1 \frac{I_0}{2} = -2,5\text{V},$$

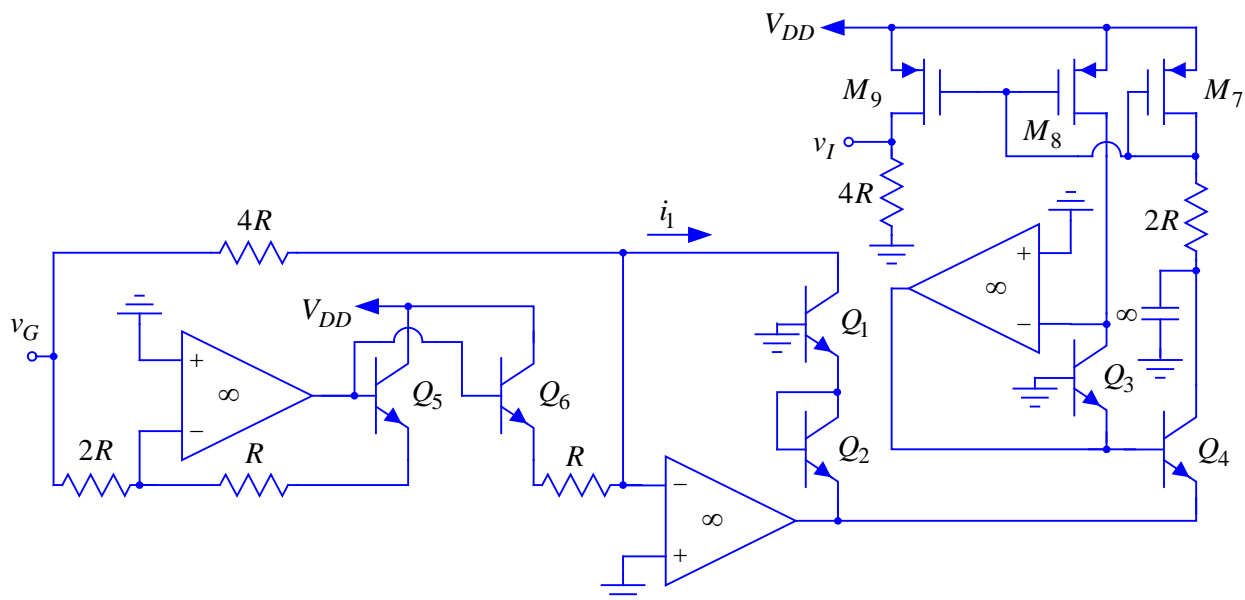
dok je maksimalna vrednost ovog napona određena zasićenjem operacionog pojačavača A_4 ,

$$v_{1\max} = v_{2\max} = V_{CC} = 5\text{V}.$$

7.10. U kolu sa slike 7.10 operacioni pojačavači se mogu smatrati idealnim, bipolarni tranzistori su identičnih karakteristika i imaju $\beta_F \rightarrow \infty$ i $V_A \rightarrow \infty$, MOSFET-ovi su identičnih karakteristika sa

$\lambda \rightarrow 0$, dok je $R = 10\text{k}\Omega$. Smatrati da su svi bipolarni tranzistori, kada provode, polarisani za rad u direktnom aktivnom režimu, MOS tranzistori za rad u zasićenju, da su operacioni pojačavači izvan zasićenja, dok je ulazni napon $v_G = V_m \sin(2\pi ft)$, $f = 1\text{kHz}$.

- Odrediti zavisnost $i_1 = f(v_G)$.
- Odrediti zavisnost $v_I = g(i_1)$.
- Ako je $V_m = 1\text{V}$, odrediti vremenski oblik napona v_I .



Slika 7.10.

Rešenje:

- Struja i_1 je dobijena usmeravanjem ulaznog napona

$$i_1 = \frac{|v_G|}{R}.$$

- Primenom translinearnog principa se dobija

$$v_{BE1} + V_{BE2} = v_{BE3} + v_{BE4},$$

odakle je

$$i_1^2 = i_3 i_4.$$

Pošto je

$$i_{D7} = i_{D8} = i_3, \quad \overline{i_{D7}} = i_4 \Rightarrow i_4 = \overline{i_3},$$

odakle se dobija

$$i_3 = \frac{i_1^2}{i_4} \Rightarrow \overline{i_3} = \overline{\left(\frac{i_1^2}{i_4}\right)}.$$

Pošto je

$$i_4 \approx \text{const} \Rightarrow \overline{i_3} = \overline{i_1^2} / i_4 \Rightarrow \overline{i_1^2} = (\overline{i_3})^2 = \overline{i_3^2},$$

odnosno

$$i_3 = \sqrt{\overline{i_1^2}} = I_{1\text{eff}}.$$

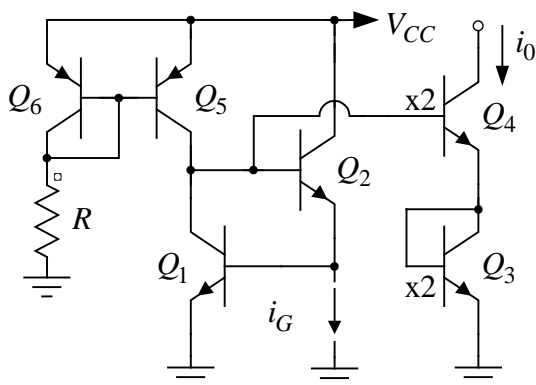
Izlazni napon je

$$v_I = 4Ri_{D9} = 4Ri_{D8} = 4Ri_3 = 4RI_{1\text{eff}} = |V_{\text{geff}}|.$$

- Izlazni napon jednak je

$$v_I = V_m^2 / 2 = const. .$$

7.11. U kolu sa slike 7.11 svi tranzistori imaju $\beta_F = \beta_0 = 100$ i $|V_{CES}| = 0,2 \text{ V}$, površine emitora tranzistora Q_3 i Q_4 dva puta su veće od površina emitora ostalih tranzistora, dok je $V_{CC} = 3 \text{ V}$.



Slika 7.11.

- Odrediti otpornost R tako da kolektorska struja tranzistora Q_5 bude $I_{C5} = 1 \text{ mA}$. Smatrati da je $V_{EB6} = 0,7 \text{ V}$.
- Odrediti zavisnost trenutne vrednosti struje i_0 u funkciji struje strujnog generatora i_G , $i_0 = i_0(i_G)$.
- Ako je $v_{BE \max} = 0,7 \text{ V}$, a potencijal kolektora tranzistora Q_4 je $v_{C4} = V_{CC}$, odrediti minimalni napon napajanja za koji svi tranzistori rade u direktnom aktivnom režimu.
- Ako je $i_G = I_{C5}$, odrediti otpornost koju vidi strujni generator i_G , R_{ur} . Zanimariti uticaj Earlyjevog efekta.

Rešenje:

a) Tranzistori Q_5 i Q_6 čine strujno ogledalo, te je

$$I_{C5} = I_{C6} = \frac{V_{CC} - V_{EB6}}{R},$$

odakle se dobija

$$R = \frac{V_{CC} - V_{EB6}}{I_{C5}} = 2,3 \text{ k}\Omega.$$

b) Primenom II Kirhofovog pravila na V_{BE} konture dobija se

$$v_{BE1} + v_{BE2} = V_t \ln \frac{i_{C1} i_{C2}}{I_S^2} = v_{BE3} + v_{BE4} = V_t \ln \frac{i_{C3} i_{C4}}{4I_S^2} = V_t \ln \frac{i_0^2}{4I_S^2},$$

odakle je

$$4i_{C1} i_{C2} = i_0^2.$$

Zanemarujući bazne struje, kolektorske struje tranzistora Q_1 i Q_2 su

$$i_{C2} = i_G \text{ i } i_{C1} = I_{C5},$$

tako da je

$$i_0 = 2\sqrt{i_G I_{C5}} = 6,32 \cdot 10^{-2} \sqrt{i_G}.$$

Izlazna struja proporcionalna je korenu ulazne, što je i funkcija kola.

c) Minimalna vrednost napona napajanja određena je ulaskom u zasićenje tranzistora Q_5

$$V_{CC \min} = v_{BE1 \max} + v_{BE2 \max} + V_{ECS5} = 1,6 \text{ V}.$$

d) Kada je $i_G = I_{C5}$ struja kolektora izlaznih tranzistora je

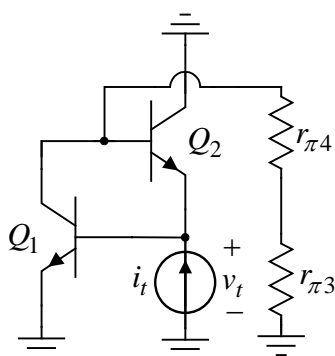
$$i_{C3} = i_{C4} = i_0 = 2\sqrt{i_G I_{C5}} = 2I_{C5} = 2 \text{ mA}.$$

Na slici 7.11a prikazana je šema za male signale iz koje se određuje ulazna otpornost, $R_{ur} = v_t / i_t$.

Parametri u modelu za male signale su

$$r_{\pi 1} = r_{\pi 2} = \beta_0 V_t / I_{C1,2} = 2,5 \text{ k}\Omega \text{ i } r_{\pi 3} = r_{\pi 4} = \beta_0 V_t / i_0 = 1,25 \text{ k}\Omega.$$

U kolu je primenjena negativna reakcija pa se za nalaženje ulazne



Slika 7.11a

otpornosti može primeniti Blackmanova formula

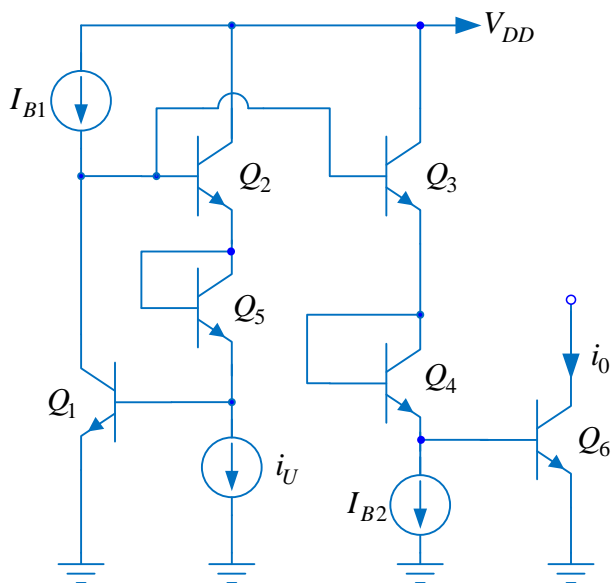
$$R_{ur} = R_{u0} \frac{1 - \beta a_{ks}}{1 - \beta a_{ov}},$$

gde je

$$\beta a_{ks} = 0, R_{u0} = r_{\pi 1} \parallel \left(\frac{r_{\pi 2} + r_{\pi 3} + r_{\pi 4}}{1 + \beta_0} \right) \text{ i } \beta a_{ov} = \beta a = -\beta_0 \frac{(r_{\pi 3} + r_{\pi 4})(1 + \beta_0)}{r_{\pi 3} + r_{\pi 4} + r_{\pi 2} + (1 + \beta_0)r_{\pi 1}}.$$

Sređivanjem se dobija da je ulazna otpornost

$$R_{ur} = \frac{R_{u0}}{1 - \beta a} = \frac{r_{\pi 1} (r_{\pi 2} + r_{\pi 3} + r_{\pi 4})}{(r_{\pi 3} + r_{\pi 4})(1 + \beta_0(1 + \beta_0)) + r_{\pi 2} + (1 + \beta_0)r_{\pi 1}} = 0,49 \Omega.$$



Slika 7.12.

7.12. U kolu sa slike svi tranzistori su identičnih karakteristika i rade u direktnom aktivnom režimu. Odrediti zavisnost izlazne struje u funkciji ulazne struje $i_0 = f(i_u)$.

Rešenje:

Primenom translinearnog principa se dobija

$$v_{BE1} + v_{BE5} + v_{BE2} = v_{BE6} + v_{BE4} + v_{BE3}.$$

Budući da je

$$v_{BE} = V_t \ln \frac{i_C}{I_s},$$

to je

$$\frac{I_{B1}}{I_{s1}} \frac{I_u}{I_{s5}} \frac{I_u}{I_{s2}} = \frac{i_0}{I_{s6}} \frac{I_{B2}}{I_{s4}} \frac{I_{B2}}{I_{s3}},$$

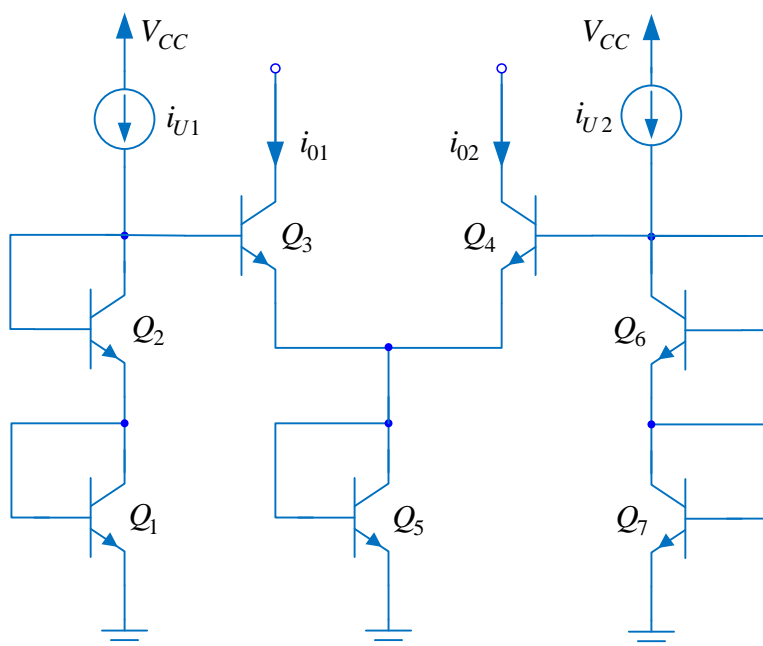
odakle se dobija

$$I_{B1} I_u^2 = i_0 I_{B2}^2,$$

odnosno

$$i_0 = I_u^2 \left(I_{B1} / I_{B2}^2 \right).$$

Prikazano kolo sa slike 7.12 obavlja funkciju kvadriranja ulazne struje.



Slika 7.13

7.13. U kolu sa slike svi tranzistori su identičnih karakteristika i rade u direktnom aktivnom režimu. Zanimariti struje baze i smatrati da se kapacitivnost baza-kolektor može zanemariti.

a) Odrediti zavisnost izlazne struje u funkciji ulaznih struja

$$i_0 = f(i_{U1}, i_{U2}), i_0 = i_{01} - i_{02}.$$

b) U okolini mirne radne tačke $I_{U1} = I_{U2}$, odrediti funkciju prenosa diferencijalnog pojačanja za mali signal

$$A_d = i_0 / i_d = f(f_T),$$

$i_d = i_{u1} - i_{u2}$. Koliko iznosi gornja granična učestanost ovog kola.

Rešenje:

a) Prema oznakama na slici 7.13 je

$$v_{BE1} + v_{BE2} = v_{BE5} + v_{BE3},$$

odnosno

$$\frac{i_{U1}}{I_s} \frac{i_{U1}}{I_s} = \frac{i_{C5}}{I_s} \frac{i_{01}}{I_s},$$

odakle je

$$i_{U1}^2 = i_{C5} i_{01}.$$

S druge strane je

$$v_{BE6} + v_{BE7} = v_{BE5} + v_{BE4},$$

odakle je

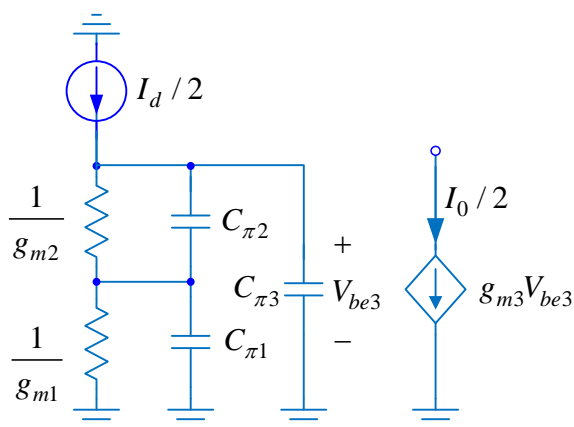
$$i_{U2}^2 = i_{C5} i_{02}.$$

Svođenjem se dobija

$$i_{U1}^2 + i_{U2}^2 = i_{C5} i_{01} + i_{C5} i_{02} = i_{C5} (i_{01} + i_{02}) = i_{C5}^2.$$

Razlika izlaznih struja u funkciji ulaznih struja je

$$i_0 = i_{01} - i_{02} = \frac{i_{U1}^2 - i_{U2}^2}{i_{C5}} = \frac{i_{U1}^2 - i_{U2}^2}{\sqrt{i_{U1}^2 + i_{U2}^2}}.$$



Slika 7.13a

b) Primenom bisekcionne teoreme se dobija kolo prikazano na slici 7.13a. U mirnoj radnoj tački je

$$I_{U1} = I_{U2},$$

$$I_{C3} = \frac{I_{C5}}{2} = \frac{\sqrt{I_{U1}^2 + I_{U2}^2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} I_{U1},$$

tako da je

$$g_{m1} = g_{m2}$$

i

$$g_{m3} = \frac{I_{C3}}{V_t} = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{I_{U1}}{V_t} = \frac{\sqrt{2}}{2} g_{m1}.$$

Dalje je

$$C_{\pi2} = C_{\pi1} = \frac{g_{m1}}{2\pi f_T},$$

odnosno

$$C_{\pi3} = \frac{g_{m3}}{2\pi f_T}.$$

Diferencijalno strujno pojačanje u okolini mirne radne tačke je

$$\frac{I_0}{I_d} = g_{m3} \left[\left(\frac{2}{g_{m1}} \parallel \frac{2}{sC_{\pi1}} \right) \parallel \frac{1}{sC_{\pi3}} \right] = g_{m3} \frac{1}{\frac{g_{m1} + sC_{\pi1}}{2} + sC_{\pi3}},$$

odakle se dobija

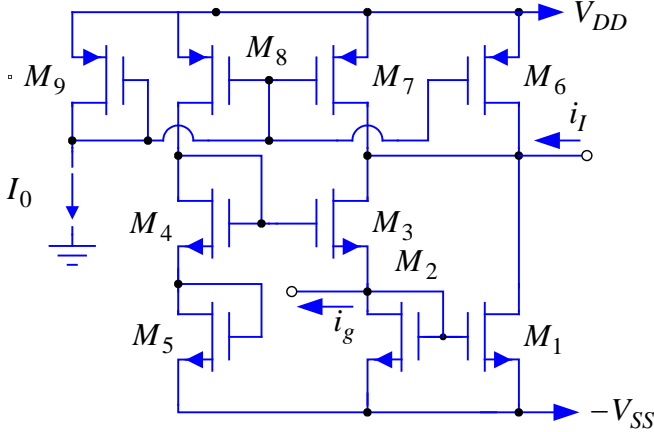
$$\frac{I_0}{I_d} = \frac{1}{\frac{g_{m1}}{2g_{m3}} \left(1 + \frac{s}{2\pi f_T} \right) + \frac{s}{2\pi f_T}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2} \left(1 + \frac{s}{2\pi f_T} \right) + \frac{s}{2\pi f_T}},$$

odnosno

$$\frac{I_0}{I_d} = \frac{\sqrt{2}}{1 + \frac{s}{2\pi f_T}(1 + \sqrt{2})}$$

Gornja granična učestanost pojačavača je

$$f_H = \frac{f_T}{1 + \sqrt{2}} = 0.41 f_T$$



Slika 7.14a

7.14. a) U kolu sa slike 7.14a svi MOS tranzistori identičnih su karakteristika i rade u oblasti zasićenja. Odrediti zavisnost $i_I = i_I(i_g)$.

b) Koristeći se rezultatima iz tačke a), smatrajući da svi tranzistori u kolu sa slike 7.14b rade u oblasti zasićenja, pokazati da je

$$i_I = \sqrt{\sum_{j=1}^n i_{gj}^2}$$

Napomena: pored svakog MOS tranzistora data je konstanta $B = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L}$.

Rešenje:

a) Zbog osobine strujnog ogledala je

$$i_{D6} = i_{D7} = i_{D8} = i_{D9} = I_0, \quad i_{D2} = i_{D1},$$

a važi,

$$i_{D4} = i_{D5} = I_0,$$

$$i_I = i_{D3} + i_{D1} - (i_{D6} + i_{D7})$$

$$\Rightarrow i_I = i_{D3} + i_{D1} - 2I_0$$

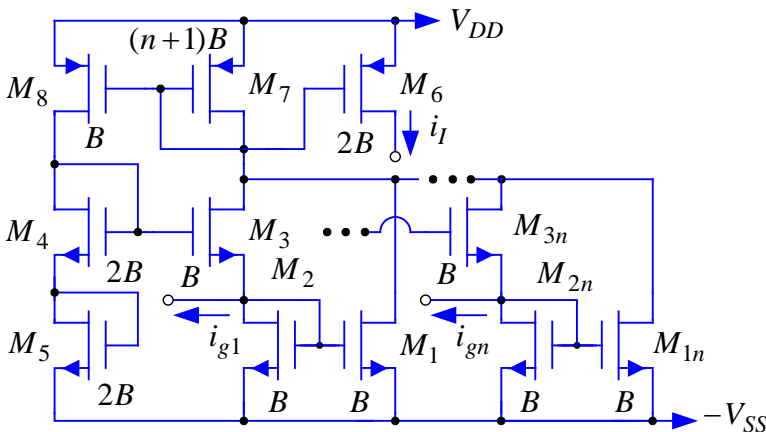
Budući da je

$$i_{D3} - i_{D2} = i_{D3} - i_{D1} = i_g$$

a pošto je

$$i_{D3} = \frac{B}{2}(v_{GS3} - V_T)^2,$$

$$i_{D1} = \frac{B}{2}(v_{GS1} - V_T)^2 \quad \text{i}$$



Slika 7.14b

$$v_{GS5} = \frac{v_{GS3} + v_{GS1}}{2},$$

dobija se da je

$$i_g = i_{D3} - i_{D1} = \frac{B}{2} \left((v_{GS3} - V_T)^2 - (v_{GS1} - V_T)^2 \right) = \frac{B}{2} (v_{GS3} - v_{GS1}) 2(v_{GS5} - V_T),$$

na osnovu čega sledi

$$v_{GS3} - v_{GS1} = \frac{i_g}{\sqrt{2I_0 B}}, \quad v_{GS5} - V_T = \sqrt{\frac{2I_0}{B}}$$

Na osnovu već određene veze

$$v_{GS3} + v_{GS1} = 2v_{GS5}$$

i prethodne jednakosti dobija se

$$v_{GS3} = \left(V_T + \sqrt{\frac{2I_0}{B}} \right) + \frac{i_g}{\sqrt{8I_0B}} \quad \text{i} \quad v_{GS3} = \left(V_T + \sqrt{\frac{2I_0}{B}} \right) - \frac{i_g}{\sqrt{8I_0B}}.$$

Smenom se dobija da je izlazna struja

$$i_I = i_{D3} + i_{D1} - 2I_0 = \frac{B}{2} \left((v_{GS3} - V_T)^2 + (v_{GS1} - V_T)^2 \right) - 2I_0 = 2I_0 + \frac{i_g^2}{8I_0}.$$

b) Ako je struja drejna MOSFET-a M_8 ,

$$i_{D8} = 2I_0,$$

za struju drejna MOSFET-a M_7 , prema rezultatu iz prethodne tačke, važi

$$i_{D7} = 2nI_0 + \frac{1}{8I_0} \sum_{j=1}^n i_{gj}^2.$$

Pošto je

$$I_0 = \frac{i_I}{4} = \frac{2i_{D7}}{n+1},$$

smenom se pokazuje da je

$$i_{D7} = 2nI_0 + \frac{1}{8I_0} \sum_{j=1}^n i_{gj}^2,$$

odnosno,

$$i_I = \sqrt{\sum_{j=1}^n i_{gj}^2}.$$

Prethodno kolo se može koristiti za određivanje dužine n-dimenzionog vektora čije su komponente struje i_j . U specijalnom slučaju, kada je $n=1$, izlazna struja jednaka je modulu ulazne.

7.15. U kolu sa slike 7.15 upotrebljeni su MOS tranzistori čiji su parametri: $V_{TN} = -V_{TP} = V_T = 0,7V$, $B_1 = B_2 = B = 20 \mu A/V^2$, $B_{3-6} = 2B$ i $B_{7-10} = 20B$, bipolarni tranzistori sa $V_{BE} = 0,7V$ i $\beta_F \gg 1$, a poznato je: $V_{DD} = V_{SS} = 2V$ i $R_C = 33 k\Omega$. Smatrati da je potencijal osnova n kanalnih tranzistora $-V_{SS}$.

a) Ako je $v_1 = v_2 = v_3 = v_4 = 0$, odrediti vrednost napona za polarizaciju kola v_C tako da je $v_{C1} = v_{C1Q} = 1V$, a zatim i sve struje drejna i kolektora. U kom režimu rade tranzistori M_1 i M_2 ?

b) Smatrajući da tranzistori ostaju u režimima rada kao u tački a) odrediti zavisnost $v_I = v_I(v_1, v_2, v_3, v_4)$, a zatim odrediti funkciju kola.

c) Ako je $v_2 - v_1 = V_m \sin(\omega t)$ i $v_3 - v_4 = V_m \sin(10\omega t)$, $\omega = 2000\pi \text{ rad/s}$, $v_1 = -v_2$ i $v_3 = -v_4$, odrediti maksimalnu amplitudu $V_{m \max}$ za koju kolo obavlja funkciju iz tačke b).

isto kao i struje drena MOS tranzistora M_7, M_8, M_9, M_{10} ,

$$i_{D7} = i_{D8} = i_{D9} = i_{D10} = \frac{1}{2} \frac{V_{DD} - v_{C1Q}}{R_C} \approx 15 \mu\text{A}.$$

Proverom se dobija da su MOS tranzistori u strujnom ogledalu zasićeni pošto je

$$v_{DS7} = -V_{BE} + V_{SS} = 1,3\text{V} > \sqrt{\frac{2i_{D7}}{B_7}} \approx 0,27\text{V}.$$

Dakle, osim MOS tranzistora M_1 i M_2 svi ostali tranzistori rade u aktivnom režimu, bipolarni u direktnom aktivnom, MOSFET-ovi u zasićenju.

b) Pošto tranzistori M_1 i M_2 rade u triodnoj oblasti to je

$$i_{D1} = Bv_{DS1} \left(v_{GS1} - V_T - \frac{v_{DS1}}{2} \right) \text{ i } i_{D2} = Bv_{DS2} \left(v_{GS2} - V_T - \frac{v_{DS2}}{2} \right),$$

odnosno

$$i_{D1} = B \left[(v_2 - V_{BE}) - (v_1 - V_{BE}) \right] \left[v_X - (v_1 - V_{BE}) - V_T - \frac{(v_2 - V_{BE}) - (v_1 - V_{BE})}{2} \right] \text{ i}$$

$$i_{D2} = B \left[(v_2 - V_{BE}) - (v_1 - V_{BE}) \right] \left[v_Y - (v_1 - V_{BE}) - V_T - \frac{(v_2 - V_{BE}) - (v_1 - V_{BE})}{2} \right].$$

Sređivanje prethodnih izraza daje

$$i_{D1} = B(v_2 - v_1) \left(v_X - v_1 + V_{BE} - V_T - \frac{v_2 - v_1}{2} \right) \text{ i}$$

$$i_{D2} = B(v_2 - v_1) \left(v_Y - v_1 + V_{BE} - V_T - \frac{v_2 - v_1}{2} \right).$$

Pošto je

$$v_I = \left[(v_2 - V_{BE}) - (v_1 - V_{BE}) \right] - \left[V_{DD} - R_C (i_{C2} + i_{C4}) \right] = R_C \left[(i_{C2} - i_{C1}) + (i_{C4} - i_{C3}) \right],$$

$$i_{C1} = i_{D7} + i_{D1}, \quad i_{C2} = i_{D7} - i_{D1}, \quad i_{C4} = i_{D7} + i_{D2} \quad \text{ i } \quad i_{C3} = i_{D7} - i_{D2},$$

smenom se dobija,

$$v_I = R_C \left[(i_{C2} - i_{C1}) + (i_{C4} - i_{C3}) \right] = 2R_C (i_{D2} - i_{D1}).$$

Kako je

$$i_{D2} - i_{D1} = B(v_2 - v_1) \left[\left(v_Y - v_1 + V_{BE} - V_T - \frac{v_2 - v_1}{2} \right) - \left(v_X - v_1 + V_{BE} - V_T - \frac{v_2 - v_1}{2} \right) \right],$$

odnosno

$$i_{D2} - i_{D1} = B(v_2 - v_1)(v_Y - v_X)$$

i

$$v_Y - v_X = \frac{v_3 + V_{DD}}{2} - \frac{v_4 + V_{DD}}{2} = \frac{v_3 - v_4}{2},$$

smenom se dobija

$$v_I = BR_C (v_2 - v_1)(v_3 - v_4).$$

Dakle, kolo obavlja funkciju četvorokvadrantnog množača.

c) Na osnovu rezultata iz prethodne tačke,

$$v_I = BR_C (v_2 - v_1)(v_3 - v_4) = BR_C V_m^2 \sin(\omega t) \sin(10\omega t) = 0,66V_m^2 \sin(\omega t) \sin(10\omega t).$$

Da bi kolo obavljalo funkciju množača tranzistori moraju raditi u režimima kao u prethodnoj tački. Osim tranzistora M_1 i M_2 koji rade u triodnoj oblasti svi ostali moraju raditi u aktivnom režimu.

Pošto je

$$i_{D5} = \frac{i_{D2}}{2} + \frac{B_X v_X}{4} \sqrt{\frac{4i_{D2}}{B_X} - v_X^2},$$

pa je posle smene

$$i_{D6} = i_{D2} - i_{D5} = \frac{i_{D2}}{2} - \frac{B_X v_X}{4} \sqrt{\frac{4i_{D2}}{B_X} - v_X^2}.$$

Razlika struja drejna tranzistora M_5 i M_6 je

$$i_{D5} - i_{D6} = \frac{B_X v_X}{2} \sqrt{\frac{4i_{D2}}{B_X} - v_X^2} = v_X \sqrt{B_X i_{D2}} \sqrt{1 - \frac{B_X v_X^2}{4i_{D2}}}.$$

Po analogiji se dobija i razlika struja drejna tranzistora M_4 i M_3 ,

$$i_{D4} - i_{D3} = v_X \sqrt{B_X i_{D1}} \sqrt{1 - \frac{B_X v_X^2}{4i_{D1}}},$$

tako da je

$$i_0 = (i_{D5} - i_{D6}) - (i_{D4} - i_{D3}) = v_X \sqrt{B_X} \left(\sqrt{i_{D2}} \sqrt{1 - \frac{B_X v_X^2}{4i_{D2}}} - \sqrt{i_{D1}} \sqrt{1 - \frac{B_X v_X^2}{4i_{D1}}} \right).$$

Kada je

$$1 - \frac{B_X v_X^2}{4i_{D2}} \ll 1 \text{ i } 1 - \frac{B_X v_X^2}{4i_{D1}} \ll 1,$$

prethodni izraz postaje

$$i_0 = v_X \sqrt{B_X} (\sqrt{i_{D2}} - \sqrt{i_{D1}}).$$

Prema drugom Kirhofovom zakonu je

$$v_Y = v_{GS2} - v_{GS1} = \left(V_T + \sqrt{\frac{2i_{D2}}{B_Y}} \right) - \left(V_T + \sqrt{\frac{2i_{D1}}{B_Y}} \right), \quad B_Y = \mu_n C_{ox} (W/L)_{1,2},$$

odakle se dobija

$$\sqrt{\frac{B_Y}{2}} v_Y = \sqrt{i_{D2}} - \sqrt{i_{D1}}.$$

Nakon smene se dobija konačan izraz za prenosnu karakteristiku kola

$$i_0 = v_X \sqrt{B_X} \sqrt{\frac{B_Y}{2}} v_Y = \sqrt{\frac{B_X B_Y}{2}} v_X v_Y,$$

koja pokazuje da se radi o četvorokvadrantnom množaču.

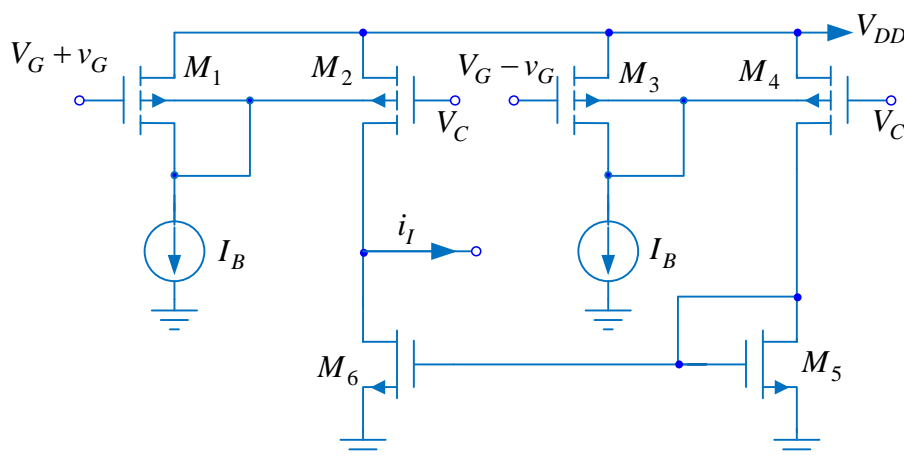


Figure 7.17

7.17. U kolu sa slike 7.17 svi tranzistori su identičnih karakteristika i rade u zasićenju u oblasti slabe inverzije. Odrediti zavisnost $i_I = f(v_G)$. Smatrati da je $v_G \ll nV_T$.

Rešenje:

Struja drejna PMOS zasićenog tranzistora u oblasti slabe inverzije je

$$i_D = I_{D0} e^{\frac{V_{SG} + (n-1)V_{SB}}{nV_t}},$$

tako da je, prema oznakama na slici 7.17,

$$i_{D1} = I_{D0} e^{\frac{V_{DD} - (V_G + v_G) + (n-1)(V_{DD} - V_B)}{nV_t}}$$

$$i_{D2} = I_{D0} e^{\frac{V_{DD} - V_C + (n-1)(V_{DD} - V_B)}{nV_t}}.$$

Odnos struja drejna i_{D1} i i_{D2} je

$$\frac{i_{D2}}{i_{D1}} = e^{\frac{(V_G + v_G) - V_C}{nV_t}},$$

a budući da je $i_{D1} = I_B$,

$$i_{D2} = I_B e^{\frac{(V_G + v_G) - V_C}{nV_t}} = I_B e^{\frac{V_G - V_C}{nV_t}} e^{\frac{v_G}{nV_t}}.$$

Na isti način se dolazi do izraza za struju drejna tranzistora M_4 ,

$$i_{D4} = I_B e^{\frac{(V_G - v_G) - V_C}{nV_t}} = I_B e^{\frac{V_G - V_C}{nV_t}} e^{-\frac{v_G}{nV_t}}.$$

Izlazna struja je

$$i_I = i_{D2} - i_{D4} = I_B e^{\frac{V_G - V_C}{nV_t}} \left(e^{\frac{v_G}{nV_t}} - e^{-\frac{v_G}{nV_t}} \right).$$

Taylorov red eksponencijalne funkcije je oblika

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^n}{n!},$$

a kada je $x \ll 1$, viši članovi reda se mogu zanemariti

$$e^x \approx 1 + x + \frac{x^2}{2}.$$

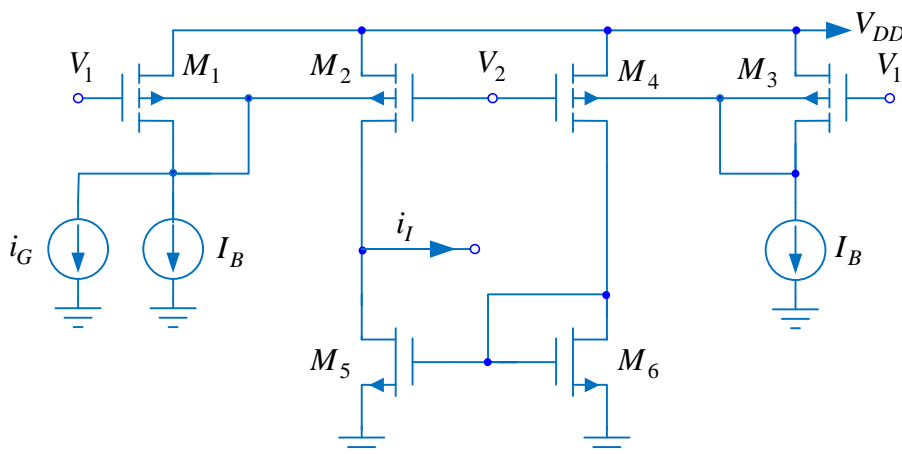
Razlika eksponencijalnih funkcija e^x i e^{-x} kada je $x \ll 1$ jednaka je

$$e^x - e^{-x} \approx 2x,$$

tako da je

$$i_I = i_{D2} - i_{D4} \approx 2I_B e^{\frac{V_G - V_C}{nV_t}} \frac{v_G}{nV_t}.$$

Kolo predstavlja konvertor napona u struju.



Slika 7.18.

7.18. U kolu sa slike 7.18 svi tranzistori su identičnih karakteristika i rade u zasićenju u oblasti slabe inverzije. Odrediti

zavisnost $\frac{i_I}{I_G} = f(V_1 - V_2)$.

Rešenje:

Struja drejna PMOS zasićenog tranzistora u oblasti slabe inverzije je

$$i_D = I_{D0} e^{\frac{V_{SG} + (n-1)V_{SB}}{nV_t}},$$

tako da je

$$i_G + I_B = i_{D1} = I_{D01} e^{\frac{V_{DD} - V_1 + (n-1)V_{SB1}}{nV_t}}, \quad i_{D2} = I_{D02} e^{\frac{V_{DD} - V_2 + (n-1)V_{SB2}}{nV_t}},$$

$$I_B = i_{D3} = I_{D03} e^{\frac{V_{DD} - V_1 + (n-1)V_{SB3}}{nV_t}} \quad \text{i} \quad i_{D4} = I_{D04} e^{\frac{V_{DD} - V_2 + (n-1)V_{SB4}}{nV_t}}.$$

Pošto je $V_{SB1} = V_{SB2}$ i $V_{SB3} = V_{SB4}$, kada su tranzistori uparenih karakteristika $I_{D01-4} = I_{D0}$, tada je

$$i_{D2} = (i_G + I_B) e^{\frac{V_1 - V_2}{nV_t}} \quad \text{i} \quad i_{D4} = I_B e^{\frac{V_1 - V_2}{nV_t}}.$$

Izlazna struja je

$$i_I = i_{D2} - i_{D5} = i_{D2} - i_{D6} = i_{D2} - i_{D4},$$

a posle smene postaje

$$i_I = i_G e^{\frac{V_1 - V_2}{nV_t}},$$

odnosno

$$\frac{i_I}{i_G} = e^{\frac{V_1 - V_2}{nV_t}}.$$

Kolo predstavlja pojačavač sa promenljivim pojačanjem koje se kontroliše diferencijalnim naponom $V_D = V_1 - V_2$.