Glava 1

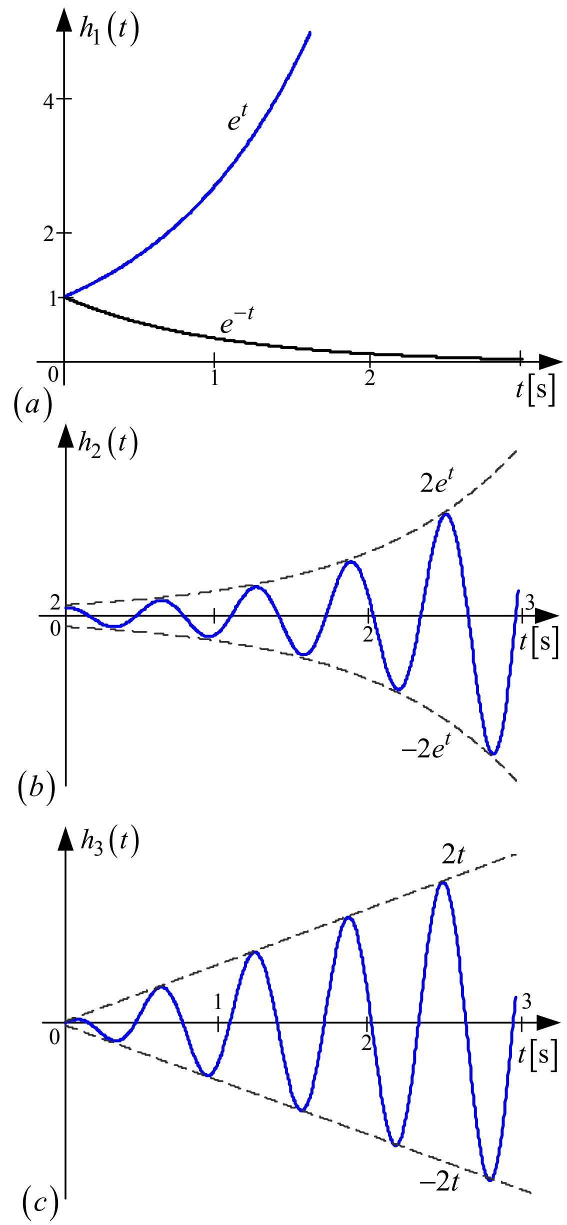
FREKVENCIJSKE KARAKTERISTIKE POJAČAVAČA

1.1. Odrediti impulsni odziv linearnih mreža čije su funkcije prenosa:

a) $H_1(s) = \dfrac{K_1}{s - p_1}$, $p_1 \neq 0$, $K_1 > 0$;

b) $H_2(s) = \dfrac{K_1}{s - a - jb} + \dfrac{K_1}{s - a + jb}$, $K_1 > 0$ i

c) $H_3(s) = \dfrac{K_1}{(s + jb)^2} + \dfrac{K_1}{(s - jb)^2}$, $K_1 > 0$.



Slika 1.1

Rešenje:

a) Funkcija prenosa ima pol na realnoj osi, $s_1 = p_1$. Impulsni odziv dobija se nalaženjem inverzne Laplasove transformacije

$$h_1(t) = L^{-1}\left(\frac{K_1}{s - p_1}\right) = K_1 e^{p_1 t},\ (t \geq 0).$$

Kada $t \to \infty$, za pozitivne vrednosti p_1 impulsni odziv je beskonačan, a kada je $p_1 < 0$ teži nuli. Na slici 1.1a prikazani su slučajevi sa konačnim i beskonačnim impulsnim odzivom za $K_1 = 1$ i $|p_1| = 1$. Dakle, za konačan impulsni odziv potrebno je da pol p_1 bude u levoj poluravni kompleksne promenljive s.

b) Ovde imamo par konjugovano kompleksnih polova, a impulsni odziv je

$$h_2(t) = L^{-1}\left(\frac{K_1}{s - a - jb} + \frac{K_1}{s - a + jb}\right),$$

$$h_2(t) = L^{-1}\left(\frac{2K_1(s - a)}{(s - a)^2 + b^2}\right) = 2K_1 e^{at}\cos(bt),$$

$$(t \geq 0).$$

Na slici 1.1b prikazan je impulsni odziv kada je $K_1 = 1$, $a = 1$ i $b = 10$, odakle se zaključuje da je impulsni odziv, $h_2(t)\big|_{t\to\infty} \to \infty$. Za konačan impulsni odziv potrebno je da obvojnica $2K_1 e^{at}$ ima opadajući karakter sa vremenom. Ovo znači da je realni deo konjugovano-kompleksnih polova negativan, odnosno da se polovi nalaze u levoj poluravni kompleksne promenljive s.

c) U ovom slučaju funkcija prenosa ima duple polove na imaginarnoj osi kompleksne kompleksne promenljive s. Impulsni odziv je

$$h_3(t) = L^{-1}\left(\frac{K_1}{(s + jb)^2} + \frac{K_1}{(s - jb)^2}\right) \Rightarrow h_3(t) = L^{-1}\left(\frac{2K_1\left(s^2 - b^2\right)}{\left(s^2 + b^2\right)^2}\right) = 2K_1 t\cos(bt),\ (t \geq 0)$$

Na slici 1.1c prikazan je impulsni odziv kada je $K_1 = 1$ i $b = 10$. Sa slike se vidi da $h_3(t)\big|_{t\to\infty} \to \infty$. Za konačan impulsni odziv funkcija prenosa ne sme imati višestruke konjugovano-kompleksne polove na imaginarnoj osi.

Sistem će biti stabilan ako za konačnu pobudu ima konačan odziv. Sistem je nestabilan ako ima polove u desnoj poluravni ili ima višestruke polove na imaginarnoj osi.

1.2. Jedan pojačavač ima funkciju prenosa naponskog pojačanja $A(s)=10^5\dfrac{s}{(s+10)(s+1000)}$.

a) Odrediti i nacrtati asimptotsku amplitudsku i faznu karakteristiku funkcije prenosa, $|A(j\omega)|[\mathrm{dB}]$ i $\varphi(\omega)=\arg(A(j\omega))$.

b) Odrediti donju i gornju graničnu učestanost i propusni opseg pojačavača.

Rešenje:

a) Funkcije prenosa pojačavačkih mreža imaju sledeće osobine:

- Racionalne su funkcije sa realnim koeficijentima u funkciji kompleksne učestanosti s
- Ako imaju kompleksne nule i polove oni se pojavljuju u konjugovano-kompleksnim parovima
- Nemaju polove u desnoj poluravni kompleksne učestanosti
- Ako imaju polove na imaginarnoj osi oni su prosti
- Nule funkcije prenosa mogu biti i u levoj i u desnoj poluravni kompleksne učestanosti

U opštem slučaju funkcija prenosa pojačavačkih mreža može se napisati u obliku

$$A(s)=\frac{V_i(s)}{V_g(s)}=\frac{N(s)}{D(s)}=\frac{a_m s^m+a_{m-1}s^{m-1}+\ldots+a_0}{b_n s^n+b_{n-1}s^{n-1}+\ldots+b_0}\ \Rightarrow\ A(s)=K\left(\prod_{i=1}^{m}(s-s_{Zi})\Big/\prod_{k=1}^{n}(s-s_{Pk})\right).$$

U ustaljenom režimu je $s=j\omega$, a pri prostoperiodičnoj pobudi prostoperiodičan je i odziv

$$A(j\omega)=K\frac{\prod_{i=1}^{m}(j\omega-s_{Zi})}{\prod_{k=1}^{n}(j\omega-s_{Pk})}=A_0\frac{\prod_{i=1}^{m}(1-j\omega/s_{Zi})}{\prod_{k=1}^{n}(1-j\omega/s_{Pk})}.$$

Ako su svi polovi i nule na realnoj osi u levoj poluravni kompleksne učestanosti, tada je $s_{Pi}=-\omega_{Pi}$ i $s_{Zi}=-\omega_{Zi}$, a posle smene se dobija

$$A(j\omega)=K\frac{\prod_{i=1}^{m}(j\omega+\omega_{Zi})}{\prod_{k=1}^{n}(j\omega+\omega_{Pk})}=A_0\frac{\prod_{i=1}^{m}(1+j\omega/\omega_{Zi})}{\prod_{k=1}^{n}(1+j\omega/\omega_{Pk})}.$$

Amplitudska karakteristika funkcije prenosa je

$$|A(j\omega)|=|K|\sqrt{\prod_{i=1}^{m}\left(\omega^2+\omega_{Zi}^2\right)\Big/\prod_{k=1}^{n}\left(\omega^2+\omega_{Pk}^2\right)}=|A_0|\sqrt{\prod_{i=1}^{m}\left(1+(\omega/\omega_{Zi})^2\right)\Big/\prod_{k=1}^{n}\left(1+(\omega/\omega_{Pk})^2\right)},$$

$$|A(j\omega)|[\mathrm{dB}]=20\log|A(j\omega)|=20\log|K|+\sum_{i=1}^{m}20\log\sqrt{\left(\omega^2+\omega_{Zi}^2\right)}-\sum_{k=1}^{n}20\log\sqrt{\left(\omega^2+\omega_{Pk}^2\right)},$$

$$|A(j\omega)|[\mathrm{dB}]=20\log|A_0|+\sum_{i=1}^{m}20\log\sqrt{\left(1+(\omega/\omega_{Zi})^2\right)}-\sum_{k=1}^{n}20\log\sqrt{\left(1+(\omega/\omega_{Pk})^2\right)}.$$

Fazna karakteristika funkcije prenosa je

$$\varphi(\omega)=\arg(A(j\omega))=arctg\frac{\mathrm{Im}(A(j\omega))}{\mathrm{Re}(A(j\omega))}=\arg(A_0)+\sum_{i=1}^{m}arctg(\omega/\omega_{Zi})-\sum_{k=1}^{n}arctg(\omega/\omega_{Pk}),$$

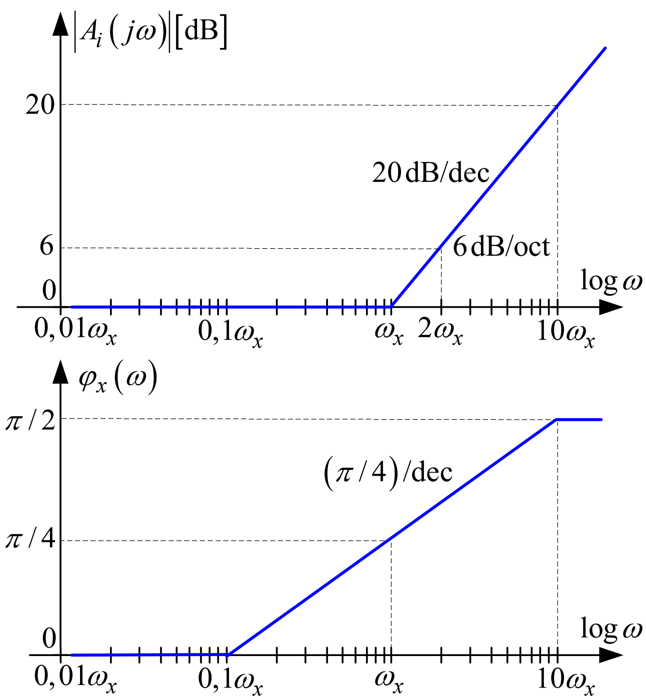
$$\varphi(\omega)=\arg(K)+\sum_{i=1}^{m}arctg(\omega/\omega_{Zi})-\sum_{k=1}^{n}arctg(\omega/\omega_{Pk}).$$

Bodeova aproksimacija amplitudske karakteristike jednog od članova funkcije prenosa je

$$\left|A_{x,k}(j\omega)\right|[\mathrm{dB}]=20\log\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_{x,x=Z,P}}\right)^2}=\begin{cases}0, & \omega\le\omega_x\\ 20\log(\omega/\omega_x), & \omega\ge\omega_x\end{cases}.$$

Bodeova aproksimacija fazne karakteristike jednog od članova funkcije prenosa je

$$\varphi_x(\omega)=arctg\frac{\omega}{\omega_{x,x=Z,P}}=\begin{cases}0, & \omega\le\omega_x/10\\ \frac{\pi}{4}\left(1+\log(\omega/\omega_x)\right), & \omega_x/10\le\omega\le 10\omega_x\\ \pi/2, & \omega\ge 10\omega_x\end{cases}.$$



Slika 1.2a

Na slici 1.2a prikazane su Bodeova asimptotska amplitudska i fazna karakteristika funkcije prenosa.

Najveća greška aproksimacije amplitudske karakteristike je na učestanosti ω_x

$$\delta_A=20\log\sqrt{2}=3\,\mathrm{dB},$$

dok je greška aproksimacije fazne karakteristike na učestanostima $0,1\omega_x$ i $10\omega_x$

$$\delta_\varphi=arctg(0,1)=5,7^\circ.$$

Na osnovu prethodnog se zaključuje da je Bodeova aproksimacija ustvari aproksimacija stvarne funkcije prenosa pravolinijskim segmentima.

Kada je $\omega\le\omega_{Zi}$, nula funkcije prenosa ne utiče na amplitudsku karakteristiku, a za $\omega\ge\omega_{Zi}$ podiže amplitudsku karakteristiku za $+20\,\mathrm{dB/dec}$. Nula utiče na faznu karakteristiku sa konstantnim nagibom od $45^\circ/\mathrm{dec}$ u opsegu učestanosti $0,1\omega_{Zi}\le\omega\le 10\omega_{Zi}$. Ispod $0,1\omega_{Zi}$ ne utiče na faznu karakteristiku, a unosi konstantan fazni pomeraj od 90° kada je $\omega\ge 10\omega_{Zi}$.

Uticaj pola je suprotan, pol obara amplitudsku karakteristiku sa nagibom $-20\,\mathrm{dB/dec}$ desno do ω_{Pk}, dok za $\omega\le\omega_{Pk}$ ne utiče na nju. Slično je i sa faznom karakteristikom. Kada je $0,1\omega_{Pk}\le\omega\le 10\omega_{Pk}$ pol obara karakteristiku sa nagibom $-45^\circ/\mathrm{dec}$, ne utiče na nju kada je $\omega\le 0,1\omega_{Pk}$, a unosi konstantan fazni pomeraj od -90° kada je $\omega\ge 10\omega_{Pk}$.

Nula na realnoj osi u desnoj poluravni kompleksne učestanosti ima isti uticaj na amplitudsku karakteristiku kao i nula u levoj poluravni. Međutim, uticaj na faznu karakteristiku je isti kao i uticaj pola u levoj poluravni. Dakle, nula u desnoj poluravni obara faznu karakteristiku sa nagibom od $-45^\circ/\mathrm{dec}$. U našem slučaju je

$$A(s)=10^5\frac{s}{(s+10)(s+1000)}=k\frac{(s+\omega_{Z1})}{(s+\omega_{P1})(s+\omega_{P2})}=\frac{k}{\omega_{P1}\omega_{P2}}\frac{s}{(1+s/\omega_{P1})(1+s/\omega_{P2})},\ k=10^5,$$

što znači da funkcija prenosa ima nulu u nuli, $\omega_{Z1}=0$, dok su polovi na realnoj osi u levoj poluravni, $\omega_{P1}=10\,\mathrm{rad/s}$ i $\omega_{P2}=1000\,\mathrm{rad/s}$. Smenom $s=j\omega$ dobija se

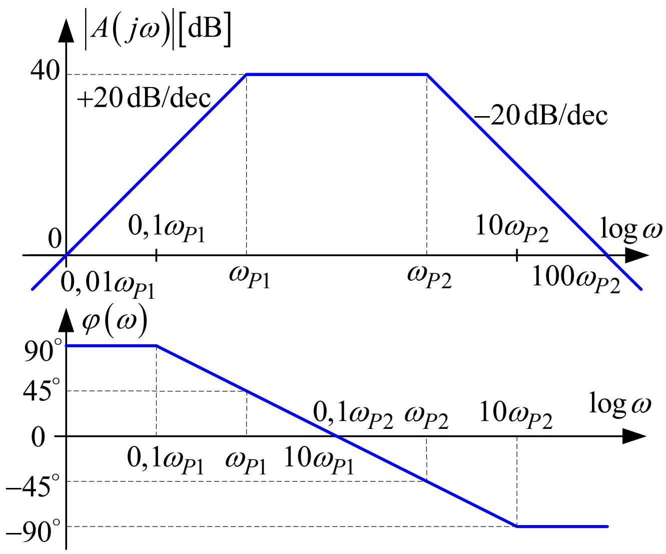
$$A(j\omega)=k_1\frac{j\omega}{(1+j\omega/\omega_{P1})(1+j\omega/\omega_{P2})},\ |A(j\omega)|=k_1\frac{\omega}{\sqrt{\left(1+(\omega/\omega_{P1})^2\right)\left(1+(\omega/\omega_{P2})^2\right)}},$$

$$|A(j\omega)|[\mathrm{dB}]=20\log k_1+20\log\omega-20\log\sqrt{\left(1+(\omega/\omega_{P1})^2\right)}-20\log\sqrt{\left(1+(\omega/\omega_{P2})^2\right)},$$

$$\varphi(\omega)=\arg(A(j\omega))=\arg(k_1)+(\pi/2)-arctg(\omega/\omega_{P1})-arctg(\omega/\omega_{P2}).$$

Primenjujući Bodeove aproksimacije na amplitudsku karakteristiku zaključujemo sledeće:

- Pošto je nula u nuli, nagib asimpotske amplitudske karakteristike iz $-\infty$ do učestanosti ω_{P1} je $+20\,\mathrm{dB/dec}$
- Za $\omega\geq\omega_{P1}$, pol na učestanosti ω_{P1} obara karakteristiku za $20\,\mathrm{dB/dec}$, tako da je nagib asimptotske amplitudske karakteristike $+20\,\mathrm{dB/dec}-20\,\mathrm{dB/dec}=0\,\mathrm{dB/dec}$, sve dok ne počne da deluje pol ω_{P2}. Na ovom segmentu pojačanje je nezavisno od učestanosti, $A[\mathrm{dB}]=20\log\left(k\omega_{P1}/(\omega_{P1}\omega_{P2})\right)=20\log(k/\omega_{P2})=20\log 10^2=40\,\mathrm{dB}$.
- Za $\omega\geq\omega_{P2}$, pol ω_{P2} obara amplitudsku karakteristiku za $20\,\mathrm{dB/dec}$, tako da je ukupni nagib $0\,\mathrm{dB/dec}-20\,\mathrm{dB/dec}=-20\,\mathrm{dB/dec}$.



Slika 1.2.b

Na osnovu ovoga na slici 1.2b nacrtana je asimptotska amplitudska karakteristika naponskog pojačanja $A(j\omega)$.

Primenjujući Bodeove aproksimacije na faznu karakteristiku funkcije prenosa zaključujemo sledeće:

- Na niskim učestanostima, $\omega\to 0$, faza je konstantna, a određena je nulom u nuli $\varphi(\omega\to 0)=90^\circ$
- U opsegu učestanosti $0{,}1\omega_{P1}\leq\omega\leq 10\omega_{P1}$ faza opada sa nagibom $-45^\circ/\mathrm{dec}$. Na učestanosti $10\omega_{P1}$ fazni stav je $90^\circ-\left(2\,\mathrm{dec}\cdot 45^\circ/\mathrm{dec}\right)=0$
- Kada je $\omega=10\omega_{P1}=0{,}1\omega_{P2}$ faza je nula, dok za $0{,}1\omega_{P2}\leq\omega\leq 10\omega_{P2}$ fazna karakteristika opada sa nagibom $-45^\circ/\mathrm{dec}$, tako da je $\varphi(\omega=10\omega_{P2})=\varphi(\omega\to\infty)=-90^\circ$. Dakle u opsegu, $0{,}1\omega_{P1}\leq\omega\leq 10\omega_{P2}$, fazna karakteristika opada sa nagibom $-45^\circ/\mathrm{dec}$
- Za $\omega\geq 10\omega_{P2}$ fazna karakteristika se ne menja, $\varphi(\omega\to\infty)=\varphi(\omega=10\omega_{P2})=-90^\circ$.

Na slici 1.2b prikazane su obe asimptotske karakteristike funkcije prenosa.

b) Donja granična učestanost je ona učestanost na kojoj pojačanje, u odnosu na pojačanje u propusnom opsegu, opadne za $3\mathrm{dB}$ ili $\sqrt{2}$ puta. Na osnovu ovoga je

$$|A(j\omega_L)|=\frac{k}{\omega_{P1}\omega_{P2}}\frac{\omega_L}{\sqrt{\left(1+(\omega_L/\omega_{P1})^2\right)\left(1+(\omega_L/\omega_{P2})^2\right)}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{k}{\omega_{P2}}\ \Rightarrow$$

$$2\omega_L^2=\omega_{P1}^2\left(1+\left(\omega_L/\omega_{P1}\right)^2\right)\left(1+\left(\omega_L/\omega_{P2}\right)^2\right)\ \Rightarrow$$

$$\omega_L^2\left(1-\left(\omega_L/\omega_{P2}\right)^2\right)\approx\omega_L^2=\omega_{P1}^2\left(1+\left(\omega_L/\omega_{P2}\right)^2\right)\approx\omega_{P1}^2,\ \omega_L\ll\omega_{P2}\ \Rightarrow$$

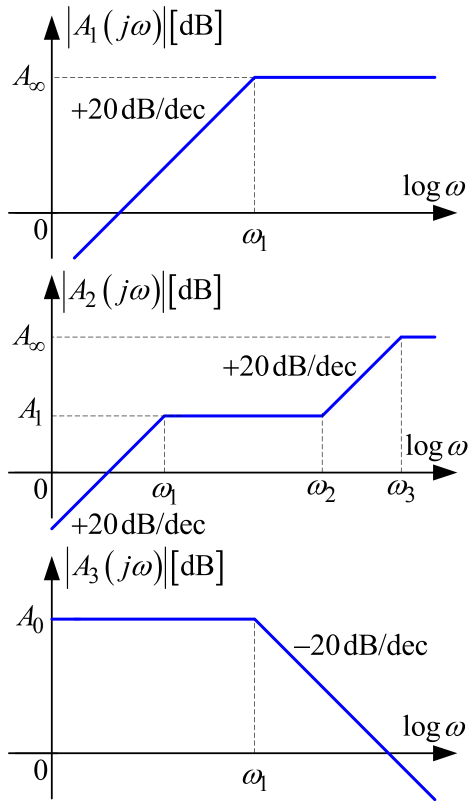
$$\omega_L\approx\omega_{P1}=10\,\text{rad/s},\ f_L\approx f_{P1}=\omega_{P1}/\left(2\pi\right)=1{,}59\,\text{Hz}.$$

Gornja granična učestanost određuje se na isti način kao i donja. Pošto je $\omega_{P1}\ll\omega_{P2}$, gornja granična učestanost je

$$\omega_H\approx\omega_{P2}=1000\,\text{rad/s},\ f_H\approx f_{P2}=\omega_{P2}/\left(2\pi\right)=159\,\text{Hz}.$$

Propusni opseg predstavlja razliku gornje i donje granične učestanosti

$$BW=f_H-f_L=157{,}4\,\text{Hz}.$$



Slika 1.3

1.3. Na slici 1.3 prikazane su asimptotske amplitudske karakteristike pojačanja pojačavača A_1, A_2 i A_3. Odrediti analitički izraz za funkcije prenosa $A_1(s)$, $A_2(s)$ i $A_3(s)$.

Rešenje:

1) Ovaj pojačavač ima pojačanje u propusnom opsegu A_∞, nulu u nuli i pol na učestanosti ω_1. Stoga je

$$A_1(s)=A_\infty\frac{s+\omega_Z}{s+\omega_P},\ \omega_Z=0,\ \omega_P=\omega_1\ \Rightarrow$$

$$A_1(s)=A_\infty\frac{s}{s+\omega_1}.$$

2) Pojačavač A_2 ima pojačanje u propusnom opsegu A_∞, nulu u nuli i na učestanosti ω_2 i polove na učestanosti ω_1 i ω_3. Stoga je

$$A_2(s)=A_\infty\frac{(s+\omega_{Z1})(s+\omega_{Z2})}{(s+\omega_{P1})(s+\omega_{P2})},\ \omega_{Z1}=0,\ \omega_{Z2}=\omega_2,$$

$$\omega_{P1}=\omega_1\ \text{i}\ \omega_{P2}=\omega_3\ \Rightarrow\ A_2(s)=A_\infty\frac{s(s+\omega_2)}{(s+\omega_1)(s+\omega_3)}.$$

Kada $\omega\to\infty$ $\left|A_2(j\omega)\right|_{\omega\to\infty}=A_\infty$, dok je za učestanosti koje se nalaze u opsegu, $\omega_1\le\omega\le\omega_2$,

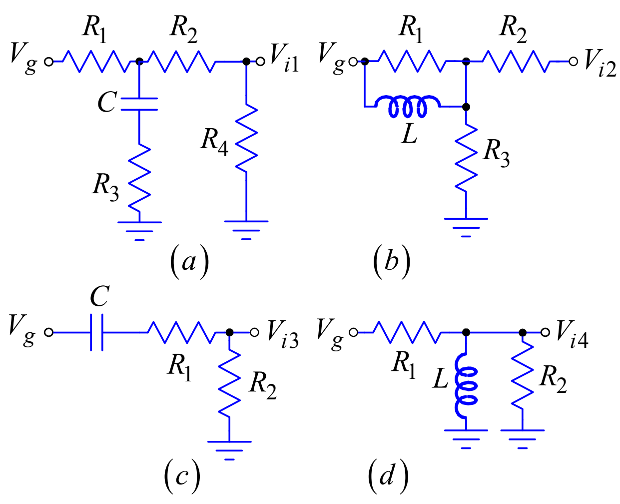
$$A_2(s)\to A_\infty\frac{s\omega_2}{s\omega_3}=A_\infty\frac{\omega_2}{\omega_3}.$$

3) Pojačavač A_3 ima na niskim učestanostima pojačanje A_0, pol na učestanosti ω_1 i nulu u beskonačnosti. Stoga mu je funkcija prenosa

$$A_3(s)=A_0\frac{1+s/\omega_Z}{1+s/\omega_P}\ \Rightarrow\ A_3(s)=A_0\frac{\omega_P}{s+\omega_P}.$$

1.4. Na slici 1.4a-d prikazana su kola sa jednim reaktivnim elementom. Odrediti funkcije prenosa $A_j(s)=V_{ij}(s)/V_g(s)$, $j=1,2,3,4$ i učestanosti nula i polova u svakom kolu.

Rešenje:



Slika 1.4

Funkcija prenosa kola sa jednom reaktansom, u kome postoji nenulto konačno pojačanje na niskim učestanostima, u opštem slučaju je

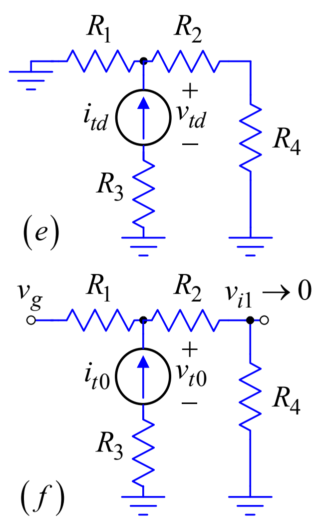
$$A(s)=\frac{V_i(s)}{V_g(s)}=k\frac{1+s/\omega_Z}{1+s/\omega_P}=k\frac{1+s\tau_Z}{1+s\tau_P}.$$

U prethodnom izrazu k predstavlja pojačanje na niskim učestanostima, dok su nula i pol funkcije prenosa određeni vremenskim konstantama

$$\tau_Z=CR_0,\ \tau_Z=L/R_0 \text{ i } \tau_P=CR_d,$$
$$\tau_P=L/R_d,$$

gde je R_d dinamička otpornost koju vidi impedansa (L ili C), a R_0 otpornost koju vidi impedansa kada $V_i\to 0$.

a) Funkcija prenosa kola sa slike 1.4a je



Slika 1.4

$$A_1(s)=\frac{V_{i1}(s)}{V_g(s)}=k_1\frac{1+s\tau_{Z1}}{1+s\tau_{P1}},\ \tau_{Z1}=CR_{01},\ \tau_{P1}=CR_{d1}.$$

Na veoma niskim učestanostima kondenzator je otvorena veza, pa je

$$k_1=\frac{R_4}{R_1+R_2+R_4}$$

Dinamička otpornost koju vidi kondenzator dobija se tako što se umesto njega u kolo postavi test generator, slika 1.4e, posle čega je

$$R_{d1}=\frac{v_{td}}{i_{td}}=R_3+R_1\parallel(R_2+R_4)\ \Rightarrow\ \tau_{P1}=C\left(R_3+R_1\parallel(R_2+R_4)\right).$$

Otpornost koju vidi kondenzator kada $v_{i1}\to 0$, R_{01}, dobija se sa slike 1.4f. Pošto $v_{i1}\to 0$, struja redne veze R_2, R_4 takođe teži nuli, te je

$$R_{01}=v_{t0}/i_{t0}=R_3\ \Rightarrow\ \tau_{Z1}=CR_3.$$

Konačno, funkcija prenosa postaje

$$A_1(s)=k_1\frac{1+s\tau_{Z1}}{1+s\tau_{P1}}=\frac{R_4}{R_1+R_2+R_4}\frac{1+sCR_3}{1+sC\left(R_3+R_1\parallel(R_2+R_4)\right)}.$$

b) Na isti način kao u prethodnom slučaju dolazi se do funkcije prenosa kola sa slike 1.4b

$$A_2(s)=\frac{V_{i2}(s)}{V_g(s)}=k_2\frac{1+s\tau_{Z2}}{1+s\tau_{P2}},\ k_2=1,\ \tau_{Z2}=L/R_{02}=L/R_1,\ \tau_{P2}=L/R_{d2}=L/(R_1\parallel R_3).$$

c) Kolo sa slike 1.4c, zbog redne kapacitivnosti, nema konačno pojačanje na niskim učestanostima, te se na njega ne može primeniti početna formula. Pošto je ovde pojačanje na visokim učestanostima konačno, a na niskim učestanostima nema prenosa signala, može se zaključiti da je nula funkcije prenosa u nuli i primeniti sledeća formula

$$A_3(s)=V_{i3}(s)/V_g(s)=k_{3\infty}\frac{s}{s+1/\tau_{P3}},$$

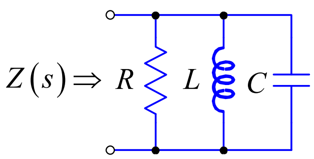
$$k_{3\infty}=A_3(s)\big|_{s\to\infty}=\frac{R_2}{R_1+R_2},\ \tau_{P3}=CR_{d3}=C(R_1+R_2)\ \Rightarrow$$

$$A_3(s) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{s}{s + 1/\left(C\left(R_1 + R_2\right)\right)}$$

d) U slučaju kola sa slike 1.4d, zbog paralelno povezanog kalema sa izlazom, pojačanje na niskim učestanostima je nula. Opet se ne može primeniti početna formula. Kao i u prethodnom slučaju, ovde je pojačanje na visokim učestanostima konstantno, a zbog paralelno povezanog kalema sa izlazom, nula funkcije prenosa je u nuli. Stoga je

$$A_4(s) = \frac{V_{i4}(s)}{V_g(s)} = k_{4\infty} \frac{s}{s + 1/\tau_{P4}}, \ k_{4\infty} = A_4(s)\Big|_{s\to\infty} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}, \ \tau_{P4} = L/R_{d4} = L/\left(R_1 \parallel R_2\right) \Rightarrow$$

$$A_4(s) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{s}{s + \left(R_1 \parallel R_2\right)/L}.$$

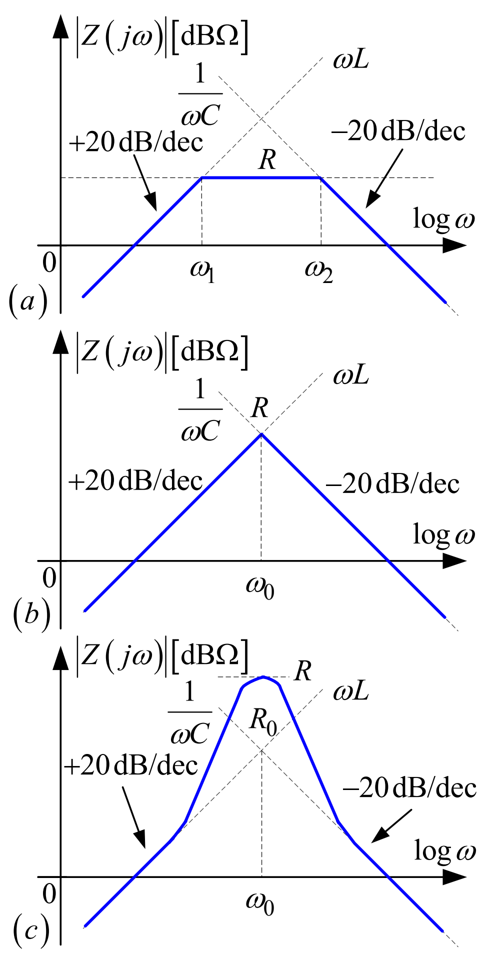


Slika 1.5

1.5. Odrediti i nacrtati asimptotsku amplitudsku karakteristiku impedanse paralelnog RLC kola $Z(s)$, kada je:

a) $R = 10\,\Omega$, **b)** $R = 100\,\Omega$ i **c)** $R = 1\,\mathrm{k}\Omega$.

Poznato je: $L = 1\,\mathrm{mH}$ i $C = 100\,\mathrm{nF}$.



Slika 1.5

Rešenje:

Impedansa paralelnog RLC kola je

$$Z(s) = R \parallel (sC)^{-1} \parallel (sL).$$

Moduo impedanse paralelne veze dve ili više impedansi uvek je manji od najmanje od njih. Zbog ovoga odlučujući uticaj na impedansu paralelne veze ima element sa najmanjom impedansom. Na niskim učestanostima dominantan uticaj ima induktivnost

$$Z(s) \approx Z(s)\big|_L = sL,$$

dok na visokim učestanostima impedansu određuje kondenzator

$$Z(s) \approx Z(s)\big|_H = (sC)^{-1}.$$

Na srednjim učestanostima dominantan uticaj ima otpornost R.

a) Na niskim učestanostima, kada je $R > \omega L$, dominantan uticaj ima induktivnost, tako da impedansa raste sa nagibom $+20\,\mathrm{dB\Omega/dec}$. Kada postane $\omega = \omega_1 = R/L = 10^4\,\mathrm{rad/s}$, moduo impedanse kalema i otpornost R su jednake. Kada je $\omega_1 \le \omega \le \omega_2$ impedansa kola praktično je $Z(s) \approx R$. Kada postane $\omega = \omega_2 = (RC)^{-1} = 10^6\,\mathrm{rad/s}$, moduo impedanse kondenzatora jednak je otpornosti R. Za $\omega \ge \omega_2$, dominantan je uticaj kondenzatora, tako da je nagib modula impedanse $-20\,\mathrm{dB\Omega/dec}$. Na osnovu ovoga na slici 1.5a prikazana je zavisnost modula impedanse od učestanosti.

b) Kada je $R = 100\,\Omega$ izjednačiće se karakteristične učestanosti $\omega_1 = \dfrac{R}{L} = \omega_2 = \dfrac{1}{RC} = 10^5\,\mathrm{rad/s}$, tako da će na učestanosti $\omega_1 = \omega_2$ istovremeno prestati dominantan uticaj induktivnosti i početi uticaj kapacitivnosti. Dakle, kada je $\omega \le \omega_1 = \omega_2$ nagib karakteristike je $+20\,\mathrm{dB\Omega/dec}$, dok je pri $\omega \ge \omega_1 = \omega_2$ ovaj nagib $-20\,\mathrm{dB\Omega/dec}$. Na slici 1.5b prikazana je ova amplitudska karakteristika.

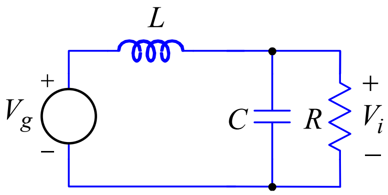
c) U ovom slučaju granica dominantnog uticaja induktivnosti i kapacitivnosti ne zavisi od otpornosti R

$$(\omega_0 C)^{-1} = \omega_0 L \;\rightarrow\; \omega_0 = 1/\sqrt{LC} = 10^5\,\mathrm{rad/s} \;\rightarrow\; R_0 = (\omega_0 C)^{-1} = \omega_0 L = \sqrt{L/C} = 100 .$$

Kada je $\omega \gg \omega_0$ dominantan je uticaj kapacitivnosti, tako da je nagib modula impedanse $-20\,\mathrm{dB\Omega/dec}$, dok je za $\omega \ll \omega_0$ impedansa pretežno induktivna, sa nagibom $+20\,\mathrm{dB\Omega/dec}$.

Na učestanosti $\omega = \omega_0$ impedansa kola je $|Z(j\omega_0)| = R$, dok je faktor dobrote, Q-faktor, $Q = R/R_0 = 10$.

Na slici 1.5c prikazana je zavisnost modula impedanse od učestanosti za ovaj slučaj.



Slika 1.6

1.6. Odrediti i nacrtati asimptotsku amplitudsku i faznu karakteristiku funkcije prenosa $A(s) = V_i(s)/V_g(s)$. Poznato je: $L = 1\,\mathrm{mH}$, $C = 100\,\mathrm{nF}$ i $R = 1\,\mathrm{k\Omega}$.

Rešenje:

Funkcija prenosa je

$$A(s) = \frac{V_i(s)}{V_g(s)} = \frac{R \,\|\, (sC)^{-1}}{R \,\|\, (sC)^{-1} + sL} = \frac{1}{s^2 LC + sL/R + 1} = \frac{\omega_0^2}{s^2 + s/(RC) + \omega_0^2}, \; \omega_0 = 1/\sqrt{LC} .$$

Na niskim učestanostima dominantan je uticaj kalema

$$A(s)\Big|_{s\to 0} \approx \frac{R}{R+sL} \approx 1 \;\Rightarrow\; |A(j\omega)|[\mathrm{dB}]\Big|_{\omega\to 0} \approx 0 \text{ i } \varphi(\omega)\Big|_{\omega\to 0} \approx 0 .$$

Na visokim učestanostima je $R \,\|\, (sC)^{-1} \approx (sC)^{-1}$ i $R \,\|\, (sC)^{-1} + sL \approx (sC)^{-1} + sL \approx sL$, tako da je

$$A(s)\Big|_{s\to\infty} \approx \frac{(sC)^{-1}}{sL} = \frac{1}{s^2 LC} .$$

Ovo znači da je amplitudska karakteristika $|A(j\omega)|[\mathrm{dB}]\Big|_{\omega\to\infty} \to -\infty$, sa nagibom od $-40\,\mathrm{dB/dec}$, dok fazna ima konstantnu vrednost $\varphi(\omega)\Big|_{\omega\to\infty} \approx -2(\pi/2) = -\pi$.

Na rezonantnoj učestanosti $\omega_0 = 1/\sqrt{LC} = 10^5\,\mathrm{rad/s}$ je $R_0 = \omega_0 L = (\omega_0 C)^{-1} = \sqrt{L/C} = 100\,\Omega$, dok je funkcija prenosa

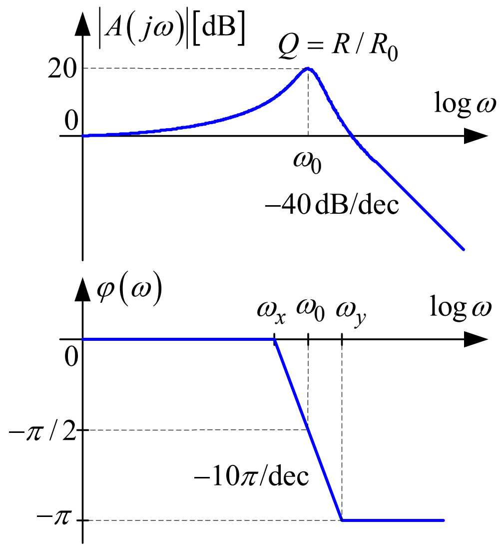
$$A(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + s/(RC) + \omega_0^2} = \frac{\omega_0^2}{s^2 + s\omega_0/Q + \omega_0^2}, \; Q = \frac{RC}{\sqrt{LC}} = \frac{R}{\sqrt{L/C}} = \frac{R}{R_0} = 10 ,$$

$$A(j\omega_0) = \frac{\omega_0^2}{-\omega_0^2 + j\omega_0^2/Q + \omega_0^2} = \frac{Q}{j}, \; |A(j\omega_0)| = Q = 10, \; Q[\mathrm{dB}] = 20 \text{ i}$$

$$\varphi(\omega) = \arg(A(j\omega_0)) = -\pi/2 .$$

Dobra, deo po deo linearna, aproksimacija fazne karakteristike ima sledeće osobine:

- Za $\omega \le \omega_x = 10^{-1/(2Q)}\omega_0$ fazna karakteristika ne unosi fazni pomeraj, $\varphi(\omega) \to 0$
- Za $\omega \ge \omega_y = 10^{1/(2Q)}\omega_0$ fazna karakteristika ima konstantnu fazu, $\varphi(\omega) \to -\pi$



Slika 1.6a

- Za $\omega_x \le \omega \le \omega_y$ fazna karakteristika se linearno menja sa nagibom $-\pi Q/\mathrm{dec}$, dok je $\varphi(\omega_0) = -\pi/2$.

U našem slučaju je

$$\omega_x = 10^{-1/(2Q)}\omega_0 = 0{,}89\omega_0 = 8{,}9\cdot 10^4\,\mathrm{rad/s} \text{ i}$$

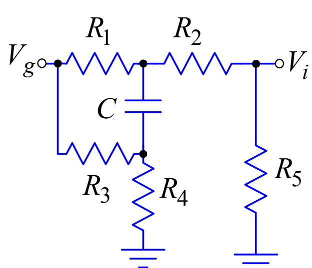
$$\omega_y = 10^{1/(2Q)}\omega_0 = 1{,}12\omega_0 = 1{,}12\cdot 10^5\,\mathrm{rad/s}.$$

Na slici 1.6a prikazane su asimptotske karakteristike funkcije prenosa $A(s)$.

1.7. Primenom teoreme dodatnog elementa odrediti funkciju prenosa $A(s) = V_i(s)/V_g(s)$.

Rešenje:

Funkcija prenosa bilo koje linearne mreže sa jednom izdvojenom reaktansom (dodatnim elementom $Z(s)$), slika 1.7a, može se odrediti primenom teoreme dodatnog elementa. Prema njoj, funkcija prenosa date linearne mreže je

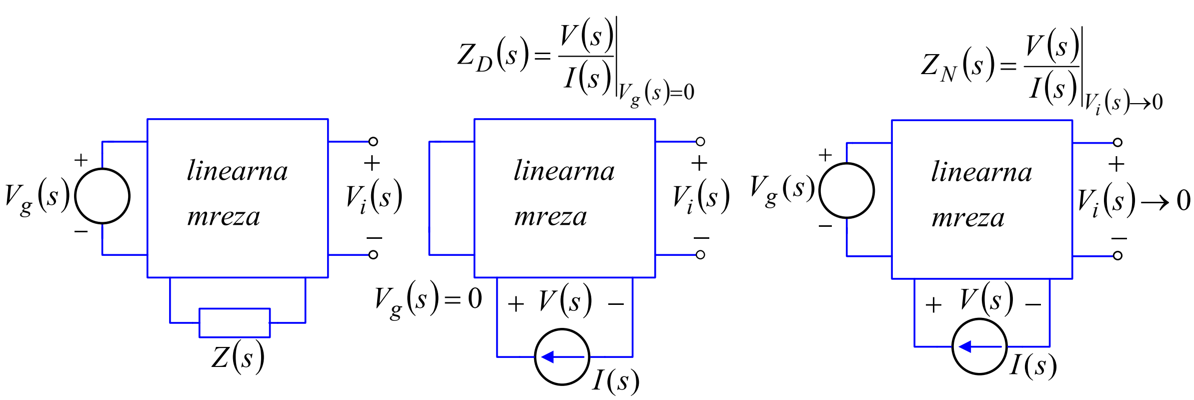


Slika 1.7

$$A(s) = \frac{V_i(s)}{V_g(s)} = A(s)\Big|_{Z(s)\to 0}\cdot\frac{1+Z(s)/Z_N(s)}{1+Z(s)/Z_D(s)}, \text{ ili}$$

$$A(s) = A(s)\Big|_{Z(s)\to\infty}\cdot\frac{Z(s)+Z_N(s)}{Z(s)+Z_D(s)},$$

gde je: $Z_D(s)$, impedansa koju vidi dodatna impedansa $Z(s)$; $Z_N(s)$ je impedansa koju vidi dodatna impedansa $Z(s)$, pri čemu kroz kolo nema prenosa signala do izlaza, odnosno $V_i(s)\to 0$. Pogrešan pristup u određivanju ove impedanse je kratko spajanje izlaznih priključaka. Parametri $A(s)\big|_{Z(s)\to 0}$ i $A(s)\big|_{Z(s)\to\infty}$ su funkcije prenosa pri kratkom spoju priključaka dodatne impedanse, $Z(s)\to 0$, odnosno kada je otvorena veza između priključaka ove impedanse, $Z(s)\to\infty$.



Slika 1.7a

Da bi mogla da se primeni ova teorema, pojačanja $A(s)\big|_{Z(s)\to 0}$ i $A(s)\big|_{Z(s)\to\infty}$ moraju imati nenulte vrednosti. U nekim slučajevima jedno od njih je nula, tako da se mora primeniti oblik teoreme sa drugim pojačanjem. Kada su oba pojačanja različita od nule, bira se oblik za koji se lakše pronalaze impedanse koje vidi dodatna impedansa: $Z_D(s)$ i $Z_N(s)$.

U našem slučaju dodatna impedansa je kondenzator C, $Z(s)=(sC)^{-1}$, a prema slici 1.7b je

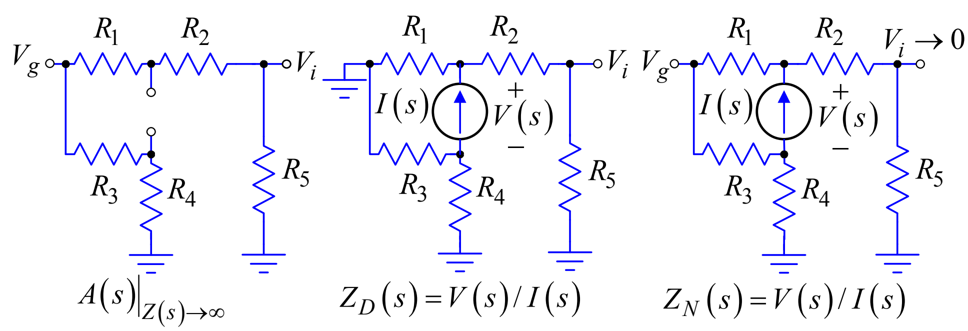
$$A(s)=\frac{V_i(s)}{V_g(s)}=A(s)\Big|_{Z(s)\to\infty}\cdot\frac{Z(s)+Z_N(s)}{Z(s)+Z_D(s)},\ Z(s)=\frac{1}{sC},\ A(s)\Big|_{Z(s)\to\infty}=\frac{R_5}{R_1+R_2+R_5},$$

$$Z_D(s)=(R_3\parallel R_4)+R_1\parallel(R_2+R_5).$$

Impedansa koju vidi dodatna impedansa kada $V_i\to 0$, $Z_N(s)$, dobija se na osnovu sledećeg razmatranja. Pošto $V_i\to 0$, nuli teži i struja kroz rednu vezu otpornosti R_2 i R_5, što znači da $V^+(s)\to 0$. Da bi odredili $V^-(s)$ primenimo Kirhofova pravila

$$V_g(s)=-R_1I(s),\ \frac{V_g(s)-V^-(s)}{R_3}=I(s)+\frac{V^-(s)}{R_4}\ \Rightarrow\ V^-(s)=-I(s)\frac{R_4(R_3+R_1)}{R_3+R_4}\ \Rightarrow$$

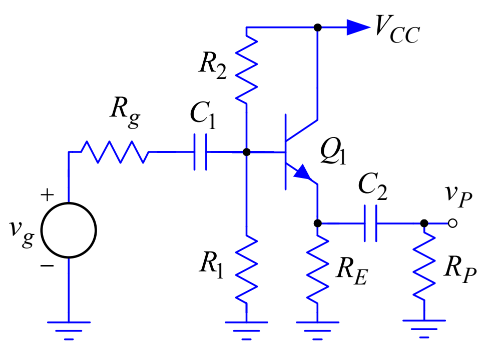
$$Z_N(s)=\frac{V(s)}{I(s)}=\frac{V^+(s)-V^-(s)}{I(s)}=\frac{-V^-(s)}{I(s)}=\frac{R_4(R_3+R_1)}{R_3+R_4}.$$



Slika 1.7b

Smenom se dobija funkcija prenosa

$$A(s)=A(s)\Big|_{Z(s)\to\infty}\cdot\frac{Z(s)+Z_N(s)}{Z(s)+Z_D(s)}=\frac{R_5}{R_1+R_2+R_5}\,\frac{(sC)^{-1}+(R_3\parallel R_4)+R_1\parallel(R_2+R_5)}{(sC)^{-1}+R_4(R_3+R_1)/(R_3+R_4)}.$$



Slika 1.8

1.8. Za pojačavač sa zajedničkim kolektorom sa slike 1.8 je poznato: $V_{CC}=15\,\text{V}$, $R_g=50\,\Omega$, $R_1=R_2=10\,\text{k}\Omega$, $R_E=1\,\text{k}\Omega$, $R_P=10\,\text{k}\Omega$, $C_1=10\,\mu\text{F}$, $C_2=50\,\mu\text{F}$, $\beta_F=\beta_0=100$ i $V_{BE}=0{,}7\,\text{V}$.

a) Odrediti i nacrtati asimptotsku amplitudsku i faznu karakteristiku naponskog pojačanja pojačavača $A(j\omega)=V_i(j\omega)/V_g(j\omega)$.

b) Odrediti donju graničnu učestanost pojačavača f_L.

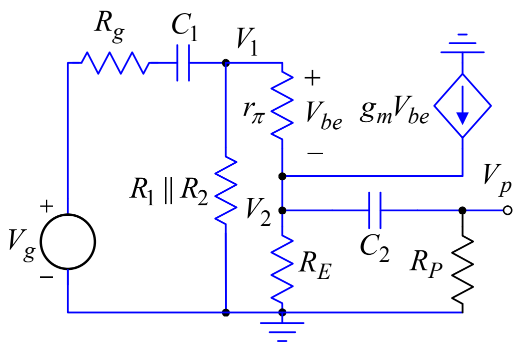
Rešenje:

a) U mirnoj radnoj tački je

$$I_C\approx I_E=(V_B-V_{BE})/R_E,\ V_B=V_{CC}R_1/(R_1+R_2)\ \Rightarrow\ I_C=6{,}8\,\text{mA}.$$

Parametri u modelu za male signale su

$$g_m=I_C/V_t=6{,}8\,\text{mA}/25\,\text{mV}=272\,\text{mS}\ \text{i}\ r_\pi=\beta_0V_t/I_C=368\,\Omega.$$



Slika 1.8a

Na slici 1.8a prikazana je šema za male signale pojačavača.

a1) Primenom metode potencijala čvorova dobija se sistem jednačina

$$V_1(s)\left(\frac{sC_1}{sC_1R_g+1}+\frac{1}{R_{12}}+\frac{1}{r_\pi}\right)-\frac{V_2(s)}{r_\pi}=\frac{sC_1V_g(s)}{sC_1R_g+1},$$

$$R_{12}=R_1 \parallel R_2,$$

$$-\frac{V_1(s)}{r_\pi}+V_2(s)\left(\frac{sC_2}{sC_2R_P+1}+\frac{1}{R_E}+\frac{1}{r_\pi}\right).$$

$$=g_m\left(V_1(s)-V_2(s)\right)$$

Kako je

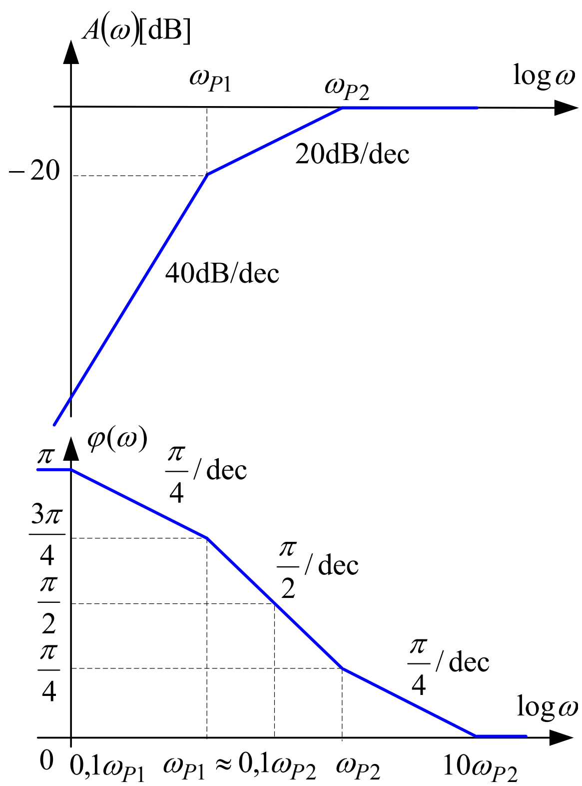
$$V_p(s)=\frac{sC_2R_P}{1+sC_2R_P}V_2(s),$$

uz pomoć rešenja prethodnog sistema dobija se naponsko pojačanje pojačavača

$$A(s)=\frac{V_p(s)}{V_g(s)}=\frac{s^2C_1C_2R_{12}R_PR_E(1+\beta_0)}{a_2s^2+a_1s+a_0},\ a_0=R_{12}+r_\pi+(1+\beta_0)R_E,$$

$$a_1=C_1\left[\left(R_{12}+R_g\right)\left(r_\pi+(1+\beta_0)R_E\right)+R_gR_{12}\right]+C_2\left[\left(R_{12}+r_\pi\right)\left(R_E+R_P\right)+(1+\beta_0)R_ER_P\right]\ \text{i}$$

$$a_2=\left[\left(R_{12}+R_g\right)\left(r_\pi\left(R_E+R_p\right)+(1+\beta_0)R_ER_P\right)+R_gR_{12}\left(R_E+R_P\right)\right]C_1C_2.$$



Slika 1.8b

Smenom brojnih vrednosti funkcija prenosa postaje

$$A(s)=\frac{V_p(s)}{V_g(s)}\approx 1\frac{s^2}{s^2+22{,}86s+41{,}52},$$

$$A(s)\approx\frac{s^2}{(s+2)(s+21)},$$

$$A(j\omega)\approx\frac{-\omega^2}{(j\omega+2)(j\omega+21)}=A(\omega)\cdot e^{j\varphi(\omega)}.$$

Dakle, funkcija prenosa ima duplu nulu u nuli, dva realna pola na realnoj osi u levoj poluravni i pojačanje u propusnom opsegu 1, odnosno $0\,\text{dB}$.

Na niskim učestanostima fazna karakteristika ima konstantan fazni stav koji potiče od duple nule u nuli

$$\varphi(\omega\to 0)=2(\pi/2)=\pi,$$

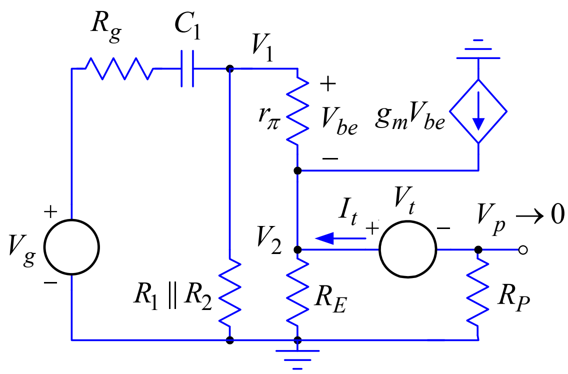
dok se na visokim učestanostima ovaj fazni stav anulira uticajem polova, tako da je

$$\varphi(\omega\to 0)=2(\pi/2)-2(\pi/2)=0.$$

Na slici 1.8.b prikazane su asimptotska amplitudska i fazna karakteristika pojačanja u funkciji učestanosti.

a2) Do funkcije prenosa pojačavača može se doći i primenom teoreme dodatnog elementa

$$\frac{V_p(s)}{V_g(s)}=A(s)=A(s)\Big|_{Z(s)\to 0}\cdot\frac{1+Z(s)/Z_N(s)}{1+Z(s)/Z_D(s)},\ Z(s)=(sC_2)^{-1}.$$



Slika 1.8c

Dinamička impedansa koju vidi kondenzator C_2, pri $V_g(s)=0$, iznosi

$$Z_D(s) = R_P + R_E \parallel \frac{r_\pi + R_{12} \parallel \left(R_g + 1/(sC_1)\right)}{1+\beta_0} .$$

Impedansa koju vidi dodatna impedansa kada $V_i(s) \to 0$, $Z_N(s)$, dobija se uz pomoć slike 1.8c. Kada $V_p \to 0$ i struja test generatora $I_t \to 0$, tako da je

$$Z_N(s) = V(s)/I(s)\big|_{V_p(s)\to 0} \to \infty .$$

Pri kratkospojenim priključcima dodatne impedanse pojačanje pojačavača je

$$A(s)\big|_{Z(s)\to 0} = \frac{\dfrac{R_{12}}{R_{12} + r_\pi + (1+\beta_0)(R_E \parallel R_P)}(1+\beta_0)(R_E \parallel R_P)}{R_g + (sC_1)^{-1} + R_{12} \parallel \left(r_\pi + (1+\beta_0)(R_E \parallel R_P)\right)} .$$

Sada imamo sve potrebne parametre za primenu teoreme dodatnog elementa. Smenom brojnih vrednosti dolazi se do iste funkcije prenosa kao i primenom metode potencijala čvorova.

a3) Ako se zna da su učestanosti polova dovoljno razmaknute, aproksimativna funkcija prenosa pojačavača se može dobiti na mnogo jednostavniji način. Za određivanje učestanosti polova koristićemo tzv. metod dinamičke otpornosti (otpornost za male signale). U kolima sa jednom (ili jednom ekvivalentnom) impedansom učestanost pola određena je dinamičkom otpornošću koju on vidi

$$\omega_{PC} = (CR_{dC})^{-1} \text{ ili } \omega_{PL} = R_{dL}/L .$$

Ovde u kolu postoje dva kondenzatora, pa ćemo pretpostaviti da je kondenzator koji definiše pol na nižim učestanostima kratak spoj (K.S.) pri određivanju dinamičke otpornosti koju vidi kondenzator čiji je pol na višim učestanostima. Obrnuto je pri određivanju dinamičke otpornosti koju vidi kondenzator čiji je pol na nižim učestanostima. Tada se kondenzator koji definiše pol na višim učestanostima ponaša kao otvorena veza (O.V.).

Pretpostavimo da je pol koji unosi kondezator C_2 na nižim učestanostima od pola koji unosi kondenzator C_1, $\omega_{P2} < \omega_{P1}$,

$$\omega_{P2} = \frac{1}{C_2 R_{d2}}\bigg|_{C_1=\text{O.V.}} ,\quad \omega_{P1} = \frac{1}{C_1 R_{d1}}\bigg|_{C_2=\text{K.S.}} .$$

Nalaženjem dinamičkih otpornosti, pod učinjenom pretpostavkom, dobija se

$$R_{d1} = R_g + R_{12} \parallel \left(r_\pi + (1+\beta_0)(R_E \parallel R_P)\right) \text{ i}$$

$$R_{d2} = R_P + R_E \parallel \frac{r_\pi + R_{12}}{1+\beta_0} ,$$

odakle je

$$\omega_{P2} = (C_2 R_{d2})^{-1} \approx 2\,\text{rad/s i } \omega_{P1} = (C_1 R_{d1})^{-1} \approx 20\,\text{rad/s} .$$

Iz poslednjeg izraza se vidi da je početna pretpostavka zadovoljena.

Nule funkcije prenosa su u nuli pošto se kondenzatori C_1 i C_2 nalaze direktno na putu toka signala, $\omega_{Z1} = \omega_{Z2} = 0$.

Pojačanje na srednjim učestanostima (kada se oba kondenzatora mogu smatrati kratkim spojevima, a parazitne kapacitivnosti tranzistora praktično otvorenim vezama) je

$$A_\infty = \frac{\dfrac{R_{12}}{R_{12}+r_\pi+(1+\beta_0)(R_E \parallel R_P)}(1+\beta_0)}{R_g + R_{12} \parallel \left(r_\pi + (1+\beta_0)(R_E \parallel R_P)\right)}(R_E \parallel R_P) \approx 1 .$$

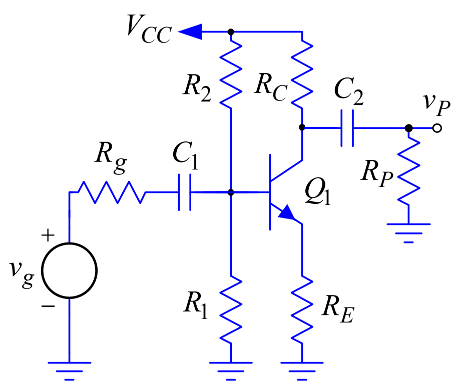
Aproksimativna funkcija prenosa pojačavača je

$$A(s) \approx A_\infty \frac{(s+\omega_{Z1})(s+\omega_{Z2})}{(s+\omega_{P1})(s+\omega_{P2})} = A_\infty \frac{s^2}{(s+\omega_{P1})(s+\omega_{P2})} = \frac{s^2}{(s+2)(s+20)} .$$

b) Granična učestanost pojačavača je učestanost na kojoj pojačanje u odnosu na pojačanje u propusnom opsegu opadne za 3dB ($\sqrt{2}$ puta). Na osnovu funkcije prenosa donja granična učestanost ω_L nalazi se iz uslova

$$|A(j\omega_L)|^2 = \frac{\omega_L^4}{(\omega_L^2+\omega_{P1}^2)(\omega_L^2+\omega_{P2}^2)} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\omega_L^2 = \frac{\omega_{P1}^2+\omega_{P2}^2}{2} + \frac{\sqrt{\omega_{P1}^4+6\omega_{P1}^2\omega_{P2}^2+\omega_{P2}^4}}{2} \Rightarrow \omega_L \approx \omega_{P2} = 21\,\text{rad/s},\ f_L \approx \omega_L/(2\pi) = 3{,}3\,\text{Hz} .$$



Slika 1.9

1.9. Za pojačavač sa zajedničkim emitorom, slika 1.9, poznato je: $V_{CC}=5\,\text{V}$, $V_{BE}=0{,}6\,\text{V}$, $\beta_F=\beta_0=100$, $R_g=1\,\text{k}\Omega$, $R_1=10\,\text{k}\Omega$, $R_2=39\,\text{k}\Omega$ i $R_P=5\,\text{k}\Omega$.

a) Odrediti otpornosti R_E i R_C tako da u mirnoj radnoj tački bude $V_{CE}=2\,\text{V}$ i $I_C=1\,\text{mA}$.

b) Odrediti kapacitivnosti C_1 i C_2 tako da učestanosti polova budu približno iste i da je donja granična učestanost $f_L=20\,\text{Hz}$.

c) Odrediti naponsko pojačanje pojačavača u propusnom opsegu $A_\infty = v_p/v_g$.

Rešenje:

a) U mirnoj radnoj tački je

$$I_C \approx I_E = \frac{V_B - V_{BE}}{R_E} \approx \frac{(R_1/(R_1+R_2))V_{CC} - V_{BE}}{R_E} \Rightarrow R_E \approx \frac{(R_1/(R_1+R_2))V_{CC}-V_{BE}}{I_C} = 420\,\Omega ,$$

$$V_{CE} = (V_{CC}-R_C I_C) - R_E I_E \approx (V_{CC}-R_C I_C) - R_E I_C \Rightarrow R_C \approx \frac{V_{CC}-V_{CE}}{I_C} - R_E = 2{,}58\,\text{k}\Omega .$$

Parametri u modelu za male signale su

$$g_m = I_C/V_t = 40\,\text{mS} \ \text{i} \ r_\pi = \beta_0 V_t / I_C = 2{,}5\,\text{k}\Omega .$$

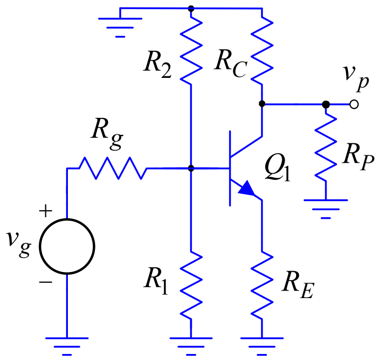
b) Kondenzatori nemaju zajedničkih kontura, pa učestanosti polova koje oni određuju zavise samo od jedne kapacitivnosti

$$\omega_{P1} = (C_1 R_{d1})^{-1} \ \text{i} \ \omega_{P2} = (C_2 R_{d2})^{-1} .$$

Dinamičke otpornosti koje vide pojedini kondenzatori dobijaju se iz šeme za male signale sa ukinutom pobudom

$$R_{d1} = R_g + R_{12} \parallel (r_\pi + (1+\beta_0)R_E) = 7{,}76\,\text{k}\Omega \ \text{i} \ R_{d2} = R_P + R_C = 7{,}58\,\text{k}\Omega .$$

Pošto su dinamičke otpornosti približno iste, za jednakost učestanosti polova potrebno je da bude $C_1 \approx C_2$. Zbog redne veze sprežnih kondenzatora sa pojačavačem i potrošačem, nule funkcije prenosa su u nuli, tako da je



Slika 1.9a

$$A(s)=\frac{V_p(s)}{V_g(s)}=A_\infty\frac{s^2}{(s+\omega_P)^2}\Rightarrow|A(j\omega)|=A_\infty\frac{\omega^2}{\omega^2+\omega_P^2}.$$

Na donjoj graničnoj učestanosti važi

$$|A(j\omega_L)|=A_\infty\frac{\omega_L^2}{\omega_L^2+\omega_P^2}=\frac{A_\infty}{\sqrt{2}}\Rightarrow$$

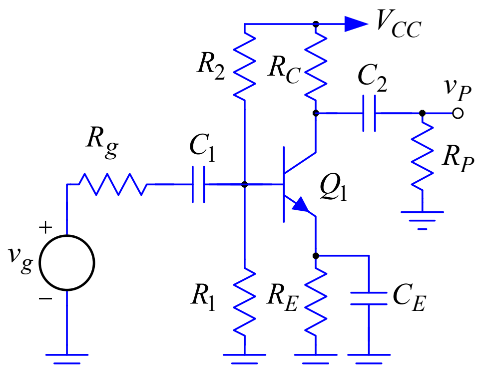
$$\omega_P=\omega_L\left(\sqrt{\sqrt{2}-1}\right)=2\pi f_L\left(\sqrt{\sqrt{2}-1}\right)=81\,\text{rad/s},$$

odakle se dobijaju kapacitivnosti

$$C_1\approx C_2=(\omega_P R_{d2})^{-1}\approx 1,6\,\mu\text{F}.$$

c) U propusnom opsegu se svi kondenzatori mogu smatrati kratkim vezama, slika 1.9a, pa je

$$A_\infty=\frac{v_p}{v_g}=-\frac{1}{R_g+R_{12}\parallel R_B}\frac{R_{12}}{R_{12}+R_B}\beta_0(R_C\parallel R_P),\ R_B=r_\pi+(1+\beta_0)R_E\Rightarrow A_\infty=-2,8.$$



Slika 1.10

1.10. Za stepen sa zajedničkim emitorom, slika 1.10, poznato je: $V_{CC}=5\,\text{V}$, $\beta_F=\beta_0=200$, $V_{BE}=0,6\,\text{V}$, $R_1=20\,\text{k}\Omega$, $R_2=30\,\text{k}\Omega$, $R_C=2,2\,\text{k}\Omega$, $R_P=10\,\text{k}\Omega$, $R_E=1,4\,\text{k}\Omega$, $R_g=500\,\Omega$, $C_1=C_2=4,7\,\mu\text{F}$ i $C_E=50\,\mu\text{F}$.

a) Odrediti i nacrtati asimptotsku amplitudsku karakteristiku $A_e(j\omega)=V_e(j\omega)/V_g(j\omega)$.

b) Odrediti i nacrtati asimptotsku amplitudsku karakteristiku $A(j\omega)=V_p(j\omega)/V_g(j\omega)$.

c) Odrediti donju graničnu učestanost pojačavača f_L.

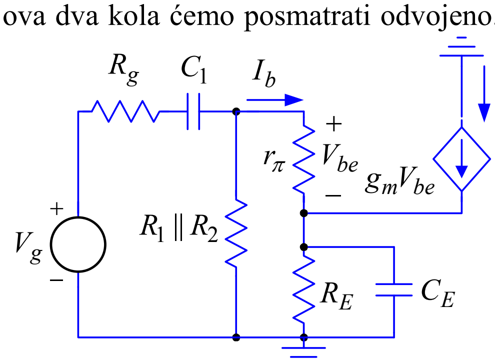
Rešenje:

U mirnoj radnoj tački je

$$I_C\approx\frac{V_B-V_{BE}}{R_E}=\frac{(R_1/(R_1+R_2))V_{CC}-V_{BE}}{R_E}=1\,\text{mA}\Rightarrow$$

$$g_m=I_C/V_t=40\,\text{mS}\ \text{i}\ r_\pi=\beta_0V_t/I_C=2,5\,\text{k}\Omega.$$

Pošto vremenske konstante kondenzatora C_1 i C_E koje definišu polove i nule ne utiču na vremensku konstantu kondenazatora C_2 (bez uticaja Earlyjevog efekta nemaju zajedničke konture), ova dva kola ćemo posmatrati odvojeno. Na slici 1.10a prikazana je šema za male signale ulaznog kola pojačavača. Funkcije prenosa su



Slika 1.10a

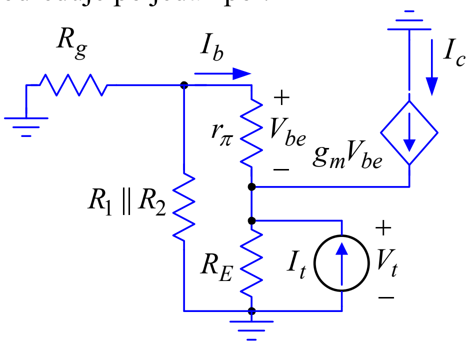
$$A_e(s)=\frac{V_e(s)}{V_g(s)},\ A(s)=\frac{V_p(s)}{V_g(s)}=\frac{V_p(s)}{I_c(s)}\frac{I_c(s)}{V_g(s)},$$

$$A(s)=-\frac{R_CR_P}{R_C+\left((sC_2)^{-1}+R_P\right)}G(s),$$

$$A(s)=-(R_C\parallel R_P)\frac{s}{s+\omega_{P2}}G(s),$$

$$\omega_{P2}=\left(C_2(R_C+R_P)\right)^{-1}=17\,\text{rad/s}.$$

a) U kolu postoje dva kondenzatora koja utiču na funkciju $A_e(s)$, što znači da funkcija prenosa ima dve nule i dva pola. Zbog zajedničkih kontura i jedan i drugi kondenzator utiču na oba pola funkcije prenosa. Primenom teoreme dodatnog elementa, ili Kirhofovih pravila, može se dobiti funkcija prenosa, ali je ovaj postupak dugotrajan. Ako se zna da su polovi funkcije prenosa $A_e(s)$ razmaknuti za više od jedne dekade, aproksimativno se može smatrati da svaki kondenzator određuje po jedan pol.



Slika 1.10b

Kondenzator C_1 nalazi se direktno na putu signala i on unosi nulu u nuli. Kondenzator C_2 nalazi se paralelno sa izlazom, što znači da će napon na izlazu biti nula kada $\omega \to \infty$, odnosno da je njegova nula u beskonačnosti.

Pretpostavićemo da su polovi dovoljno razmaknuti, da se jedan kondenzator na učestanosti pola drugog kondenzatora može smatrati kratkim spojem ili otvorenom vezom, zavisno od toga koji kondenzator unosi pol na višoj učestanosti. Pošto je otpornost koja se vidi u emitoru obično mnogo manja od otpornosti koja se vidi u bazi, pretpostavimo da je pol koji potiče od kondenzatora C_E na višoj učestanosti, $\omega_{PE} = (C_E R_{dE})^{-1} \gg \omega_{P1} = (C_1 R_{d1})^{-1}$. U tom slučaju ćemo određivanje dinamičke otpornosti koju vidi kondenzator C_E uraditi pri kratkospojenom kondenzatoru C_1, slika 1.10b. Prema ovoj slici je

$$R_{dE}\Big|_{C_1=\text{K.S.}} = \frac{V_t}{I_t} = R_E \parallel \frac{r_\pi + R_{12} \parallel R_g}{1+\beta_0},$$

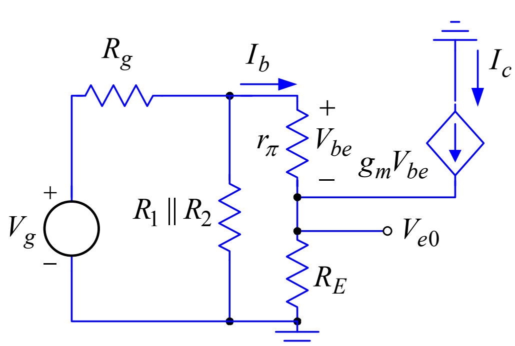
$$\omega_{PE} = \omega_2 = (C_E R_{dE})^{-1}\Big|_{C_1=\text{K.S.}} = \left(C_E \left(R_E \parallel \frac{r_\pi + R_{12} \parallel R_g}{1+\beta_0} \right) \right)^{-1} = 1{,}36\,\text{krad/s}.$$

Kondenzator C_E počinje značajnije da utiče na funkciju prenosa kada je $\omega \geq \omega_{PE}$, što znači da se na učestanosti pola koji potiče od kondenzatora C_1 može smatrati otvorenom vezom. Prema ovome pol koji potiče od ulaznog kondenzatora je

$$\omega_{P1} = (C_1 R_{d1})^{-1}\Big|_{C_E=\text{O.V.}}, \quad R_{d1}\Big|_{C_E=\text{O.V.}} = R_g + R_{12} \parallel \left(r_\pi + R_E (1+\beta_0) \right) \Rightarrow$$

$$\omega_{P1} = \omega_1 = \left[C_B \left(R_g + R_{12} \parallel \left(r_\pi + R_E (1+\beta_0) \right) \right) \right]^{-1}\Big|_{C_E=\text{O.V.}} \approx 18\,\text{rad/s}.$$

Pošto je $\omega_{PE} \gg \omega_{P1}$ početna pretpostavka je zadovoljena, tako da su nađene učestanosti polova približno jednake stvarnim učestanostima.



Slika 1.10c

Na osnovu dosadašnjih razmatranja zaključujemo da je funkcija prenosa $A_e(s)$ oblika

$$A_e(s) = k\frac{s}{(s+\omega_{P1})(s+\omega_{PE})}.$$

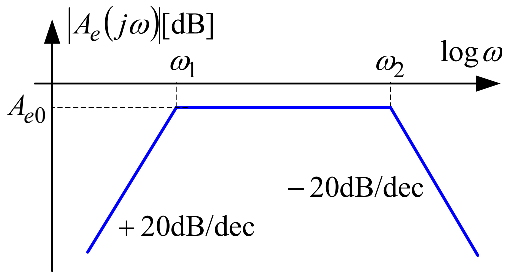
Kada je $\omega_{P1} \leq \omega \leq \omega_{PE}$ funkcija prenosa približno je

$$A_e(s) \approx k\frac{s}{(s)(\omega_{PE})} = \frac{k}{\omega_{PE}} = A_{e0}, \quad \omega_{P1} \leq \omega \leq \omega_{PE},$$

a ovo pojačanje se dobija tako što se učini da je C_1 kratak spoj, a C_E otvorena veza, slika 1.10c. Na osnovu ove slike je

$$A_{e0}=\frac{V_{e0}}{V_g}=\frac{R_E\left(1+\beta_0\right)}{R_g+R_{12}\parallel\left(r_\pi+\left(1+\beta_0\right)R_E\right)}\frac{R_{12}}{R_{12}+r_\pi+\left(1+\beta_0\right)R_E}=950\cdot10^{-3}\,,\ A_{e0}\left[\text{dB}\right]=-0{,}4\,\text{dB}\ \Rightarrow$$

$$k=A_0\omega_{PE}=1{,}3\cdot10^3\,.$$



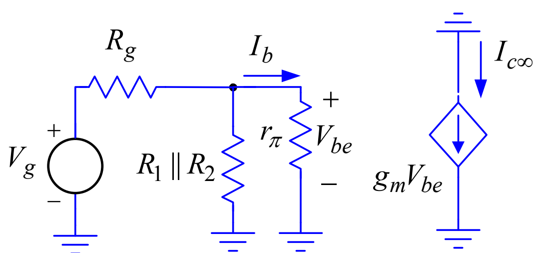
Slika 1.10d

Smenom brojnih vrednosti dolazi se do funkcije prenosa

$$A_e\left(s\right)=1{,}3\cdot10^3\frac{s}{\left(s+18\right)\left(s+1360\right)}\,.$$

Na slici 1.10d prikazana je asimptotska amplitudska karakteristika funkcije prenosa $A_e\left(s\right)$.

b) I funkciju prenosa naponskog pojačanja pojačavača ćemo odrediti aproksimativno. Transkonduktansa $G\left(s\right)$ takođe ima dve nule i dva pola. Nulu u nuli unosi kondenzator C_1, pošto je direktno na putu signala. Kondenzator C_E unosi nulu na učestanosti na kojoj $I_c\to0$. Da bi struja kolektora težila nuli i struja baze treba da teži nuli, a ovo će biti ispunjeno kada je impedansa koja se vidi iz emitora beskonačna. Pri tome je otpornost koju vidi kondenzator u emitoru



Slika 1.10e

$$R_{ZE}=R_E\ \Rightarrow$$

$$\omega_{ZE}=\left(C_ER_{ZE}\right)^{-1}=\left(C_ER_E\right)^{-1}\approx14\,\text{rad/s}\,.$$

Pošto su polovi funkcije prenosa isti kao u prethodnoj tački, to je

$$G\left(s\right)=G_\infty\frac{s\left(s+\omega_{ZE}\right)}{\left(s+\omega_{P1}\right)\left(s+\omega_{PE}\right)}\,,$$

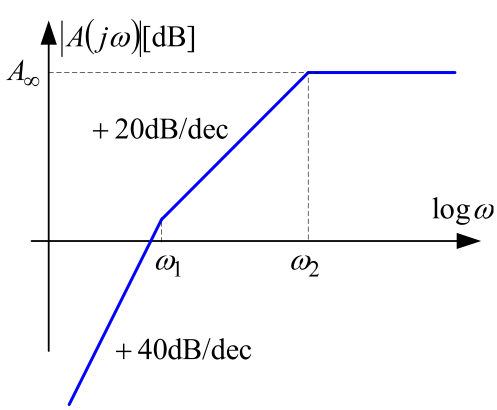
gde je G_∞ transkonduktansa u propusnom opsegu, odnosno kada su oba kondenzatora kratki spojevi, slika 1.10e. Prema ovoj slici je

$$G_\infty=\frac{I_{c\infty}}{V_g}=\frac{1}{R_g+R_{12}\parallel r_\pi}\frac{R_{12}}{R_{12}+r_\pi}\beta_0=64{,}4\cdot10^{-3}\,.$$

Na osnovu prethodnog dobija se ukupna funkcija prenosa

$$A\left(s\right)=-G_\infty\left(R_C\parallel R_P\right)\frac{s}{s+\omega_{P2}}\frac{s\left(s+\omega_{ZE}\right)}{\left(s+\omega_{P1}\right)\left(s+\omega_{PE}\right)}=-A_\infty\frac{s^2\left(s+\omega_{ZE}\right)}{\left(s+\omega_{P2}\right)\left(s+\omega_{P1}\right)\left(s+\omega_{PE}\right)}\,,$$

$$A_\infty=G_\infty\left(R_C\parallel R_P\right)=116\ \Rightarrow\ A_\infty\left[\text{dB}\right]=20\log\left(116\right)=41\,\text{dB}\,.$$



Slika 1.10f

Pošto je $\omega_{ZE}\approx\omega_{P1}$ smatraćemo da je funkcija prenosa približno dvopolna

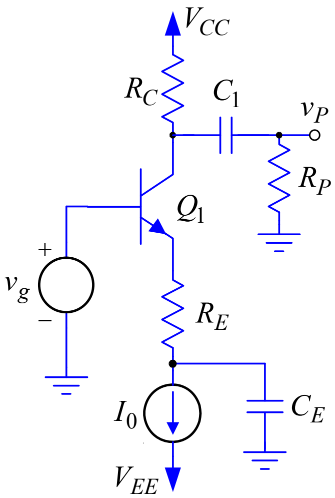
$$A\left(s\right)\approx-A_\infty\frac{s^2}{\left(s+\omega_{P2}\right)\left(s+\omega_{PE}\right)}\ \Rightarrow$$

$$A\left(j\omega\right)\approx A_\infty\frac{\omega^2}{\left(j\omega+\omega_{P2}\right)\left(j\omega+\omega_{PE}\right)}\,,$$

na osnovu čega je na slici 1.10f prikazana približna asimptotska amplitudska karakteristika naponskog pojačanja pojačavača.

c) S obzirom da su polovi funkcije prenosa razmaknuti za više od jedne dekade učestanosti, donju graničnu učestanost dovoljno dobro definiše viši pol

$$\omega_L \approx \omega_{PE} \;\Rightarrow\; f_L \approx \omega_{PE}/(2\pi) = 216\,\text{Hz}.$$



Slika 1.11

1.11. Za pojačavač sa zajedničkim emitorom, slika 1.11, poznato je: $V_{CC} = -V_{EE} = 5\,\text{V}$, $I_0 = 1\,\text{mA}$, $\beta_F = \beta_0 = 100$, $V_{BE} = 0{,}6\,\text{V}$, $R_P = 10\,\text{k}\Omega$, $C_1 = 6{,}8\,\mu\text{F}$ i $C_E = 100\,\mu\text{F}$.

a) Odrediti otpornost R_C tako da u mirnoj radnoj tački bude $V_{CE} = 2{,}6\,\text{V}$.

b) Ako je $R_E = 0$, odrediti donju graničnu učestanost pojačavača f_{L1}, kao i pojačanje u propusnom opsegu $A_{\infty 1}$.

c) Odrediti otpornost R_E za koju će donja granična učestanost postati $f_{L2} = f_{L1}/4$. Za koliko će se promeniti pojačanje u propusnom opsegu u ovom slučaju?

Rešenje:

a) Napon na bazi u mirnoj radnoj tački je nula, te je

$$V_{CE} = V_C - V_E = V_{CC} - R_C I_C - (-V_{BE}) = V_{CC} + V_{BE} - R_C I_0,$$

odakle se dobija

$$R_C = (V_{CC} + V_{BE} - V_{CE})/I_0 = 3\,\text{k}\Omega.$$

b) U kolu postoje dva kondenzatora, dakle funkcija prenosa ima dve nule i dva pola

$$A(s) = \frac{V_p(s)}{V_g(s)} = A_{\infty 1}\frac{(s+\omega_{ZE})(s+\omega_{Z1})}{(s+\omega_{PE})(s+\omega_{P1})}.$$

Nula koja potiče od kondenzatora C_1 je u nuli. Nula koju unosi C_E takođe je u nuli, pošto pri $V_p \to 0$ i $I_c \to 0$ kondenzator vidi beskonačnu otpornost. Ovo može lako fizički da se objasni. Kada $\omega \to 0$, struja emitora, odnosno kolektora je konstantna i ne zavisi od ulaznog napona, što znači da je promenljivi napon na potrošaču nula.

Pol koji unosi kondenzator C_1 određen je dinamičkom otpornošću

$$\omega_{P1} = \left(C_1(R_C + R_P)\right)^{-1} = 11\,\text{rad/s},$$

isto kao i pol koji potiče od kondenzatora C_E

$$\omega_{PE} = (C_E R_{dE})^{-1} = (C_E/g_m)^{-1} = g_m/C_E = I_0/(V_t C_E) = 400\ \text{rad/s} \gg \omega_{P1}.$$

Pojačanje u propusnom opsegu dobija se iz šeme za male signale pri kratkospojenim kondenzatorima

$$A_{\infty 1} = -g_m(R_C \parallel R_P) = -92.$$

Konačno, funkcija prenosa postaje

$$A(s) = -92\frac{s^2}{(s+400)(s+11)} \;\Rightarrow\; A(j\omega) = 92\frac{\omega^2}{(j\omega+400)(j\omega+11)}.$$

Zbog toga što je $\omega_{PE} \gg \omega_{P1}$, donja granična učestanost određena je polom ω_{PE}

$$\omega_{L1} \approx \omega_{PE} = 400\,\text{rad/s}.$$

c) Kada je $R_E \neq 0$, učestanost pola ω_{P1} i nule funkcije prenosa se ne menjaju, dok je

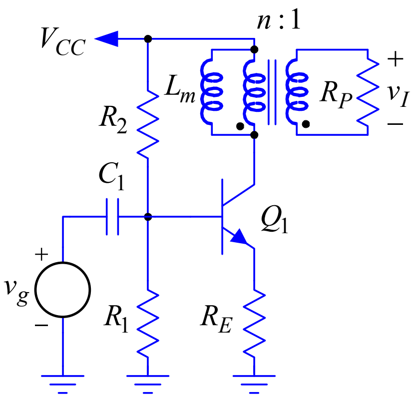
$$\omega_{PE} = (C_E R_{dE})^{-1},\; R_{dE} = R_E + \frac{1}{g_m} = \frac{1+g_m R_E}{g_m} \;\Rightarrow\; \omega_{PE} = (C_E R_{dE})^{-1} = \frac{g_m}{C_E(1+g_m R_E)} \approx \omega_{L2}.$$

Iz uslova da je $\omega_{L2} = \omega_{L1}/4$ dobija se

$$\frac{g_m}{C_E\left(1+g_m R_E\right)}=\frac{1}{4}\frac{g_m}{C_E} \Rightarrow g_m R_E=3 \Rightarrow R_E=3/g_m=75\,\Omega .$$

Pojačanje u propusnom opsegu sada je

$$A_{\infty 2}=-\frac{g_m\left(R_C \parallel R_P\right)}{1+g_m R_E}=-\frac{92}{4}=-23 \Rightarrow \frac{A_{\infty 1}}{A_{\infty 2}}=1+g_m R_E=4 .$$



Slika 1.12

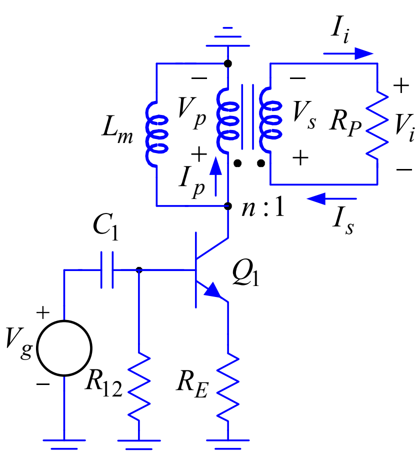
1.12. Za pojačavač sa transformatorskom spregom, slika 1.12, poznato je: $V_{CC}=5\,\text{V}$, $n=1{,}5$, $\beta_F=\beta_0=200$, $V_{BE}=0{,}6\,\text{V}$, $R_1=500\,\Omega$, $R_2=1{,}5\,\text{k}\Omega$, $R_P=32\,\Omega$ i $C_1=2{,}2\,\mu\text{F}$.

a) Odrediti otpornost R_E tako da u mirnoj radnoj tački bude $I_C=50\,\text{mA}$.

b) Odrediti vrednost magnetizacione induktivnosti L_m, tako da naponsko pojačanje $A(s)=V_i(s)/V_g(s)$ ima dvostruki pol.

c) Koliko iznose pojačanje u propusnom opsegu A_∞ i donja granična učestanost pojačavača f_L?

Rešenje:



Slika 1.12a

a) U mirnoj radnoj tački struja kondenzatora je nula isto kao i napon na kalemu. Zanemarujući struju baze, struja kolektora je

$$I_C=\frac{V_B-V_{BE}}{R_E},\quad V_B=\frac{R_1}{R_1+R_2}V_{CC}=1{,}25\,\text{V} \Rightarrow$$

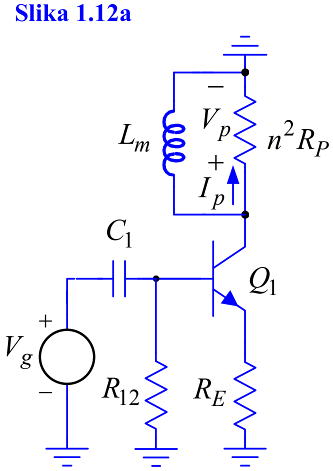
$$R_E=\frac{V_B-V_{BE}}{I_C}=13\,\Omega .$$

Parametri u modelu za male signale su

$$g_m=I_C/V_t=2\,\text{S} \text{ i } r_\pi=\beta_0 V_t/I_C=100\,\Omega .$$

b) U kolu postoje dve reaktanse, što znači da funkcija prenosa ima dve nule i dva pola

$$A(s)=\frac{V_i(s)}{V_g(s)}=A_\infty\frac{\left(s+\omega_{Z1}\right)\left(s+\omega_{Z2}\right)}{\left(s+\omega_{P1}\right)\left(s+\omega_{P2}\right)} .$$



Slika 1.12b

Pojačanje pojačavača u funkciji učestanosti dobija se iz šeme za male signale, slika 1.12a. Prema osobinama idealnog transformatora je

$$V_j/n_j=V_i/n_i \Rightarrow V_p/n=V_s/1 \text{ i}$$

$$\sum_{j=1}^{k} n_j I_j=0 \Rightarrow n_p I_p+n_s I_s=0 \rightarrow nI_p+I_s=0 .$$

Otpornost koja se vidi na primarnoj strani transformatora je

$$R_{pr}=\frac{V_p}{I_p}=\frac{nV_s}{-I_s/n}=\frac{n\left(-V_i\right)}{-I_i/n}=n^2\frac{V_i}{I_i}=n^2 R_P .$$

Na osnovu ovoga na slici 1.12b prikazana je ekvivalentna šema pojačavača za male signale.

Kondenzator C_1 unosi nulu u nuli, isto kao i magnetizaciona induktivnost L_m. Ovo je stoga što će za $\omega \to 0$ napon na primaru biti nula, samim tim i napon na izlazu.

Polovi funkcije prenosa određeni su dinamičkim otpornostima koje vide kondenzator i kalem

$$\omega_{P1} = \left(C_1 R_{d1}\right)^{-1},\ R_{d1} = R_{12} \parallel \left(r_\pi + \left(1+\beta_0\right) R_E\right),\ R_{12} = R_1 \parallel R_2 \ \Rightarrow\ \omega_{P1} = 1{,}38\,\text{krad/s}.$$

$$\omega_{P2} = R_{d2} / L_m,\ R_{d2} = n^2 R_P \ \Rightarrow\ \omega_{P2} = n^2 R_P / L_m.$$

Iz uslova da naponsko pojačanje ima dvostruki pol, dobija se

$$\omega_{P2} = \frac{n^2 R_P}{L_m} = \omega_{P1} \ \Rightarrow\ L_m = \frac{n^2 R_P}{\omega_{P1}} = 52\,\text{mH}.$$

c) Pojačanje u propusnom opsegu dobija se kada je kondenzator kratak spoj, a kalem otvorena veza

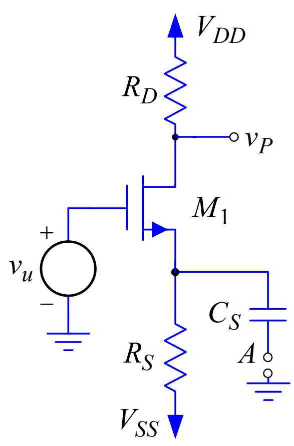
$$A_\infty = \frac{v_i}{v_g} = \frac{v_i}{v_c}\frac{v_c}{v_g} = -\frac{1}{n}\frac{-g_m n^2 R_P}{1+g_m R_E} = \frac{g_m n R_P}{1+g_m R_E} = 3{,}56.$$

S obzirom da je naponsko pojačanje

$$A(s) = \frac{V_i(s)}{V_g(s)} = A_\infty \frac{s^2}{\left(s+\omega_{P1}\right)^2} \ \Rightarrow\ A(j\omega) = A_\infty \frac{-\omega^2}{\left(j\omega+\omega_{P1}\right)^2},$$

na donjoj graničnoj učestanosti važi

$$\left|A(j\omega_L)\right| = A_\infty \frac{\omega_L^2}{\omega_L^2+\omega_{P1}^2} = \frac{A_\infty}{\sqrt{2}} \ \Rightarrow\ \omega_L = \frac{\omega_{P1}}{\sqrt{\sqrt{2}-1}} = \frac{\omega_{P1}}{0{,}64} = 2{,}14\,\text{krad/s},\ f_L = \frac{\omega_L}{2\pi} = 340\,\text{Hz}.$$



Slika 1.13

1.13. Za pojačavač sa slike 1.13 je poznato: $V_{DD} = -V_{SS} = 5\,\text{V}$, $R_D = R_S = 2{,}5\,\text{k}\Omega$, $B = 1\,\text{mA/V}^2$ i $V_T = 1\,\text{V}$.

a) Odrediti struju drejna u mirnoj radnoj tački.

b) Ako je donji kraj kondenzatora spojen na masu, $v_A = 0$, odrediti kapacitivnost C_S, tako da donja granična učestanost pojačavača bude $f_L = 20\,\text{Hz}$.

c) Ako se na izvor jednosmernog napona V_{SS} superponira sinusni generator $v_{ss} \ll V_{SS}$, pod uslovima iz prethodne tačke, odrediti i nacrtati funkciju prenosa $A_{ss}(s) = V_p(s)/V_{ss}(s)\big|_{V_u(s)=0}$. Ako je amplituda napona v_{ss} na učestanosti $f_1 = 100\,\text{Hz}$, $V_{ssm} = 50\,\text{mV}$, odrediti amplitudu napona na potrošaču na ovoj učestanosti.

d) Ponoviti tačku c) ako je donji kraj kondenzatora vezan za bateriju V_{SS}, $v_A = V_{SS}$.

Rešenje:

a) Primenom II Kirhofovog pravila, u mirnoj radnoj tački je

$$V_{SS} + R_S I_D + V_{GS} = 0,\ V_{GS} = V_T + \sqrt{2I_D/B} \ \Rightarrow\ I_D^2 + 2I_D\left(\frac{V_{SS}+V_T}{R_S} - \frac{1}{BR_S^2}\right) + \left(\frac{V_{SS}+V_T}{R_S}\right)^2 = 0,$$

$$I_D^2 - 3{,}52\cdot 10^{-3}\cdot I_D + 2{,}56\cdot 10^{-6} = 0 \ \Rightarrow\ I_D \approx 1\,\text{mA}.$$

b) U propusnom opsegu kondenzator C_S je kratak spoj, dok je pojačanje

$$A_\infty = -g_m R_D = -\sqrt{2I_D/B}\,R_D = -3{,}5.$$

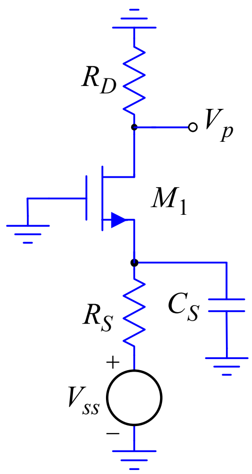
Kondenzator C_S unosi nulu na učestanosti na kojoj $V_p \to 0$. Kada $V_p \to 0$ i struja drejna teži nuli, tako da je učestanost nule

$$\omega_{ZS} = \left(R_S C_S\right)^{-1}.$$

Učestanost pola određena je dinamičkom otpornošću

$$R_{dS} = R_S \parallel \frac{1}{g_m} = \frac{R_S}{1+g_m R_S} \Rightarrow \omega_{PS} = \left(R_{dS} C_S\right)^{-1} = \frac{1+g_m R_S}{R_S C_S} = \left(1+g_m R_S\right)\omega_{ZS},$$

tako da je funkcija prenosa naponskog pojačanja pojačavača



Slika 1.13a

$$A(s) = \frac{V_p(s)}{V_g(s)} = A_\infty \frac{s+\omega_{ZS}}{s+\omega_{PS}} \Rightarrow A(j\omega) = A_\infty \frac{j\omega+\omega_{ZS}}{j\omega+\omega_{PS}}.$$

Na donjoj graničnoj učestanosti je

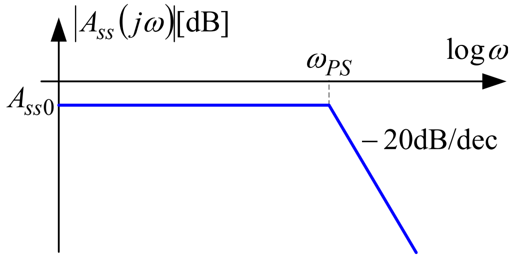
$$\left|A(j\omega_L)\right| = A_\infty \sqrt{\frac{\omega_L^2+\omega_{ZS}^2}{\omega_L^2+\omega_{ZP}^2}} = \frac{A_\infty}{\sqrt{2}} \Rightarrow$$

$$\omega_L = \sqrt{\omega_{PS}^2 - 2\omega_{ZS}^2} = \omega_{ZS}\sqrt{\left(1+g_m R_S\right)^2 - 2} \Rightarrow$$

$$C_S = \frac{1}{2\pi f_L R_S}\sqrt{\left(1+g_m R_S\right)^2 - 2} = 13,7\,\mu\text{F},\ \omega_{ZS} = \left(R_S C_S\right)^{-1} = 29\,\text{rad/s}\ \text{i}$$

$$\omega_{PS} = \left(1+g_m R_S\right)\omega_{ZS} = 130\,\text{rad/s}.$$

c) Na slici 1.13a prikazana je šema za male signale pojačavača čiju funkciju prenosa treba odrediti. Kada $\omega \to \infty$, napon na potrošaču biće nula, što znači da je nula koju unosi kondenzator u beskonačnosti, $\omega_{ZS1} \to \infty$. Pol funkcije prenosa ostaje nepromenjen



Slika 1.13b

$$\omega_{PS1} = \omega_{PS} = \left(1+g_m R_S\right)/R_S C_S,$$

dok je pojačanje na niskim učestanostima, $\left(\omega C_S\right)^{-1} \to \infty$,

$$A_{ss0} = \frac{1/g_m}{R_S + 1/g_m} g_m R_D = \frac{g_m R_D}{1+g_m R_S} = 0,78 \Rightarrow$$

$$A_{ss0}[\text{dB}] = 20\log(0,78) = -2\,\text{dB}.$$

Na osnovu prethodnog može se odrediti konačan izraz za funkciju prenosa

$$A_{ss}(s) = A_{ss0}\frac{1}{1+s/\omega_{PS}} = \frac{0,78}{1+s/130},\ A_{ss}(j\omega) = \frac{0,78}{1+j\omega/130}.$$

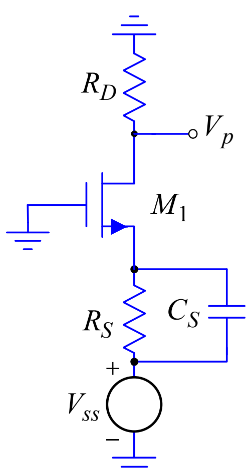
Na slici 1.13b prikazana je asimptotska amplitudska karakteristika funkcije $A_{ss}(j\omega)$.

Na učestanosti f_1 moduo funkcije prenosa je

$$\left|A_{ss}(j2\pi f_1)\right| = \frac{0,78}{\sqrt{1+\left(2\pi f_1/130\right)^2}} = 0,158,$$

tako da je amplituda napona na potrošaču

$$V_{pm} = \left|A_{ss}(j2\pi f_1)\right| V_{ssm} = 7,9\,\text{mV}.$$



Slika 1.13c

d) Na slici 1.13c prikazano je kolo na osnovu kojeg se određuje funkcija prenosa $A_{ss2}(s)$. Nula koju unosi kondenzator više nije u beskonačnosti $\omega_{ZS2} = \left(R_S C_S\right)^{-1} = \omega_{ZS}$, dok je pol zadržao isti položaj, $\omega_{PS2} = \omega_{PS}$. Na niskim učestanostima kondenzator je otvorena veza, pa je

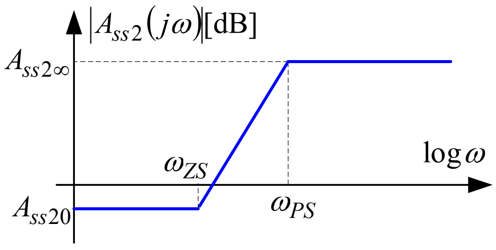
$$A_{ss20} = \frac{1/g_m}{R_S + 1/g_m} g_m R_D = \frac{g_m R_D}{1+g_m R_S} = A_{ss0} = 0,78,$$

dok je u propusnom opsegu

$$A_{ss2\infty} = g_m R_D = 3{,}5 \;\Rightarrow\; A_{ss2\infty}[\mathrm{dB}] = 11\,\mathrm{dB}.$$

Na osnovu prethodnog je

$$A_{ss2}(s) = A_{ss\infty}\frac{s+\omega_{ZS}}{s+\omega_{PS}} = 3{,}5\frac{s+29}{s+130} \;\Rightarrow\; A_{ss2}(j\omega) = 3{,}5\frac{j\omega+29}{j\omega+130},$$



Slika 1.13d

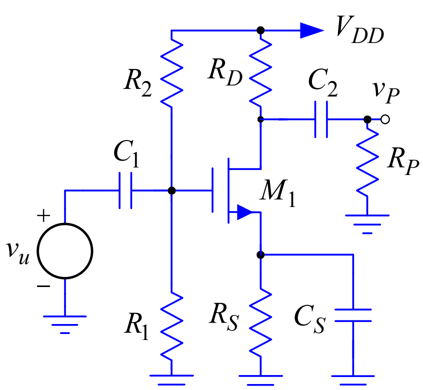
na osnovu čega je na slici 1.13d prikazana asimptotska amplitudska karakteristika ove funkcije.

Na učestanosti f_1 moduo funkcije prenosa je

$$\left|A_{ss2}(j2\pi f_1)\right| = 3{,}5\frac{\sqrt{(2\pi f_1)^2 + 29^2}}{\sqrt{(2\pi f_1)^2 + 130^2}} \approx 3{,}5 \;\Rightarrow$$

$$V_{pm2} = \left|A_{ss2}(j2\pi f_1)\right| V_{ssm} = 175\,\mathrm{mV}.$$

U cilju smanjenja uticaja smetnji koje dolaze preko napajanja, očito je bolje da kondenzator bude vezan na masu, kada sa otpornikom R_S čini niskofrekventni filtar.



Slika 1.14

1.14. Na slici 1.14 prikazan je pojačavač u sprezi sa zajedničkim sorsom. Parametri tranzistora su: $B = 2\,\mathrm{mA/V^2}$, $V_T = 1\mathrm{V}$ i $\lambda \to 0$, a poznato je: $V_{DD} = 12\,\mathrm{V}$, $R_S = 500\Omega$, $R_2 = 390\,\mathrm{k\Omega}$, $R_P = 10\mathrm{k\Omega}$, $C_1 = 470\,\mathrm{nF}$, $C_S = 22\,\mathrm{\mu F}$ i $C_2 = 4{,}7\,\mathrm{\mu F}$.

a) Odrediti otpornosti R_1 i R_D tako da u mirnoj radnoj tački bude $I_D = 1\,\mathrm{mA}$ i $V_D = 6\,\mathrm{V}$.

b) Odrediti donju graničnu učestanost pojačavača f_L.

Rešenje:

a) Pošto je

$$V_{DD} - R_D I_D = V_D \;\Rightarrow\; R_D = (V_{DD} - V_D)/I_D = 6\,\mathrm{k\Omega}.$$

Prema Kirhofovim pravilima je

$$\frac{R_1}{R_1+R_2}V_{DD} = R_S I_D + V_{GS} = R_S I_D + V_T + \sqrt{2I_D/B} \;\Rightarrow$$

$$R_1 = R_2 \Bigg/ \left(\frac{V_{DD}}{R_S I_D + V_T + \sqrt{2I_D/B}} - 1\right) = 103\,\mathrm{k\Omega}.$$

b) U kolu imamo tri kondenzatora pa funkcija prenosa ima tri nule i tri pola

$$A(s) = \frac{V_p(s)}{V_u(s)} = A_\infty \frac{(s+\omega_{Z1})(s+\omega_{ZS})(s+\omega_{Z2})}{(s+\omega_{P1})(s+\omega_{PS})(s+\omega_{P2})}.$$

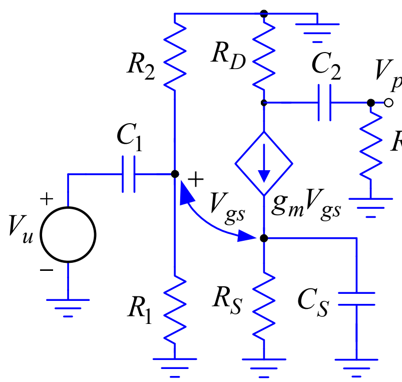
Nule koje unose kondenzatori C_1 i C_2 su u nuli, dok je nula koju unosi kondenzator C_S na učestanosti

$$\omega_{ZS} = (R_S C_S)^{-1} = 91\,\mathrm{rad/s}.$$

Struja gejta je zanemarljiva, a pošto i $\lambda \to 0$, svaki od kondenzatora se nalazi u nezavisnom delu kola, slika 1.14a, zbog čega su i vremenske konstante koje definišu polove nezavisne

$$\omega_{P1} = \frac{1}{C_1(R_1 \parallel R_2)} = 26\,\mathrm{rad/s},\; \omega_{PS} = \frac{1}{C_S\left(R_S \parallel (1/g_m)\right)} = 182\,\mathrm{rad/s},$$

$$\omega_{P2}=\frac{1}{(R_P+R_D)C_P}=13\,\text{rad/s}\,,\ g_m=\sqrt{2I_DB}=2\,\text{mS}\,.$$



Slika 1.14a

Pojačanje u propusnom opsegu dobija se iz šeme za male signale, kada se učini da su svi kondenzatori kratki spojevi

$$A_\infty=-g_m(R_D\,\|\,R_P)\approx-7{,}5\,,$$

tako da je funkcija prenosa

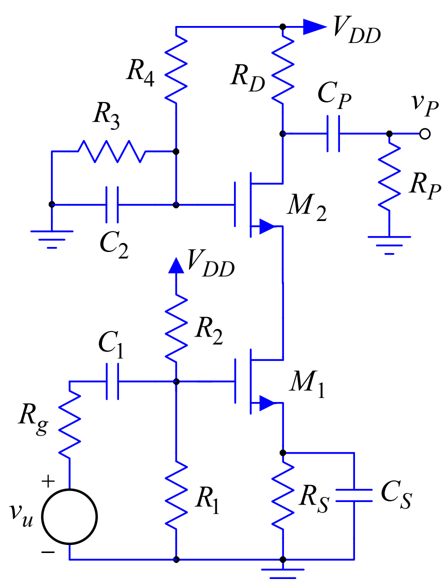
$$A(s)=-7{,}5\frac{s^2(s+91)}{(s+26)(s+182)(s+13)}\ \Rightarrow$$

$$A(j\omega)=7{,}5\frac{\omega^2(j\omega+91)}{(j\omega+26)(j\omega+182)(j\omega+13)}\,.$$

S obzirom na položaj karakterističnih učestanosti, u okolini granične učestanosti dominantan je uticaj nule i pola od kondenzatora C_S. Zbog toga ćemo smatrati da je

$$A(j\omega)\approx7{,}5\frac{(j\omega+91)}{(j\omega+182)}=A_\infty\frac{(j\omega+\omega_{ZS})}{(j\omega+\omega_{PS})}\ \Rightarrow\ |A(j\omega_L)|\approx A_\infty\frac{\sqrt{\omega_L^2+\omega_{ZS}^2}}{\sqrt{\omega_L^2+\omega_{PS}^2}}=\frac{A_\infty}{\sqrt{2}}\ \Rightarrow$$

$$\omega_L=\sqrt{\omega_{PS}^2-2\omega_{ZS}^2}=129\,\text{rad/s}\ \Rightarrow\ f_L=\omega_L/(2\pi)=20{,}5\,\text{Hz}\,.$$



Slika 1.15

***1.15.** Na slici 1.15 prikazan je kaskodni pojačavač s MOS tranzistorima. Poznato je: $V_{DD}=24\,\text{V}$, $B=10\,\text{mA/V}^2$, $V_T=2\,\text{V}$, $\lambda\to0$, $R_g=1\,\text{k}\Omega$, $R_1=100\,\text{k}\Omega$, $R_2=3R_1$, $R_3=R_4=R_1$, $R_D=1\,\text{k}\Omega$, $R_P=20\,\text{k}\Omega$, $C_1=C_P=1\,\mu\text{F}$ i $C_2=C_S=10\,\mu\text{F}$.

a) Odrediti otpornost R_S tako da u mirnoj radnoj tački bude $I_{D2}=5\,\text{mA}$.

b) Odrediti i nacrtati asimptotsku amplitudsku karakteristiku naponskog pojačanja $A(j\omega)=V_p(j\omega)/V_u(j\omega)$.

c) Odrediti donju graničnu učestanost pojačavača f_L.

d) Odrediti i izračunati amplitudu prostoperiodičnog napona učestanosti $f_1=1\,\text{kHz}$ na potrošaču.

__Rešenje:__

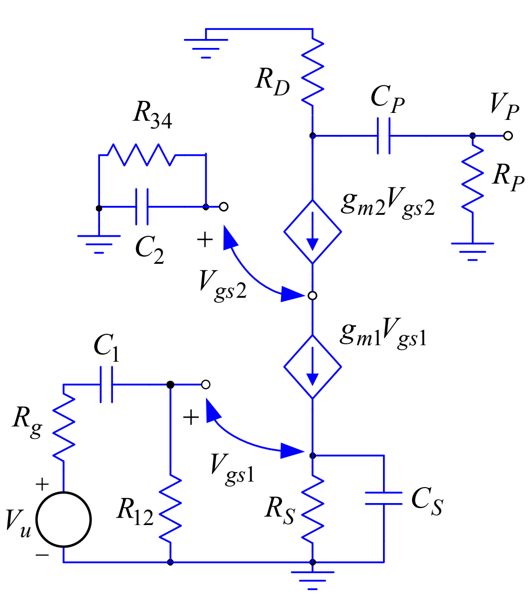
a) Kako oba tranzistora rade u zasićenju, to je

$$I_{D2}=I_{D1}=I_D=\frac{B}{2}(V_{GS1}-V_T)\,,$$

$$V_{G1}=\frac{R_1}{R_1+R_2}V_{DD}=\frac{V_{DD}}{4}\ \Rightarrow\ V_{S1}=V_{G1}-V_{GS1}=\frac{V_{DD}}{4}-\left(V_T+\sqrt{\frac{2I_D}{B}}\right)\ \Rightarrow$$

$$R_S=\frac{V_{S1}}{I_{D1}}=\frac{(V_{DD}/4)-\left(V_T+\sqrt{2I_D/B}\right)}{I_{D1}}=600\,\Omega\,.$$

b) Na slici 1.15a prikazana je šema za male signale pojačavača na niskim učestanostima. Napon na potrošaču zavisi od struje drejna tranzistora M_2, a ona je jednaka struji drejna tranzistora M_1, na koju ne utiče paralelna veza $R_{34}\,\|\,C_2$. Zato u funkciji prenosa neće figurisati kapacitivnost C_2.



Slika 1.15a

Dakle, funkciju prenosa određuju tri kondenzatora, što znači da je

$$A(s)=\frac{V_p(s)}{V_u(s)}=A_\infty\frac{(s+\omega_{Z1})(s+\omega_{ZS})(s+\omega_{ZP})}{(s+\omega_{P1})(s+\omega_{PS})(s+\omega_{PP})}.$$

Kondenzatori C_1 i C_S unose nule u nuli, dok je nula koju unosi kondenzator C_S

$$\omega_{ZS}=(R_SC_S)^{-1}=167\,\text{rad/s}.$$

Polovi su nezavisni, a određuju ih dinamičke otpornosti koje vide pojedini kondenzatori

$$\omega_{P1}=(R_{d1}C_1)^{-1},$$

$$R_{d1}=R_g+R_{12}=R_g+R_1\parallel R_2\ \Rightarrow\ \omega_{P1}=13\,\text{rad/s},$$

$$\omega_{PS}=\frac{1}{\left(R_S\parallel(1/g_m)\right)C_S}=1{,}17\,\text{krad/s}\ \text{ i}$$

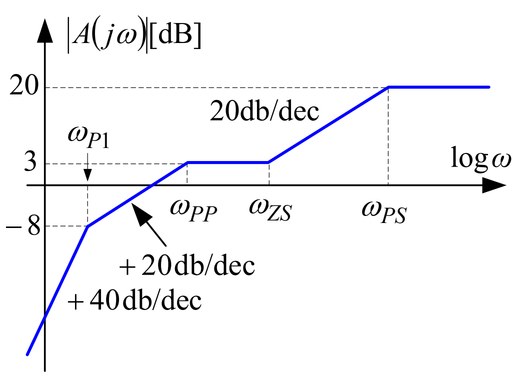
$$\omega_{PP}=\frac{1}{(R_3+R_P)C_P}=48\,\text{rad/s}.$$

Pojačanje u propusnom opsegu određuje se kada se svi kondenzatori u šemi za male signale zamene kratkim vezama

$$A_\infty=-g_m(R_D\parallel R_P)=-\sqrt{2I_DB}R_D=-10,$$

tako da funkcija prenosa postaje

$$A(s)=A_\infty\frac{s^2(s+\omega_{ZS})}{(s+\omega_{P1})(s+\omega_{PS})(s+\omega_{PP})}=-10\frac{s^2(s+167)}{(s+13)(s+1170)(s+48)},$$



Slika 1.15b

$$A(j\omega)=10\frac{\omega^2(j\omega+167)}{(j\omega+13)(j\omega+1170)(j\omega+48)}.$$

Na osnovu ovoga, na slici 1.15b prikazana je asimptotska amplitudska karakteristika naponskog pojačanja pojačavača.

c) S obzirom na položaj karakterističnih učestanosti, donja granična učestanost pojačavača određena je učestanošću najvišeg pola

$$\omega_L\approx\omega_{PS}=1170\,\text{rad/s},\ f_L=\omega_L/(2\pi)=186\,\text{Hz}.$$

d) S obzirom da je

$$f_1 \ll f_L,$$

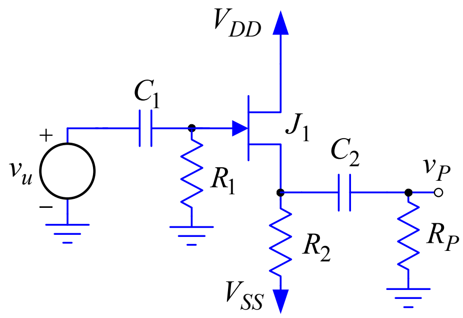
kondenzatori se mogu posmatrati kao baterije čije su elektromotorne sile određene položajem mirne radne tačke. Zbog ovoga je maksimalna amplituda napona na potrošaču

$$V_{pm}=V_{d2m}=\min\{v_{D2\max}-V_{D2},V_{D2}-v_{D2\min}\},\ V_{D2}=V_{DD}-R_DI_D=19\,\text{V}\ \Rightarrow$$

$$V_{pm}=\min\{(R_3\parallel R_P)I_D,V_{D2}-((V_{DD}/2)-V_T)\}=(R_D\parallel R_P)I_D=5\,\text{V}.$$

1.16. Na slici 1.16 je prikazan pojačavač u spoju sa zajedničkim drejnom. Parametri JFET-a su: $V_P=-3\,\text{V}$, $I_{DSS}=9\,\text{mA}$ i $\lambda=4{,}25\cdot10^{-3}\,\text{V}^{-1}$, a poznato je: $V_{DD}=-V_{SS}=12\,\text{V}$, $R_1=1\,\text{M}\Omega$ i $R_P=22\,\text{k}\Omega$.

a) Odrediti otpornost R_2 tako da struja drejna u mirnoj radnoj tački bude $I_D=2\,\text{mA}$. Pri proračunu zanemariti Earlyjev efekat.



Slika 1.16

b) Odrediti maksimalnu amplitudu neizobličenog napona na potrošaču V_{pm}. Smatrati da je $C_1 = C_2 \to \infty$.

c) Odrediti naponsko pojačanje pojačavača u propusnom opsegu $a = v_p / v_u$.

d) Odrediti kapacitivnosti C_1 i C_2 tako da donja granična učestanost pojačavača bude $f_L = 20\,\text{Hz}$. Pri proračunu smatrati da je učestanost pola koji unosi kondenzator C_1, $f_{P1} = 0{,}1 f_{P2}$, gde je f_{P2} učestanost drugog pola funkcije prenosa.

Rešenje:

a) U mirnoj radnoj tački je

$$V_G \approx 0\,,\; V_{GS} = V_P\left(1-\sqrt{I_D / I_{DSS}}\right),\; -V_{GS} = V_{SS} + R_2 I_D \;\Rightarrow$$

$$R_2 = -\left(V_{SS} + V_{GS}\right)/ I_D = 6{,}8\,\text{k}\Omega\,.$$

b) Maksimalna vrednost napona na potrošaču određena je ulaskom tranzistora u triodnu oblast

$$v_{P\max} = V_{DD} - v_{DS\min} - V_C\,,$$

gde je

$$v_{DS\min} = v_{GS\max} - V_P = V_P\left(1-\sqrt{i_{D\max} / I_{DSS}}\right) - V_P = -V_P\sqrt{i_{D\max} / I_{DSS}}\,,$$

dok je napon na kondenzatoru C_2

$$V_C = -V_{GS} = -V_P\left(1-\sqrt{I_D / I_{DSS}}\right) = 1{,}59\,\text{V}\,.$$

Maksimalna struja drejna je

$$i_{D\max} = I_D + \frac{v_{P\max}}{R_P \parallel R_2} \;\Rightarrow\; v_{P\max} = V_{DD} + V_P\sqrt{\frac{I_D + v_{P\max}/\left(R_P \parallel R_2\right)}{I_{DSS}}} - V_C\,,$$

odakle se dobija kvadratna jednačina

$$v_{P\max}^2 - 2v_{P\max}\left(V_{DD} - V_C + \frac{V_P^2}{2I_{DSS}\left(R_P \parallel R_2\right)}\right) + \left(V_{DD} - V_C\right)^2 - V_P^2\frac{I_D}{I_{DSS}} = 0\,,$$

$$v_{P\max}^2 - 21{,}07\,v_{P\max} + 106{,}39 = 0 \;\Rightarrow\; v_{P\max} = 8{,}4\,\text{V}\,.$$

Minimalna vrednost napona na potrošaču određena je zakočenjem tranzistora

$$v_{P\min} = R_P\frac{V_{SS} - V_C}{R_2 + R_P} = R_P\frac{V_{SS} - \left(V_{SS} + R_2 I_D\right)}{R_2 + R_P} = -\frac{R_P R_2}{R_2 + R_P} I_D = -8{,}1\,\text{V}\,.$$

Pošto je u mirnoj radnoj tački $v_P = V_P = 0$, maksimalna amplituda napona na potrošaču je

$$V_{pm} = \min\left\{v_{P\max}, -v_{P\min}\right\} = -v_{P\min} = 8{,}1\,\text{V}\,.$$

c) Na slici 1.16a prikazana je šema za male signale pojačavača u propusnom opsegu. Parametri u modelu za male signale su

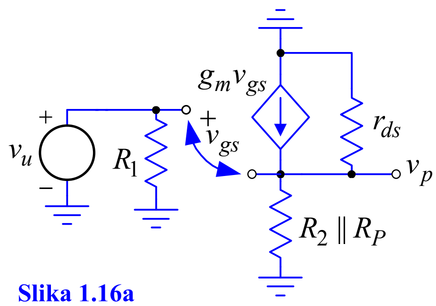
$$g_m = -\frac{2}{V_P}\sqrt{I_D I_{DSS}} = 2{,}83\,\text{mS} \;\text{ i }\; r_{ds} = \frac{1}{\lambda I_D} = 117{,}6\,\text{k}\Omega\,.$$

Pošto je

$$v_g = v_u \;\text{ i }\; v_s = v_p = \left(R_2 \parallel R_P \parallel r_{ds}\right) g_m v_{gs} \;\Rightarrow$$

$$v_g - v_s = v_{gs} = v_u - \left(R_2 \parallel R_P \parallel r_{ds}\right) g_m v_{gs} \;\Rightarrow$$

$$v_{gs} = \frac{v_u}{1 + \left(R_2 \parallel R_P \parallel r_{ds}\right) g_m}\,.$$



Slika 1.16a

Na osnovu prethodnog se dobija naponsko pojačanje pojačavača u propusnom opsegu

$$a = \frac{v_p}{v_u} = \frac{g_m\left(R_2 \parallel R_P \parallel r_{ds}\right)}{1+\left(R_2 \parallel R_P \parallel r_{ds}\right)g_m} = 0{,}917\,.$$

d) S obzirom da u kolu postoje dva kondenzatora, funkcija prenosa naponskog pojačavača može se napisati u obliku

$$A(s) = \frac{V_p(s)}{V_u(s)} = A_\infty \frac{\left(s+\omega_{Z1}\right)\left(s+\omega_{Z2}\right)}{\left(s+\omega_{P1}\right)\left(s+\omega_{P2}\right)},\ A_\infty = 0{,}917\,.$$

Pošto se kondenzatori nalaze redno sa tokom signala, nule koje unose u funkciju prenosa su u nuli

$$\omega_{Z1} = \omega_{Z2} = 0\,,$$

dok su polovi određeni dinamičkim otpornostima koje vide pojedini kondenzatori

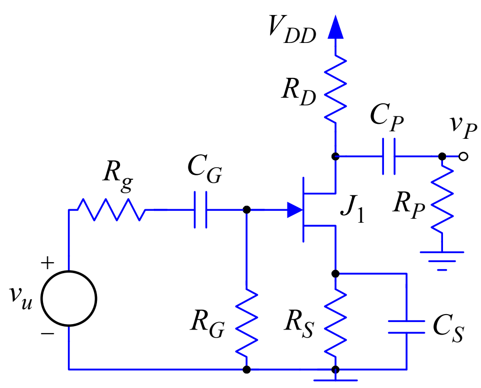
$$\omega_{P1} = \frac{1}{C_1 R_{d1}} = \frac{1}{C_1 R_1} \ \text{ i } \ \omega_{P2} = \frac{1}{C_2 R_{d2}} = \frac{1}{C_2\left(R_P + R_2 \parallel (1/g_m) \parallel r_{ds}\right)}\,.$$

Iz uslova da je pol $\omega_{P1} = 0{,}1\omega_{P2}$, donja granična učestanost je približno $\omega_L \approx \omega_{P2}$, odakle je

$$C_1 = \frac{1}{\omega_{P1} R_1} = \frac{1}{0{,}1\omega_{P2} R_1} = \frac{1}{0{,}1 \cdot 2\pi f_L R_1} = 80\,\text{nF} \ \text{ i}$$

$$C_2 = \frac{1}{2\pi f_{P2}\left(R_P + R_2 \parallel (1/g_m) \parallel r_{ds}\right)} = \frac{1}{2\pi f_d\left(R_P + R_2 \parallel (1/g_m) \parallel r_{ds}\right)} = 770\,\text{nF}\,.$$

***1.17.** Na slici 1.17 je prikazan pojačavač u sprezi sa zajedničkim sorsom. Poznato je: $V_{DD} = 12\,\text{V}$, $V_P = -2\,\text{V}$, $I_{DSS} = 4\,\text{mA}$, $\lambda = 4{,}25 \cdot 10^{-3}\,\text{V}^{-1}$, $C_{gs} = 2{,}4\,\text{pF}$, $C_{gd} = 1{,}6\,\text{pF}$, $R_g = 10\,\text{k}\Omega$, $R_G = 1\,\text{M}\Omega$, $R_P = 20\,\text{k}\Omega$, $C_G = 1\,\mu\text{F}$, $C_P = 10\,\mu\text{F}$ i $C_S = 50\,\mu\text{F}$.



Slika 1.17

a) Odrediti otpornosti R_S i R_D tako da struja drejna u mirnoj radnoj tački bude $i_{DQ} = 1\,\text{mA}$, a u propusnom opsegu radna tačka na sredini radne prave. Pri proračunu zanemariti uticaj Earlyjevog efekta.

b) Odrediti naponsko pojačanje u propusnom opsegu.

c) Odrediti donju graničnu učestanost pojačavača.

d) Oodrediti gornju graničnu učestanost pojačavača.

Rešenje:

a) Iz uslova da je struja drejna u mirnoj radnoj tački $i_{DQ} = 1\text{mA}$ dobija se napon gejt-sors

$$v_{GSQ} = V_P\left(1 - \sqrt{i_{DQ}/I_{DSS}}\right) = -1\,\text{V} \ \Rightarrow\ R_2 = -v_{GSQ}/i_{DQ} = 1\,\text{k}\Omega\,.$$

Jednačina jednosmerne radne prave je

$$V_{DD} - \left(R_D + R_S\right)I_D - V_{DS} = 0\,,$$

dok je dinamička radna prava

$$\left(R_D \parallel R_P\right)\left(i_D - i_{DQ}\right) = -\left(v_{DS} - v_{DSQ}\right).$$

Da bi radna tačka bila na sredini radne prave potrebno je da budu ispunjeni sledeći uslovi

$$2i_{DQ} = i_{D\max} + i_{D\min} \ \text{ i } \ 2v_{DSQ} = v_{DS\max} + v_{DS\min}\,.$$

Pošto je $i_{D\min} = 0 \ \Rightarrow\ i_{D\max} = 2i_{DQ}$, a minimalni napon drejn-sors je

$$v_{DS\min}=v_{GS\max}-V_P=V_P\left(1-\sqrt{i_{D\max}/I_{DSS}}\right)-V_P=-V_P\sqrt{i_{D\max}/I_{DSS}}=-V_P\sqrt{2i_{DQ}/I_{DSS}}\,.$$

Iz jednačine dinamičke radne prave se dobija

$$i_{D\max}-i_{DQ}=i_{DQ}=-\frac{1}{R_D\parallel R_P}\left(v_{DS\min}-v_{DSQ}\right)=-\frac{1}{R_D\parallel R_P}\left(-V_P\sqrt{2i_{DQ}/I_{DSS}}-v_{DSQ}\right),$$

a pošto je

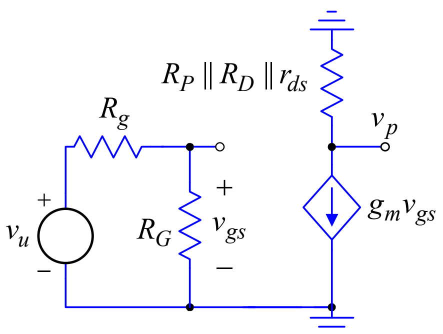
$$v_{DSQ}=V_{DD}-R_Di_{DQ}-R_Si_{DQ}\;\Rightarrow\;\left(R_D\parallel R_P\right)i_{DQ}=V_{DD}-R_Di_{DQ}-R_Si_{DQ}+V_P\sqrt{2i_{DQ}/I_{DSS}}\,.$$

Sređivanjem prethodne jednakosti dobija se

$$R_D^2+2R_D\left(R_P-\frac{V_K}{2i_{DQ}}\right)+\frac{R_PV_K}{i_{DQ}}=0,\; V_K=V_{DD}-R_Si_{DQ}+V_P\sqrt{\frac{2i_{DQ}}{I_{DSS}}}=9{,}59\,\mathrm{V}\,.$$

Smenom brojnih vrednosti prethodna jednačina postaje

$$R_D^2+3{,}041\cdot10^4R_D+1{,}917\cdot10^8=0\;\Rightarrow\;R_D=5{,}36\,\mathrm{k\Omega}\,.$$



Slika 1.17a

b) U propusnom opsegu svi sprežni kondenzatori su male impedanse, dok su kapacitivnosti C_{gs} i C_{gd} praktično otvorene veze, slika 1.17a. Parametri u modelu za male signale su

$$g_m=-\frac{2}{V_P}\sqrt{i_{DQ}I_{DSS}}=2\,\mathrm{mS}\;\text{ i }\;r_{ds}=\frac{1}{\lambda i_{DQ}}=235{,}3\,\mathrm{k\Omega}\,.$$

Naponsko pojačanje pojačavača u propusnom opsegu je

$$A_\infty=\frac{v_i}{v_u}=-\frac{R_G}{R_G+R_g}g_m\left(R_P\parallel R_D\parallel r_{ds}\right),\;R_G\gg R_g\;\Rightarrow$$

$$A_\infty\approx-g_m\left(R_P\parallel R_D\parallel r_{ds}\right)=-8{,}3\,.$$

c) Na niskim učestanostima parazitne kapacitivnosti JFET-a C_{gs} i C_{gd} imaju velike impedanse, pa se stoga mogu smatrati otvorenim vezama. Pošto imamo tri impedanse u kolu, naponsko pojačanje na niskim učestanostima je oblika

$$A(s)=\frac{V_i(s)}{V_u(s)}=A_\infty\frac{\left(s+\omega_{ZG}\right)\left(s+\omega_{ZS}\right)\left(s+\omega_{ZP}\right)}{\left(s+\omega_{PG}\right)\left(s+\omega_{PS}\right)\left(s+\omega_{PP}\right)}\,.$$

Nule funkcije prenosa su

$$\omega_{ZG}=\omega_{ZP}=0\;\text{ i }\;\omega_{ZS}=\left(C_SR_S\right)^{-1}=20\,\mathrm{rad/s}\,,$$

dok su polovi

$$\omega_{PG}=\frac{1}{C_G\left(R_1+R_g\right)}=1\,\mathrm{rad/s},\;\omega_{PS}\approx\left(C_S\frac{R_S}{1+g_mR_S}\right)^{-1}=60\,\mathrm{rad/s}\;\text{ i }\;\omega_{PP}\approx\frac{1}{C_P\left(R_D+R_P\right)}=4\,\mathrm{rad/s}\,,$$

tako da je funkcija prenosa

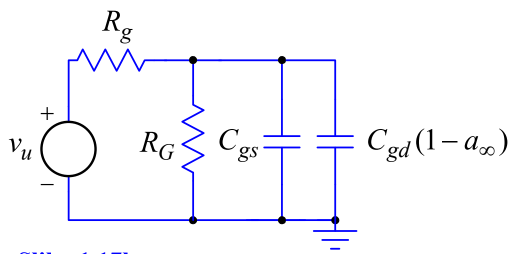
$$A(s)=A_\infty\frac{s^2\left(s+20\right)}{\left(s+1\right)\left(s+60\right)\left(s+4\right)}\;\Rightarrow\;A(j\omega)=A_\infty\frac{-\omega^2\left(j\omega+20\right)}{\left(j\omega+1\right)\left(j\omega+60\right)\left(j\omega+4\right)}\,.$$

Donja granična učestanost pojačavača ω_L je ona učestanost za koju važi

$$\left|\frac{A(j\omega_L)}{A_{\max}}\right|=\frac{1}{\sqrt{2}}\;\Rightarrow\;\frac{\omega_L^2\left(\omega_{ZS}^2+\omega_L^2\right)}{\left(\omega_{PG}^2+\omega_L^2\right)\left(\omega_{PS}^2+\omega_L^2\right)\left(\omega_{PP}^2+\omega_L^2\right)}=\frac{1}{2}\,.$$

S obzirom na brojne vrednosti

$$\omega_L^2\approx\omega_{PS}^2-2\omega_{ZS}^2=\left(\frac{1+g_mR_S}{R_SC_S}\right)^2-2\left(\frac{1}{R_SC_S}\right)^2\;\Rightarrow f_L=\frac{\omega_L}{2\pi}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{60^2-2\cdot20^2}\;\mathrm{Hz}=8{,}4\;\mathrm{Hz}\,.$$



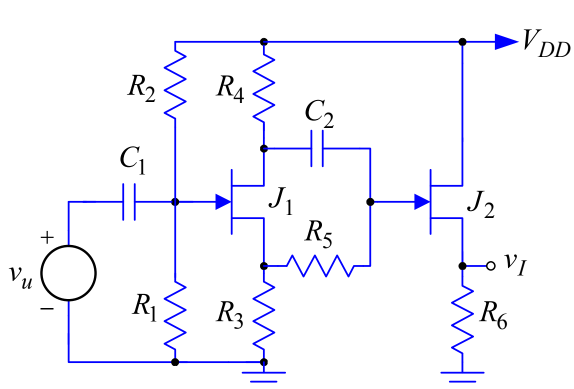
Slika 1.17b

d) Na visokim učestanostima impedanse kondenzatora C_G, C_S i C_P su male, te se mogu smatrati kratkim spojevima. Primenom Millerove teoreme ulazno kolo pojačavača dobija oblik prikazan na slici 1.17.b. Ovom transformacijom funkcija prenosa postaje jednopolna, pa je gornja granična učestanost praktično određena učestanošću pola ekvivalentnog kondenzatora $C_M = C_{gs} + C_{gd}\left(1-a_\infty\right)$, $a_\infty = A_\infty$,

$$\omega_{PM} = \frac{1}{C_M R_{dM}} = \frac{1}{C_M\left(R_G \parallel R_g\right)} = \frac{1}{C_M R_g} \Rightarrow f_H = f_{PM} = \frac{\omega_{PM}}{2\pi} = 920\,\text{kHz}.$$

Drugi pol funkcije prenosa i nula i desnoj poluravni su daleko od granične učestanosti, pa je ova aproksimacija opravdana.

***1.18.** Za pojačavač sa slike 1.18 poznato je: $V_{DD} = 12\,\text{V}$, $V_P = -1{,}2\,\text{V}$, $I_{DSS} = 2{,}5\,\text{mA}$, $\lambda \to 0$, $R_1 = 1{,}5\ \text{M}\Omega$, $R_2 = 1{,}8\,\text{M}\Omega$, $R_3 = R_4 = 5\,\text{k}\Omega$, $R_6 = 5\,\text{k}\Omega$, $C_1 \to \infty$ i $C_2 = 10\,\text{nF}$.



Slika 1.18

a) Ako je $R_5 = 1\,\text{M}\Omega$, odrediti i nacrtati asimptotsku amplitudsku i faznu karakteristiku funkcije prenosa $A(s) = V_i(s)/V_u(s)$.

b) Ako je $v_u = V_m \sin\left(2\pi f t\right)$, $V_m = 100\,\text{mV}$, $f = 10\,\text{KHz}$, odrediti vremenski oblik izlaznog napona kada je

b1) $R_5 = 0$; **b2)** $R_5 = \left(\omega C_2\right)^{-1}$ i

b3) $R_5 \to \infty$.

<u>Rešenje:</u>

a) Parametri u modelu za male signale dobijaju se na osnovu mirne radne tačke. Struje gejta su zanemarljive, pa za mirnu radnu tačku važi

$$V_{G1} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{DD},\ I_{D1} = I_{DSS}\left(1 - V_{GS1}/V_P\right)^2,\ V_{GS1} = V_{G1} - R_3 I_{D1} \Rightarrow$$

$$I_{D1}^2 + 2I_{D1}\left(\frac{V_P - V_{G1}}{R_3} - \frac{1}{2I_{DSS}}\left(\frac{V_P}{R_3}\right)^2\right) + \left(\frac{V_P - V_{G1}}{R_3}\right)^2 = 0,$$

$$I_{D1}^2 - 2{,}66\cdot10^{-3} I_{D1} + 1{,}77\cdot10^{-6} = 0 \Rightarrow I_{D1} \approx 1{,}17\,\text{mA}.$$

Na osnovu struje drejna ulaznog tranzistora određuje se napon na gejtu izlaznog tranzistora, $V_{G2} = R_3 I_{D1} = 5{,}85\,\text{V}$, odakle je

$$I_{D1}^2 + 2I_{D1}\left(\left(\left(V_P - V_{G1}\right)/R_3\right) - \left(V_P/R_3\right)^2/\left(2I_{DSS}\right)\right) + \left(\left(V_P - V_{G1}\right)/R_3\right)^2 = 0 \Rightarrow I_{D2} \approx 1{,}24\,\text{mA}.$$

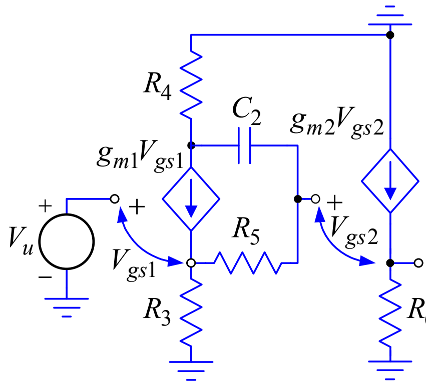
Parametri u modelu za male signale su

$$g_{m1} = -\left(2/V_P\right)\sqrt{I_{D1} I_{DSS}} = 2{,}85\,\text{mS}\ \text{i}\ g_{m2} = -\left(2/V_P\right)\sqrt{I_{D2} I_{DSS}} = 2{,}93\,\text{mS}.$$

Na slici 1.18a prikazana je šema pojačavača za male signale. Prema I Kirhofovom pravilu je

$$V_{s1}(s)/R_3 = -V_{d1}(s)/R_4,\ R_3 = R_4 \Rightarrow V_{d1}(s) = -V_{s1}(s),$$

$$g_{m1} V_{gs1}(s) = \frac{V_{s1}(s)}{R_3} + \frac{V_{s1}(s) - V_{g2}(s)}{R_5},$$



Slika 1.18a

$$g_{m1}V_{gs1}(s)=\frac{V_{s1}(s)}{R_4}+\frac{V_{g2}(s)+V_{s1}(s)}{1/(sC_2)}\ \Rightarrow$$

$$V_{s1}(s)-V_{g2}(s)=sC_2R_5\left(V_{g2}(s)+V_{s1}(s)\right)\ \Rightarrow$$

$$V_{g2}(s)=\frac{1-sC_2R_5}{1+sC_2R_5}V_{s1}(s).$$

Pošto je

$$V_{gs1}(s)=V_u(s)-V_{s1}(s)\ \text{i}$$

$$g_{m1}V_{gs1}(s)=\frac{V_{s1}(s)}{R_3}+\frac{2V_{s1}(s)}{R_5+\left(1/(sC_2)\right)}\ \Rightarrow$$

$$g_{m1}V_u(s)=V_{s1}(s)\frac{1+g_{m1}R_3+sC_2\left(R_5\left(1+g_{m1}R_3\right)+2R_3\right)}{\left(1+sC_2R_5\right)R_3}$$

$$\Rightarrow\ g_{m1}V_u(s)\approx V_{s1}(s)\frac{g_{m1}R_3+sC_2g_{m1}R_3R_5}{\left(1+sC_2R_5\right)R_3}\ \Rightarrow\ V_u(s)\approx V_{s1}(s),\ g_{m1}R_3\gg 1,\ R_5\gg R_3.$$

Izlazni tranzistor je u spoju sa zajedničkim drejnom, pa je

$$\frac{V_i(s)}{V_{g2}(s)}=\frac{g_{m2}R_6}{1+g_{m2}R_6}\approx 1.$$

Na osnovu prethodnog dobija se funkcija prenosa

$$A(s)=\frac{V_i(s)}{V_u(s)}=\frac{V_i(s)}{V_{g2}(s)}\frac{V_{g2}(s)}{V_{s1}(s)}\frac{V_{s1}(s)}{V_u(s)}\approx\frac{1-sC_2R_5}{1+sC_2R_5}\ \Rightarrow$$

$$A(j\omega)=\frac{V_i(j\omega)}{V_u(j\omega)}\approx\frac{1-j\omega C_2R_5}{1+j\omega C_2R_5}=\frac{1-j\omega/\omega_Z}{1+j\omega/\omega_P},\ \omega_Z=\omega_P=\frac{1}{C_2R_5}=100\,\text{rad/s}.$$

Amplitudska karakteristika je ravna

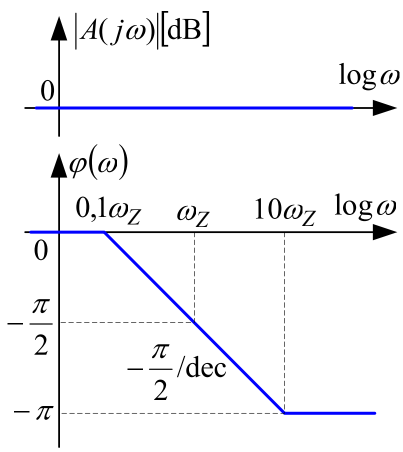
$$\left|A(j\omega)\right|=\sqrt{1+\left(\omega C_2R_5\right)^2}\,/\sqrt{1+\left(\omega C_2R_5\right)^2}=1,$$

dok je fazna

$$\varphi(\omega)=arctg\left(-\omega C_2R_5\right)-arctg\left(\omega C_2R_5\right),$$

$$\varphi(\omega)=-2arctg\left(\omega C_2R_5\right)=-2arctg\left(\omega/\omega_Z\right).$$

Na slici 1.18b prikazane su asimptotska i fazna karakteristika naponskog pojačanja pojačavača.



Slika 1.18b

b1) Kada je $R_5=0$, fazna karakteristika ima fazni stav nula i ne zavisi od učestanosti, $g_{m1}\gg 2\omega C_2$, pa je

$$v_I(t)=V_I+V_m\sin(\omega t),\ V_I=R_6I_{D2}=6{,}2\,\text{V}.$$

b2) Na učestanosti $f=10\,\text{kHz}$ fazna karakteristika ima vrednost $\varphi(2\pi\cdot 10\,\text{kHz})=-2arctg(1)=-\pi/2$, te je

$$v_I(t)=V_I+V_m\sin(\omega t+\varphi)=V_I+V_m\sin\left(\omega t-(\pi/2)\right)\ \Rightarrow$$

$$v_I(t)=V_I+V_m\cos(\omega t).$$

b3) Kada $R_5\to\infty$, kroz kondenzator C_2 ne protiče struja. S obzirom da je ulazni stepen sa zajedničkim sorsom, fazna razlika između ulaza i izlaza je π, bez obzira na učestanost pobudnog signala (iz propusnog opsega)

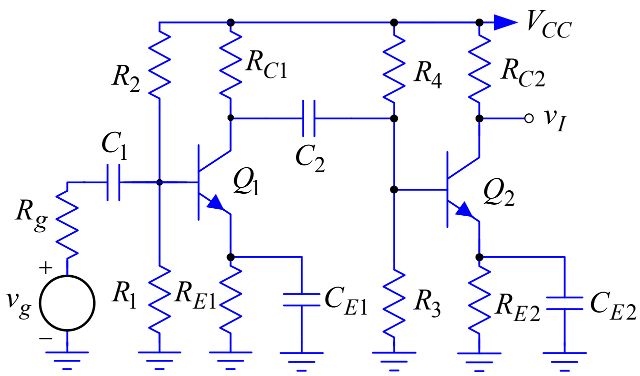
$$v_I(t)=V_I-V_m\sin(\omega t).$$

***1.19.** Na slici 1.19 prikazan je jedan kapacitivno spregnut dvostepeni pojačavač. Parametri tranzistora su: $\beta_F=\beta_0=100$ i $V_{BE}=0{,}6\,\mathrm{V}$, dok je: $V_{CC}=12\,\mathrm{V}$, $R_g=1\,\mathrm{k\Omega}$, $R_1=3{,}3\,\mathrm{k\Omega}$, $R_2=22\,\mathrm{k\Omega}$, $R_3=6{,}2\,\mathrm{k\Omega}$, $R_4=16\,\mathrm{k\Omega}$, $R_{E1}=1\,\mathrm{k\Omega}$, $R_{E2}=470\,\Omega$, $R_{C1}=6\,\mathrm{k\Omega}$, $R_{C2}=700\,\Omega$, $C_1=C_2=5\,\mu\mathrm{F}$, $C_{E1}=C_{E2}=50\,\mu\mathrm{F}$.

a) Odrediti struje kolektora u mirnoj radnoj tački I_{C1} i I_{C2}.

b) Proceniti (približno odrediti) donju graničnu učestanost pojačavača.

c) Ako je $v_g=V_m\sin(2\pi ft)$, $V_m=1\,\mathrm{mV}$, $f=1\,\mathrm{kHz}$, odrediti amplitudu izlaznog napona V_{im}.



Slika 1.19

Rešenje:

a) Zanemarujući struju baze za mirnu radnu tačku važi

$$V_{B1}=\frac{R_1}{R_1+R_2}V_{CC}=1{,}56\,\mathrm{V}\ \Rightarrow$$

$$I_{C1}\approx I_{E1}=(V_{B1}-V_{BE})/R_{E1}=965\,\mu\mathrm{A},$$

$$V_{B2}=\frac{R_3}{R_3+R_4}V_{CC}=3{,}35\,\mathrm{V}\ \Rightarrow$$

$$I_{C2}\approx I_{E2}=(V_{B2}-V_{BE})/R_{E2}=5{,}85\,\mathrm{mA}.$$

Pošto je

$$V_{C1}=V_{CC}-R_{C1}I_{C1}=6{,}2\,\mathrm{V}>V_{E1}=R_{E1}I_{C1}=965\,\mathrm{mV}\ \text{i}$$

$$V_{C2}=V_{CC}-R_{C2}I_{C2}=7{,}9\,\mathrm{V}>V_{E2}=R_{E2}I_{C2}=2{,}75\,\mathrm{V},$$

oba tranzistora rade u direktnom aktivnom režimu.

Parametri tranzistora u modelu za male signale su

$$g_{m1}=I_{C1}/V_t=39\,\mathrm{mS},\ r_{\pi1}=\beta_0V_t/I_{C1}=2{,}6\,\mathrm{k\Omega},$$

$$g_{m2}=I_{C2}/V_t=234\,\mathrm{mS}\ \text{i}\ r_{\pi2}=\beta_0V_t/I_{C2}=427\,\Omega.$$

b) U kolu postoje četiri kondenzatora, što znači da funkcija prenosa na niskim učestanostima ima 4 nule i 4 pola

$$A(s)=\frac{V_i(s)}{V_g(s)}=A_\infty\frac{(s+\omega_{Z1})(s+\omega_{ZE1})(s+\omega_{Z2})(s+\omega_{ZE2})}{(s+\omega_{P1})(s+\omega_{P2})(s+\omega_{P3})(s+\omega_{P4})}.$$

Nule koje unose kondenzatori C_1 i C_2 su u nuli, dok su nule koje definišu kondenzatori C_{E1} i C_{E2}

$$\omega_{ZE1}=(R_{E1}C_{E1})^{-1}=20\,\mathrm{rad/s}\ \text{i}\ \omega_{ZE2}=(R_{E2}C_{E2})^{-1}=43\,\mathrm{rad/s}.$$

Kondenzatore C_1 i C_{E1} povezuje zajednička kontura, pa oni utiču na oba pola, ω_{P1} i ω_{P3}. Isti slučaj je i sa kondenzatorima C_2 i C_{E2}, pošto oni utiču na preostala dva pola, ω_{P2} i ω_{P4}.

Aproksimativne učestanosti polova ω_{P1} i ω_{P3} ćemo odrediti smatrajući da su razmaknuti barem za jednu dekadu učestanosti i onda ih odrediti u funkciji samo jednog kondenzatora. Obično je znatno manja otpornost koja se vidi u emitoru nego u bazi, pa ćemo pretpostaviti da je pol koji potiče od kondenzatora C_E na višim učestanostima od pola koji aproksimativno definiše C_1. Tada se pri određivanju dinamičke otpornosti koju vidi kondenzator C_{E1}, kondenzator C_1 može smatrati kratkim spojem

$$\omega_{P3}=\omega_{PE1}=(C_{E1}R_{dE1})^{-1}\Big|_{C_1=\mathrm{K.S.}},\ R_{dE1}\Big|_{C_1=\mathrm{K.S.}}=R_{E1}\parallel\frac{r_{\pi1}+R_{12}\parallel R_g}{1+\beta_0}\ \Rightarrow\ \omega_{P3}=\omega_{PE1}=626\,\mathrm{rad/s}.$$

Pri određivanju pola koji određuje kondenzator C_1 smatraćemo da je kondenazor C_{E1} otvorena veza

$$\omega_{P1} = \left(C_1 R_{d1}\right)^{-1}\Big|_{C_{E1}=\text{O.V.}},\ R_{d1}\big|_{C_{E1}=\text{O.V.}} = R_g + R_{12} \parallel \left(r_{\pi 1} + R_{E1}\left(1+\beta_0\right)\right) \Rightarrow$$

$$\omega_{P1} = \left[C_B\left(R_g + R_{12} \parallel \left(r_{\pi 1} + R_E\left(1+\beta_0\right)\right)\right)\right]^{-1}\Bigg|_{C_{E1}=\text{O.V.}} \approx 16\,\text{rad/s}.$$

Pošto je $\omega_{P3} \ll \omega_{P1}$ početna pretpostavka je zadovoljena, tako da je

$$\omega_{P1} \approx 16\,\text{rad/s} \ \text{ i } \ \omega_{P3} \approx 626\,\text{rad/s}.$$

Na isti način se dolazi i do približnih učestanosti polova ω_{P2} i ω_{P4}

$$\omega_{P2} = \left(C_2 R_{d2}\right)^{-1}\Big|_{C_{E2}=\text{O.V.}},\ R_{d2}\big|_{C_{E2}=\text{O.V.}} = R_{C1} + R_{34} \parallel \left(r_{\pi 2} + R_{E2}\left(1+\beta_0\right)\right) \Rightarrow \omega_{P2} \approx 20\,\text{rad/s} \ \text{ i}$$

$$\omega_{P4} = \omega_{PE2} = \left(C_{E2} R_{dE2}\right)^{-1}\Big|_{C_2=\text{K.S.}},\ R_{dE2}\big|_{C_2=\text{K.S.}} = R_{E2} \parallel \frac{r_{\pi 1} + R_{34} \parallel R_{C1}}{1+\beta_0} \Rightarrow \omega_{P4} \approx 719\,\text{rad/s}.$$

Pojačanje u propusnom opsegu dobija se iz šeme pojačavača za male signale, kada su svi kondenzatori kratki spojevi

$$A_\infty = \frac{R_{12} \parallel r_{\pi 1}}{R_g + R_{12} \parallel r_{\pi 1}} g_{m1}\left(R_{C1} \parallel R_{34} \parallel r_{\pi 2}\right) g_{m2} R_{C2} = 1340,\ A_\infty[\text{dB}] = 62{,}5\,\text{dB}.$$

Na osnovu ovoga dobija se aproksimativna vrednost funkcije prenosa

$$A(s) = \frac{V_i(s)}{V_g(s)} \approx \frac{1340 s^2 (s+20)(s+43)}{(s+16)(s+20)(s+626)(s+719)} = \frac{1340 s^2 (s+43)}{(s+16)(s+626)(s+719)},$$

$$A(s) \approx 1340 \frac{s^2}{(s+626)(s+719)} \Rightarrow A(j\omega) \approx 1340 \frac{-\omega^2}{(j\omega+626)(j\omega+719)}.$$

Donja granična učestanost f_L određuje se iz uslova

$$\left|A(j\omega_L)\right| \approx A_\infty \frac{\omega_L^2}{\sqrt{\left(\omega_L^2 + \omega_{PE1}^2\right)\left(\omega_L^2 + \omega_{PE2}^2\right)}} = \frac{A_\infty}{\sqrt{2}} \Rightarrow$$

$$\omega_L^2 = \frac{\omega_{PE1}^2 + \omega_{PE2}^2}{2} + \frac{\sqrt{\omega_{PE1}^4 + 6\omega_{PE1}^2\omega_{PE2}^2 + \omega_{PE2}^4}}{2} = 1046\,\text{rad/s} \Rightarrow f_L = \frac{\omega_L}{2\pi} = 166\,\text{Hz}.$$

c) Pošto je učestanost pobudnog napona u propusnom opsegu, to je

$$V_{im} = \left|A\left(j2\pi f\right)\right| \cdot V_m \approx A_\infty V_m = 1{,}34\,\text{V}.$$

Pri ovome smo linearizovali pojačavač, a izlazni napon ima nedovoljnu amplitudu da odvede izlazni tranzistor u zakočenje ili zasićenje.

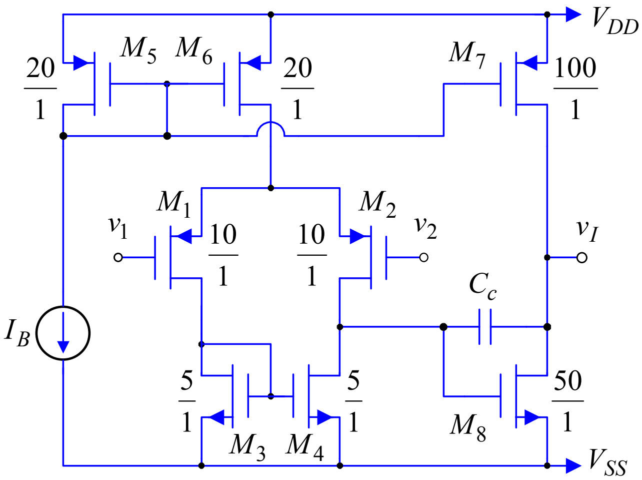
***1.20.** Na slici 1.20 je prikazan jedan dvostepeni pojačavač u CMOS tehnologiji. Na slici je pored svakog tranzistora dat odnos širine i dužine oblasti u kojoj nastaje kanal, dok su parametri upotrebljenih tranzistora: $V_{TN} = -V_{TP} = V_T = 0{,}7\,\text{V}$, $\mu_n C_{ox} = 100\,\mu\text{A/V}^2$, $\mu_p C_{ox} = 50\,\mu\text{A/V}^2$, $\lambda_n = 0{,}04\,\text{V}^{-1}$ i $\lambda_p = 0{,}05\,\text{V}^{-1}$. Poznato je: $V_{DD} = -V_{SS} = 2{,}5\,\text{V}$, $I_B = 50\,\mu\text{A}$ i $C_c = 5\,\text{pF}$.

a) Odrediti struje drejna svih tranzistora u mirnoj radnoj tački. Zanemariti uticaj Earlyjevog efekta.

b) Odrediti diferencijalno pojačanje pojačavača u propusnom opsegu A_{v0}, $A_v(s) = V_i(s)/V_d(s)$, $V_d(s) = V_2(s) - V_1(s)$.

c) Odrediti propusni opseg pojačavača BW, a zatim izračunati proizvod pojačanja i propusnog opsega $GBW = A_{v0} \cdot BW$.

Ako se invertujući ulaz kratkospoji sa izlazom, a na neinvertujući ulaz dovede pobudni generator čija je *ems* v_U, odrediti:



Slika 1.20

d) zavisnost pojačanja pojačavača od učestanosti $A_1(s) = V_i(s)/V_u(s)$ i

e) opseg napona $v_{U\,\min} \le v_U \le v_{U\,\max}$, za koji svi tranzistori rade u zasićenju.

Rešenje:

a) U mirnoj radnoj tački je $V_1 = V_2 = 0$, dok su struje drejna

$$I_{D5} = I_{D6} = I_B = 50\,\mu\text{A},$$

$$I_{D1} = I_{D2} = I_{D3} = I_{D4} = I_B/2 = 25\,\mu\text{A} \text{ i}$$

$$I_{D8} = I_{D7} = (B_7/B_5) I_{D5} = 5I_B = 250\,\mu\text{A}.$$

Na osnovu struja drejna dobijaju se naponi gejt-sors

$$V_{GS5} = V_{TP} - \sqrt{2I_B/B_5} = -1\,\text{V},$$

$$V_{GS7} = V_{GS6} = V_{GS5} = -1\,\text{V},\ V_{GS1} = V_{GS2} = V_{TP} - \sqrt{2(I_B/2)/B_1} = -1\,\text{V},$$

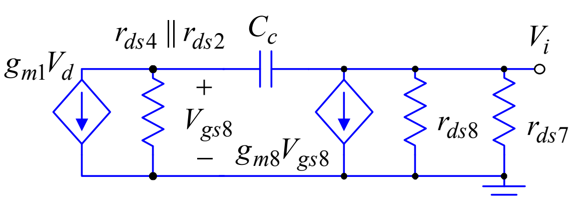
$$V_{GS3} = V_{GS4} = V_T + \sqrt{2(I_B/2)/B_3} = 1\,\text{V} \text{ i } V_{GS8} = V_T + \sqrt{2(5I_B)/B_8} = 1\,\text{V}.$$

Parametri u modelu za male signale su

$$g_{m1} = \sqrt{2I_{D1}B_1} = \sqrt{I_B \mu_p C_{ox} (W/L)_1} = 158\,\mu\text{S},\ r_{ds2} = (\lambda_p I_{D2})^{-1} = 800\,\text{k}\Omega,$$

$$g_{m8} = \sqrt{2I_{D8}B_8} = \sqrt{10 I_B \mu_n C_{ox} (W/L)_8} = 1{,}58\,\text{mS},\ r_{ds8} = (\lambda_n I_{D8})^{-1} = (5\lambda_n I_B)^{-1} = 100\,\text{k}\Omega,$$

$$r_{ds7} = (\lambda_p I_{D7})^{-1} = (5\lambda_p I_B)^{-1} = 80\,\text{k}\Omega \text{ i } r_{ds4} = (\lambda_n I_{D4})^{-1} = (2/(\lambda_n I_B))^{-1} = 1\,\text{M}\Omega.$$



Slika 1.20a

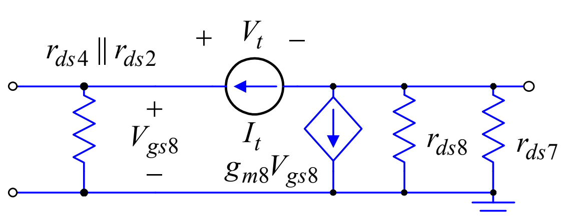
b) Diferencijalno pojačanje pojačavača u propusnom opsegu dobija se na osnovu šeme za male signale, slika 1.20a, u kome je prekinuta grana sa kompenzacionim kondenzatorom C_c. Pošto je

$$V_{gs8} = -g_{m1} V_d (r_{ds2} \parallel r_{ds4}) \text{ i}$$

$$V_i = -g_{m8} v_{gs8} (r_{ds8} \parallel r_{ds7}),$$

diferencijalno pojačanje u propusnom opsegu je

$$A_{v0} = V_{i0}/V_d = g_{m1} g_{m8} (r_{ds2} \parallel r_{ds4})(r_{ds8} \parallel r_{ds7}) = 4{,}94 \cdot 10^3.$$



Slika 1.20b

c) U kolu postoji jedan kondenzator, što znači da funkcija prenosa ima jednu nulu i jedan pol. Učestanost pola određena je dinamičkom otpornošću koju vidi kondenzator C_c, slika 1.20b. Prema ovoj slici je

$$R_{dc} = V_t/I_t,\ V_{gs8} = V_t^+ = (r_{ds2} \parallel r_{ds4}) I_t,$$

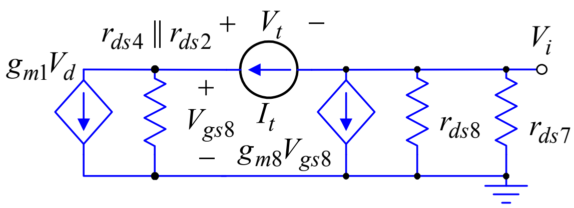
$$V_t^- = -(r_{ds7} \parallel r_{ds8})(g_{m8} V_{gs8} + I_t) \Rightarrow$$

$$V_t = V_t^+ - V_t^- = (r_{ds2} \parallel r_{ds4}) I_t + (r_{ds7} \parallel r_{ds8})(1 + g_{m8}(r_{ds2} \parallel r_{ds4})) I_t \Rightarrow$$

$$R_{dc} = V_t/I_t = (r_{ds2} \parallel r_{ds4}) + (r_{ds7} \parallel r_{ds8})(1 + g_{m8}(r_{ds2} \parallel r_{ds4})),$$

$$R_{dc} \approx g_{m8} (r_{ds2} \parallel r_{ds4})(r_{ds7} \parallel r_{ds8}) = 31{,}23\,\text{M}\Omega,$$

pa je učestanost pola



Slika 1.20c

$$\omega_P = \left(C_c R_{dc}\right)^{-1} = 6{,}4 \cdot 10^3 \text{ rad/s}.$$

Učestanost nule dobija se na osnovu šeme za male signale prikazane na slici 1.20c. Kada $V_i \to 0$, tada je

$$I_t = -g_{m8}V_{gs8},\ V_{gs8} = V_t \ \Rightarrow$$

$$R_{zc} = V_t / I_t = -1/g_{m8},$$

odakle se dobija učestanost nule

$$\omega_Z = \left(C_c R_{zc}\right)^{-1} = -g_{m8}/C_c = -3{,}16 \cdot 10^8 \text{ rad/s},$$

koja se, zbog znaka minus, nalazi u desnoj poluravni kompleksne promenljive s.

Na osnovu prethodnog dobija se zavisnost naponskog pojačanja od učestanosti

$$A_v(s) = A_{v0}\frac{1+s/\omega_Z}{1+s/\omega_P} = 4{,}93\cdot 10^3 \frac{1-s/3{,}16\cdot 10^8}{1+s/6{,}4\cdot 10^3} \ \Rightarrow A_v(j\omega) = A_{v0}\frac{1+j\omega/\omega_Z}{1+j\omega/\omega_P}.$$

S obzirom da je $|\omega_Z| >> \omega_P$, granična učestanost pojačavača određena je polom

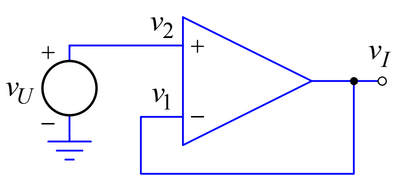
$$\omega_H \approx \omega_P = 6{,}4\cdot 10^3 \text{ rad/s} \ \Rightarrow\ f_H \approx \omega_H/(2\pi) \approx 1\text{kHz}.$$

Pošto donja granična učestanost $f_L \to 0$, propusni opseg pojačavača je

$$BW = f_H - f_L \approx 1\text{kHz},$$

dok je proizvod pojačanja i propusnog opsega

$$GBW = A_{v0}BW \approx 4{,}94\,\text{MHz}.$$



Slika 1.20d

d) Na osnovu šeme sa slike 1.20d dobija se da je pojačanje novoformiranog pojačavača

$$A_1(s) = \frac{V_i(s)}{V_u(s)} = \frac{A_v(s)}{1+A_v(s)},\ A_v(s) = \frac{V_i(s)}{V_2(s)-V_1(s)},$$

$$A_v(s) = A_v(0)\frac{1+s/\omega_Z}{1+s/\omega_P},$$

Smenom se dobija da je

$$A_1(s) = \frac{A_{v0}}{1+A_{v0}}\frac{1+s/\omega_Z}{1+s/\omega_{P1}},\ \omega_{P1} = \omega_P\frac{1+A_{v0}}{1+A_{v0}\omega_P/\omega_Z} \ \Rightarrow\ A_v(s) \approx \frac{1-s/3{,}16\cdot 10^8}{1+s/2{,}86\cdot 10^7}.$$

U odnosu na osnovni pojačavač, nula novoformiranog pojačavača nije promenila položaj, $f_Z = 50{,}3\,\text{MHz}$, dok je učestanost novog pola $f_{P1} = 4{,}58\,\text{MHz}$.

g) Pošto je u kolu primenjena negativna povratna sprega, lako se određuje da je pojačanje pojačavača na niskim učestanostima približno jedan

$$\frac{v_i}{v_u} = \frac{A_{v0}}{1+A_{v0}} \approx 1.$$

Shodno prethodnom zaključku, pri promeni napona v_U, za isti iznos se povećava i izlazni napon. Minimalna vrednost ulaznog napona određena je ulaskom tranzistora M_1, M_2 u triodnu oblast

$$v_{U\min} = V_{SS} + v_{GS3} + v_{GD1\min} = V_{SS} + V_{GS3} - V_T = -2{,}2\,\text{V},$$

a maksimalna ulaskom tranzistora M_6 u triodnu oblast

$$v_{U\max} = V_{DD} + v_{DS6\max} + v_{GS1} = V_{DD} - \sqrt{2I_B/B_6} + V_{GS1} = 1{,}18\text{V}.$$

****1.21.** Na slici 1.21 prikazan je pojačavač sa negativnom povratnom spregom. Poznato je: $V_{CC} = 10\,\text{V}$, $V_{BE} = 0{,}6\,\text{V}$, $V_{CES} = 0{,}2\,\text{V}$, $\beta_F = \beta_0 = 100$, $R_C = 10\,\text{k}\Omega$, $R_E = 1{,}4\,\text{k}\Omega$, $R_R = 50\,\text{k}\Omega$,

$R_g = 1\,\mathrm{k\Omega}$, $C_B = 1\,\mu\mathrm{F}$ i $C_R = 10\,\mu\mathrm{F}$.

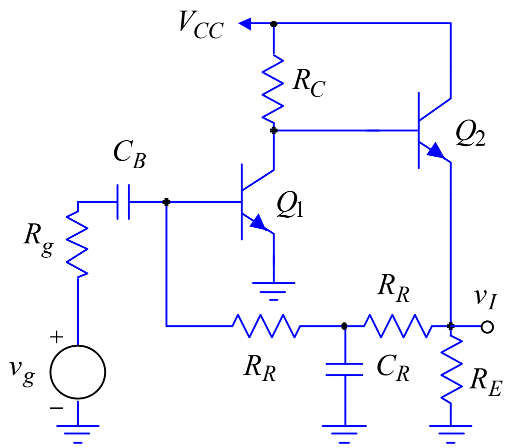
a) Odrediti napon V_I u mirnoj radnoj tački.

b) Odrediti i nacrtati zavisnost asimptotske amplitudske karakteristike kružnog pojačanja od učestanosti $\beta a(j\omega)$.

c) Odrediti zavisnost impedanse koju vidi pobudni generator v_g, Z_g, od učestanosti.

d) Odrediti i nacrtati asimptotsku amplitudsku karakteristiku pojačanja $A(j\omega) = V_i(j\omega)/V_g(j\omega)$.

e) Odrediti donju graničnu učestanost pojačavača f_L.



Slika 1.21

Rešenje:

a) U mirnoj radnoj tački je

$$V_{CC} - R_C\left(I_{C1} + I_{C2}/\beta_F\right) - v_{BE2} = R_E\left(I_{C2} - I_{C1}/\beta_F\right) \text{ i}$$

$$v_{BE1} + 2R_R I_{C1}/\beta_F = R_E\left(I_{C2} - I_{C1}/\beta_F\right),$$

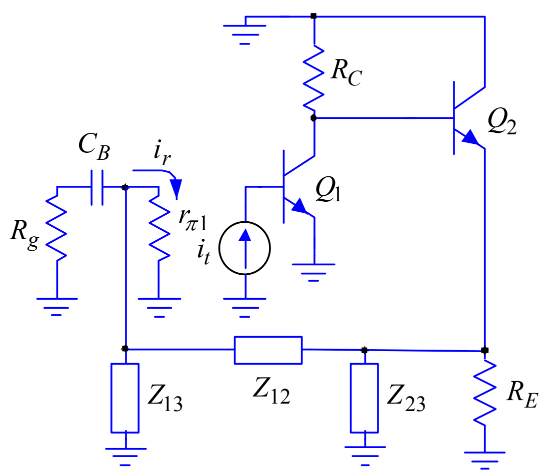
odakle se dobijaju struje kolektora $I_{C1} = 0{,}8\,\mathrm{mA}$ i $I_{C2} = 1\,\mathrm{mA}$, kao i napon na izlazu pojačavača

$$V_I \approx R_E I_{C2} = 1{,}4\,\mathrm{V}.$$

Na osnovu mirne radne tačke parametri u π modelu za male signale su

$$g_{m1} = I_{C1}/V_t = 32\,\mathrm{mS},\quad g_{m2} = I_{C2}/V_t = 40\,\mathrm{mS},$$

$$r_{\pi1} = \frac{\beta_0 V_t}{I_{C1}} = 3{,}125\,\mathrm{k\Omega} \text{ i } r_{\pi2} = \frac{\beta_0 V_t}{I_{C2}} = 2{,}5\,\mathrm{k\Omega}.$$



Slika 1.21a

b) Transformacijom "zvezde" R_R, R_R, C_R (Z_1, Z_2, Z_3) u "trougao" Z_{13}, Z_{12}, Z_{23}, dobija se

$$Z_{13} = Z_1 + Z_3 + Z_1 Z_3/Z_2 = R_R + 2/(sC_R),$$

$$Z_{12} = Z_1 + Z_2 + Z_1 Z_2/Z_3 = R_R\left(2 + sC_R\right) \text{ i}$$

$$Z_{23} = Z_{13} = R_R + 2/(sC_R).$$

Sečenjem βa kruga, prema slici 1.21a i korišćenjem osobine strujnih razdelnika dobija se

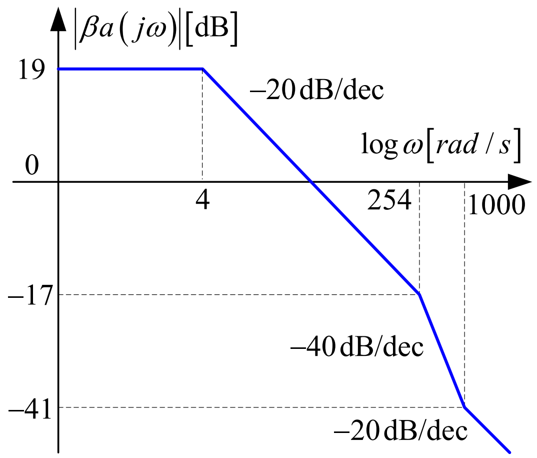
$$\beta a(s) = \frac{I_r(s)}{I_t(s)} = -\frac{\beta_0(1+\beta_0)R_C}{R_C + r_{\pi2} + (1+\beta_0)\left(R_E \,\|\, Z_{23} \,\|\, \left(Z_{12} + Z_{13} \,\|\, r_{\pi1} \,\|\, \left(R_g + (sC_B)^{-1}\right)\right)\right)}\cdot$$

$$\frac{R_E \,\|\, Z_{23}}{R_E \,\|\, Z_{23} + \left(Z_{12} + Z_{13} \,\|\, r_{\pi1} \,\|\, \left(R_g + (sC_B)^{-1}\right)\right)} \frac{Z_{13} \,\|\, \left(R_g + (sC_B)^{-1}\right)}{Z_{13} \,\|\, \left(R_g + (sC_B)^{-1}\right) + r_{\pi1}}.$$

Sređivanjem poslednjeg izraza i smenom brojnih vrednosti dobija se zavisnost kružnog pojačanja od kompleksne učestanosti

$$\beta a(s) = -8{,}6\frac{1 + s/1000}{(1 + s/4)(1 + s/254)}.$$

U funkciji prenosa jedna nula, ona koju određuje kondenzator C_R, je u beskonačnosti (kondenzator C_R je paralelno povezan sa kružnim tokom signala), dok je druga na učestanosti



Slika 1.21b

$$\omega_Z = \left(R_g C_B\right)^{-1} = 1000\,\text{rad/s},$$

dok polove određuju oba kondenzatora.

Asimptotska amplitudska karakteristika kružnog pojačanja prikazana je na slici 1.21b.

b) Impedansa koju vidi pobudni generator je

$$Z_g(s) = \left(R_g + (sC_B)^{-1}\right) + Z_{ul}(s),$$

gde je $Z_{ul}(s)$ ulazna impedansa pojačavača. Primenom Blackmanove formule za ulaznu impedansu pojačavača se dobija

$$Z_{ul}(s) = Z_{ul0}(s)\frac{1-\beta a_{ks}(s)}{1-\beta a_{ov}(s)},\ \beta a_{ks}(s) = 0,$$

$$Z_{ul0}(s) = r_{\pi1} \parallel Z_{13} \parallel \left(Z_{12} + R_E \parallel Z_{23} \parallel \frac{r_{\pi2}+R_C}{1+\beta_{02}}\right) \text{ i}$$

$$\beta a_{ov}(s) = -\frac{\beta_0(1+\beta_0)R_C}{R_C + r_{\pi2} + (1+\beta_0)\left(R_E \parallel Z_{23} \parallel \left(Z_{12} + Z_{13} \parallel r_{\pi1}\right)\right)} \frac{R_E \parallel Z_{23} \qquad Z_{13}/\left(Z_{13}+r_{\pi1}\right)}{R_E \parallel Z_{23} + \left(Z_{12} + Z_{13} \parallel r_{\pi1}\right)}.$$

Sređivanjem izraza i smenom brojnih vrednosti postaje

$$Z_g(s) = 3{,}94\,\text{k}\Omega\frac{(s+44)(s+223)}{s(s+38)} \Rightarrow Z_g(j\omega) = 3{,}94\,\text{k}\Omega\frac{(j\omega+44)(j\omega+223)}{j\omega(j\omega+38)}.$$

Na niskim učestanostima ulazna impedansa je beskonačna, dok je na srednjim učestanostima određuje paralelna veza otpornosti R_R i ulazne otpornosti tranzistora Q_1

$$Z_g(s)\Big|_{s\to\infty} \to R_g + r_{\pi1} \parallel R_R = 3{,}94\,\text{k}\Omega.$$

c) Primenom asimptotske formule za pojačanje pojačavača se dobija

$$A(s) = A_\infty(s)\frac{T(s)}{1+T(s)} + \frac{A_0(s)}{1+T(s)}.$$

Asimptotska pojačanja $A_0(s)$ i $A_\infty(s)$ dobijena su kada je $\beta_{01} = 0$ i $\beta_{01} \to \infty$, respektivno

$$A_0(s) = \frac{\dfrac{r_{\pi1} \parallel Z_{13}}{r_{\pi1} \parallel Z_{13} + Z_{12} + \left(Z_{23} \parallel R_E \parallel (r_{\pi2}+R_C)/\beta_0\right)}}{\left(R_g + (sC_B)^{-1}\right) + r_{\pi1} \parallel Z_{13} \parallel Z_{12} + \left(Z_{23} \parallel R_E \parallel (r_{\pi2}+R_C)/\beta_0\right)} Z_{23} \parallel R_E \parallel \frac{r_{\pi2}+R_C}{1+\beta_0} \text{ i}$$

$$A_\infty(s) = -\frac{Z_{12}}{R_g + (sC_B)^{-1}} = -\frac{sC_B R_R(2+sC_R R_R)}{1+sC_B R_g},$$

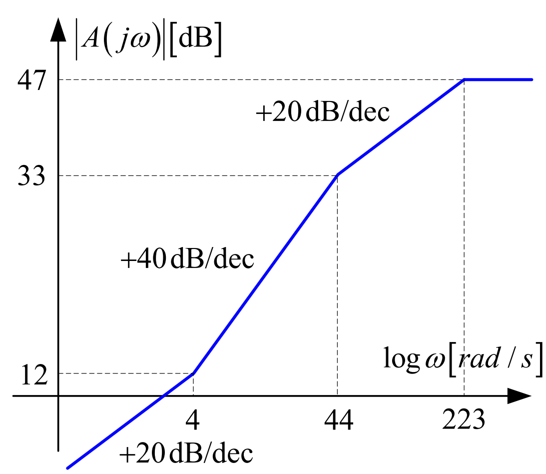
dok je $T(s) = -\beta a(s)$.

Smenom brojnih vrednosti postaje

$$A(s) = -219\frac{s(s+4)}{(s+44)(s+223)},$$

$$A(j\omega) = -219\frac{j\omega(j\omega+4)}{(j\omega+44)(j\omega+223)},$$

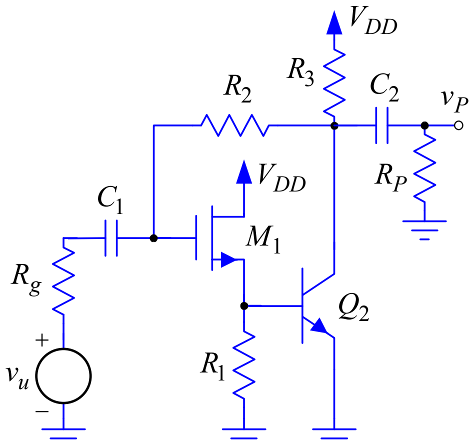
na osnovu čega je na slici 1.21c dobijena asimptotska amplitudska karakteristika naponskog pojačanja pojačavača.



Slika 1.21c

d) Na osnovu definicije granične učestanosti je

$$\frac{\omega_L^2\left(\omega_L^2+4^2\right)}{\left(\omega_L^2+44^2\right)\left(\omega_L^2+223^2\right)}=\frac{1}{2} \Rightarrow \omega_L \approx 223\,\text{rad/s} \Rightarrow f_L=\omega_L/(2\pi)=35\,\text{Hz}.$$



Slika 1.22

***1.22.** Na slici 1.22 prikazan je jedan BICMOS pojačavač sa negativnom povratnom spregom. Parametri tranzistora su: $V_T=1\,\text{V}$, $B=2\,\text{mA/V}^2$, $\beta_F=\beta_0=200$ i $V_{BE}=0{,}7\,\text{V}$, dok je: $V_{DD}=5\,\text{V}$, $R_g=100\,\text{k}\Omega$, $R_1=6{,}8\,\text{k}\Omega$, $R_2=10\,\text{M}\Omega$, $R_3=3\,\text{k}\Omega$, $R_P=1\,\text{k}\Omega$, $C_1=0{,}1\,\mu\text{F}$ i $C_2=10C_1$.

a) Odrediti struju drejna I_{D1} i struju kolektora I_{C1} u mirnoj radnoj tački.

b) Odrediti naponsko pojačanje pojačavača u propusnom opsegu $A_{po}=v_p/v_g$.

c) Proceniti donju graničnu učestanost pojačavača f_L.

Rešenje:

a) Zanemarujući struju baze, slika 1.22a, struja drejna je

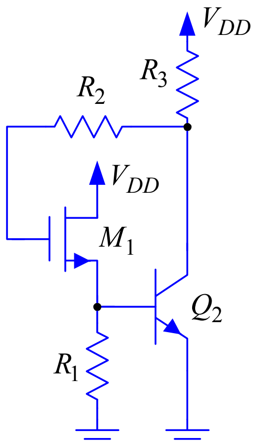
$$I_{D1}=V_{BE1}/R_1=V_{BE}/R_1=103\,\mu\text{A},$$

dok je napon na kolektoru

$$V_{C2}=V_{BE2}+V_{GS1}=V_{BE}+V_T+\sqrt{2I_{D1}/B}=2\,\text{V},$$

odakle se dobija struja kolektora

$$I_{C2}=\left(V_{DD}-V_{C2}\right)/R_3=1\,\text{mA}.$$



Slika 1.22a

Pošto je $I_{C2}/\beta_F=5\,\mu\text{A} \ll I_{D1}=100\,\mu\text{A}$, početna pretpostavka o zanemarivanju bazne struje je opravdana.

Parametri u modelu za male signale su

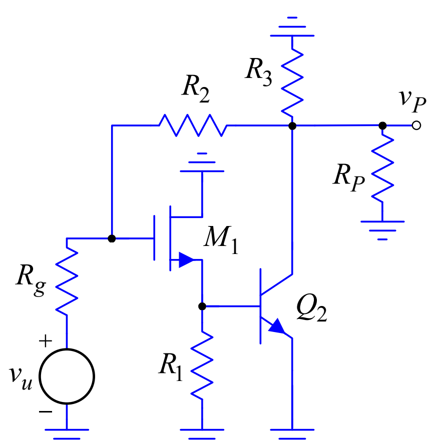
$$r_{\pi2}=r_\pi=\beta_0 V_t/I_{C2}=5\,\text{k}\Omega,\ g_{m2}=I_C/V_t=40\,\text{mS},\ g_{m1}=\sqrt{2I_D B}=642\,\mu\text{S}.$$

b) Na slici 1.22b prikazana je šema pojačavača za male signale, kada je učestanost pobude u propusnom opsegu. U kolu je primenjena negativna reakcija, pa ćemo primeniti asimptotsku formulu za određivanje pojačanja

$$A_{po}=A_{po\infty}\frac{T}{1+T}+\frac{A_{po0}}{1+T},\ T=-\beta a,$$

$$\beta a=-\frac{\beta_0\left(R_P\,\|\,R_3\right)}{\left(R_P\,\|\,R_3\right)+R_2+R_g}R_g\frac{g_{m1}}{1+g_{m1}\left(R_1\,\|\,r_\pi\right)}\frac{R_1}{R_1+r_\pi},$$

$$\beta a=-8{,}7 \Rightarrow T=8{,}7.$$



Slika 1.22b

Asimptotska pojačanja $A_{po\infty}$ i A_{po0} dobićemo modifikacijom strujnog pojačanja tranzistora Q_2, $\beta_0\to\infty$ i $\beta_0=0$, respektivno.

Kada se pusti da $\beta_0\to\infty$, tada

$$i_{b2}\to 0,\ v_{b1}\to 0,\ i_{d1}\to 0,\ v_{gs1}\to 0,\ v_{g1}\to 0 \Rightarrow$$

$$v_u/R_g=-v_{po\infty}/R_2 \Rightarrow a_\infty=v_{po\infty}/v_u=-R_2/R_g=-10.$$

Pošto je $A_{po\infty}T=87 \gg 1$, zanemarićemo član A_{po0}, pa je

$$A_{po} \approx A_{po\infty}\frac{T}{1+T} \approx -9 .$$

c) Obe nule u funkciju prenosa su u nuli, dok su učestanosti polova zavisne i od jedne i od druge kapacitivnosti.

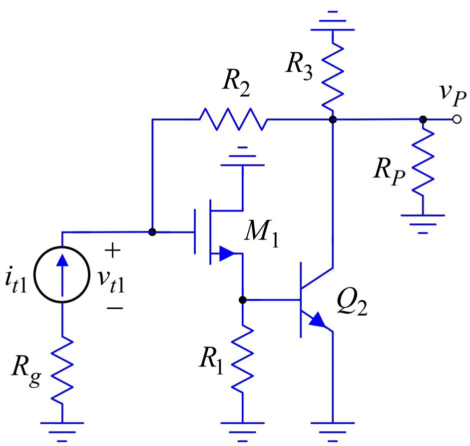
U opštem slučaju, naponsko pojačanje pojačavača na niskim učestanostima može se predstaviti u obliku

$$A_L(s) = A_{po}\frac{(s+\omega_{Z1})(s+\omega_{Z2})\cdots(s+\omega_{Zn})}{(s+\omega_{P1})(s+\omega_{P2})\cdots(s+\omega_{Pn})} = \frac{s^n + a_1 s^{n-1}+\cdots}{s^n + b_1 s^{n-1}+\cdots}.$$

Pošto je

$$b_1 = \omega_{P1}+\omega_{P2}+\cdots+\omega_{Pn},\; b_1 = \sum_{j=1}^{n}\frac{1}{C_j R_{dj\infty}},$$

gde je otpornost $R_{dj\infty}$ otpornost koju vidi kondenzator C_j kada su svi ostali kondenzatori kratki spojevi. Aproksimativna vrednost donje granične učestanosti je



Slika 1.22c

$$\omega_L \approx b_1 = \sum_{j=1}^{n}\frac{1}{C_j R_{dj\infty}}.$$

U našem slučaju je

$$\omega_L \approx \sum_{j=1}^{2}\frac{1}{C_j R_{dj\infty}} = \left.\frac{1}{C_1 R_{d1}}\right|_{C_2=\text{K.S.}} + \left.\frac{1}{C_2 R_{d2}}\right|_{C_1=\text{K.S.}}.$$

Kada je C_2 kratak spoj, otpornost koju vidi kondenzator C_1, slika 1.22c, je

$$R_{d1\infty} = R_g + R_u,$$

gde je R_u ulazna otpornost pojačavača.

Ulaznu otpornost pojačavača odredićemo primenom Blackmanove formule

$$R_u = R_{u0}\frac{1-\beta a_{ksu}}{1-\beta a_{ovu}},\; \beta a_{ksu} = 0,$$

$$\beta a_{ovu} = -\beta_0\left(R_P \| R_3\right)\frac{g_{m1}}{1+g_{m1}\left(R_1\|r_\pi\right)}\frac{R_1}{R_1+r_\pi} = -95{,}6,\; R_{u0} = R_2 + \left(R_3 \| R_P\right) \approx R_2 \;\Rightarrow$$

$$R_u = \frac{R_{u0}}{1-\beta a_{ovu}} = 10{,}35\,\text{k}\Omega \;\Rightarrow\; \tau_{1\infty} = \left(R_u + R_g\right)C_1 = 110\,\text{ms}.$$

Kada je C_1 kratak spoj, otpornost koju vidi kondenzator C_2 je

$$R_{d2\infty} = R_P + R_i,$$

gde je R_i izlazna otpornost pojačavača.

I izlaznu otpornost pojačavača ćemo odrediti primenom Blackmanove formule

$$R_i = R_{i0}\frac{1-\beta a_{ksi}}{1-\beta a_{ovi}},\; \beta a_{ksi} = 0,\; \beta a_{ovi} = -\beta_0\frac{R_3}{R_3+R_2+R_g}R_g\frac{g_{m1}}{1+g_{m1}\left(R_1\|r_\pi\right)}\frac{R_1}{R_1+r_\pi} = -34{,}7,$$

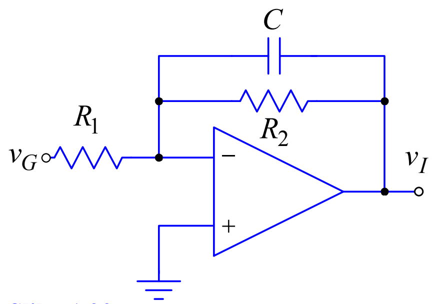
$$R_{i0} = R_3 \| \left(R_2 + R_g\right) \approx R_3 \;\Rightarrow\; R_i = R_{i0}/\left(1-\beta a_{ovi}\right) = 84\,\Omega \;\Rightarrow\; \tau_{2\infty} = \left(R_i + R_P\right)C_2 = 11\,\text{ms}.$$

Na osnovu prethodnog dobija se aproksimativan položaj donje granične učestanosti

$$\omega_L \approx \frac{1}{\tau_{1\infty}} + \frac{1}{\tau_{2\infty}} \approx \frac{1}{\tau_{2\infty}} = 92\,\text{rad/s} \;\Rightarrow\; f_L = \omega_L/\left(2\pi\right) = 15\,\text{Hz}.$$

S obzirom da su nule u nuli i da su polovi razmaknuti, ova vrednost donje granične učestanosti praktično je jednaka stvarnoj vrednosti.

1.23. U kolu pojačavača sa slike 1.23 operacioni pojačavač se može smatrati idealnim.



Slika 1.23

a) Odrediti vrednosti otpornosti i kapacitivnosti tako da je:

- ulazna otpornost $R_u = 10\,\text{k}\Omega$
- moduo pojačanja na niskim učestanostima $A_0 = 40\,\text{dB}$
- propusni opseg $B = 10\,\text{kHz}$.

b) Nacrtati asimptotsku amplitudsku i faznu karakteristiku pojačanja pojačavača $A(j\omega) = V_i(j\omega)/V_g(j\omega)$.

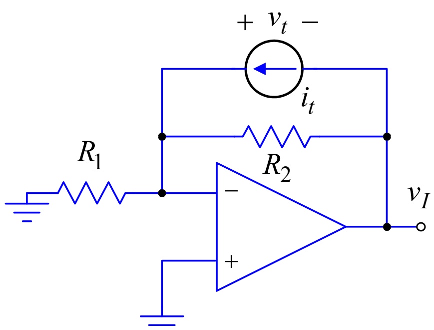
c) Odrediti jediničnu učestanost pojačanja pojačavača f_T.

Rešenje:

a) U kolu je primenjena negativna povratna sprega na svim učestanostima, pa je

$$V^-(j\omega) = V^+(j\omega) = 0 \;\Rightarrow\; Z_u(j\omega) = R_u = R_1 = 10\,\text{k}\Omega$$

Na niskim učestanostima kondenzator C se može aproksimirati otvorenom vezom, $(\omega C)^{-1} \to \infty$, a naponsko pojačanje je



Slika 1.23a

$$A(j\omega)\big|_{\omega\to 0} = A_0 = -R_2/R_1.$$

Iz uslova da je moduo pojačanja na niskim učestanostima $A_0 = 40\,\text{dB}$, odnosno $|A_0| = 100$, dobija se otpornost R_2,

$$R_2 = |A_0| R_1 = 1\,\text{M}\Omega.$$

Uočiti da pojačanje pojačavača na visokim učestanostima teži nuli

$$(\omega C)^{-1} \to 0 \;\Rightarrow\; A(j\omega)\big|_{\omega\to\infty} \to 0,$$

što znači da je nula koju kondenzator unosi u funkciju prenosa u beskonačnosti.

Učestanost pola određena je dinamičkom otpornošću koju vidi kondenzator

$$\omega_P = (CR_{dC})^{-1}.$$

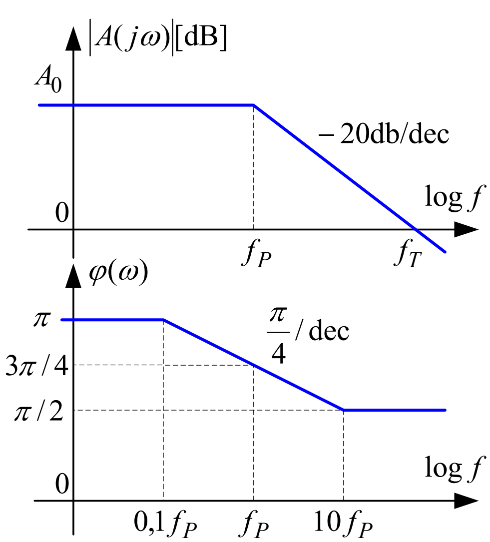
Na slici 1.23a prikazano je kolo pomoću koga se određuje učestanost pola. U kolu je primenjena negativna reakcija, $v^- = v^+ = 0$, što znači da je struja koja protiče kroz R_1 nula, odnosno da se sva struja test generatora zatvara kroz otpornost R_2

$$v_t = R_2 i_t \;\Rightarrow\; v_t/i_t = R_{dC} = R_2 \;\Rightarrow\; \omega_P = (CR_2)^{-1}.$$

Na osnovu prethodnih zaključaka sledi da se naponsko pojačanje u funkciji učestanosti menja kao

$$A(s) = \frac{V_i(s)}{V_g(s)} = A_0\frac{1+s/\omega_Z}{1+s/\omega_P} = \frac{A_0}{1+s/\omega_P} \;\Rightarrow$$

$$A(j\omega) = \frac{A_0}{1+j\omega/\omega_P}$$



Slika 1.23b

Granična učestanost pojačavača je ona učestanost na kojoj pojačanje, u odnosu na pojačanje u propusnom opsegu, opadne za 3dB ili $\sqrt{2}$ puta. Ovde je u pitanju gornja granična učestanost, a po definiciji je

$$\left|A(j\omega_H)\right| = \frac{A_0}{\sqrt{1+(\omega_H/\omega_P)^2}} = \frac{A_0}{\sqrt{2}} \Rightarrow 1+(\omega_H/\omega_P)^2 = 2 \Rightarrow \omega_H = \omega_P,\ f_H = f_P.$$

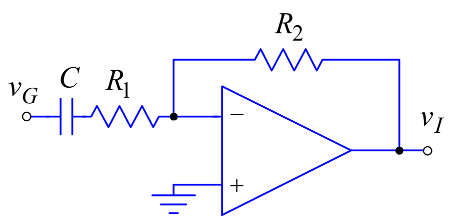
Pošto je donja granična učestanost nula, propusni opseg je

$$B = f_H - f_L = f_H = f_P \Rightarrow C = \frac{1}{2\pi B R_2} = 15{,}9\,\text{pF}.$$

b) Primenjujući Bodeove aproksimacije dobijene su asimptotska amplitudska i fazna karakteristika prikazane na slici 1.23b.

c) Učestanost jediničnog pojačanja f_T je učestanost na kojoj pojačanje postaje 1, odnosno 0dB. Na osnovu slike 1.23b, pošto je nagib karakteristike -20dB/dec

$$f_T = A_0 \cdot f_H = 1\,\text{MHz}.$$



Slika 1.24

1.24. U kolu pojačavača sa slike 1.24 operacioni pojačavač se može smatrati idealnim.

a) Odrediti vrednosti elemenata u kolu sa slike 1.24 tako da je:

- ulazna impedansa na visokim učestanostima $Z_u(j\omega)\big|_{\omega\to\infty} = 100\,\text{k}\Omega$
- naponsko pojačanje $A(j\omega) = V_i(j\omega)/V_g(j\omega)$ na visokim učestanostima $\left|A(j\omega)\right|\big|_{\omega\to\infty} = 0\,\text{dB}$
- donja granična učestanost $f_d = 100\,\text{Hz}$

b) Sa vrednostima iz tačke a) nacrtati asimptotsku amplitudsku i faznu karakteristiku naponskog pojačanja pojačavača.

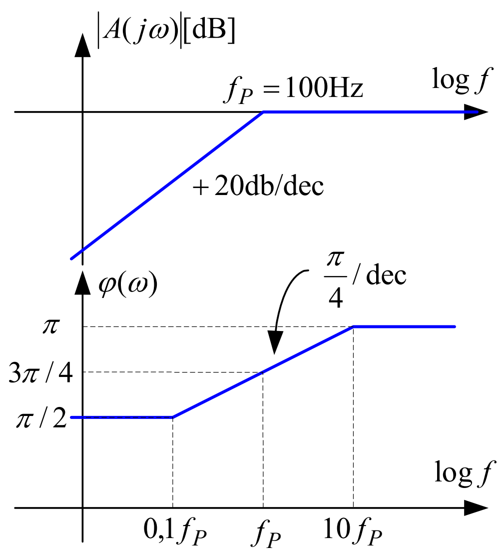
Rešenje:

a) Zbog primenjene negativne reakcije i beskonačnog pojačanja operacionog pojačavača, na svim učestanostima je

$$V^-(j\omega) = V^+(j\omega) = 0.$$

Na visokim učestanostima impedansa kondenzatora teži nuli, pa je ulazna impedansa

$$Z_u(j\omega)\big|_{\omega\to\infty} = R_1 \Rightarrow R_1 = 100\text{k}\Omega$$



Slika 1.24a

Na visokim učestanostima kondenzator C se može aproksimirati kratkim spojem, tako da je

$$A(j\omega)\big|_{\omega\to\infty} = A_\infty = -R_2/R_1 \Rightarrow$$

$$A\left|(j\omega)\right|\big|_{\omega\to\infty} = R_2/R_1 = 1 \Rightarrow R_2 = R_1 = 100\,\text{k}\Omega.$$

Na niskim učestanostima kondenzator je otvorena veza, pa je pojačanje

$$A(j\omega)\big|_{\omega\to 0} = 0.$$

Pošto se kondenzator C nalazi na putu toka signala, on u funkciju prenosa unosi nulu u nuli.

Učestanost pola određena je dinamičkom otpornošću koju vidi ovaj kondenzator

$$\omega_P = (CR_{dC})^{-1},\ R_{dC} = R_1.$$

Na osnovu prethodnog zaključujemo da je zavisnost naponskog pojačanja od učestanosti oblika

$$A(s) = A_\infty \frac{s}{s+\omega_P} = -\frac{s}{s+\omega_P}.$$

Donja granična učestanost pojačavača određuje se iz uslova

$$|A(j\omega_L)| = \frac{A_\infty}{\sqrt{2}} = A_\infty \frac{\omega_L}{\sqrt{\omega_L^2 + \omega_P^2}} \Rightarrow 2\omega_L^2 = \omega_L^2 + \omega_P^2 \Rightarrow \omega_L = \omega_P .$$

Posle ovoga lako se određuje potrebna kapacitivnost

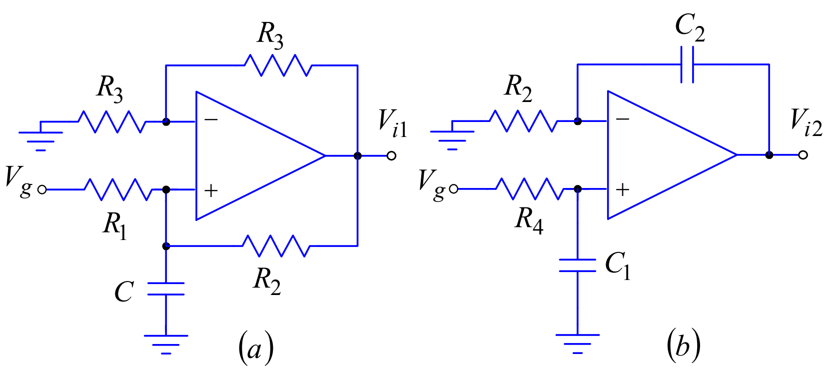
$$C = \frac{1}{R_1 \omega_P} = \frac{1}{R_1 \omega_L} = 15{,}9\,\mathrm{nF} .$$

b) Na slici 1.24a prikazana je asimptotska amplitudska i fazna karakteristika pojačavača.

1.25. U kolima sa slika 1.25a i 1.25b operacioni pojačavači se mogu smatrati idealnim.

a) Odrediti uslove pod kojima ova kola predstavljaju idealne integratore.

b) Pod uslovom iz prethodne tačke, za $C = C_2$, $R_1 = R_2 = 2R$ i $R_2 = R_4 = R$, na istoj slici nacrtati asimptotsku amplitudsku i faznu karakteristiku funkcija prenosa $H_1(s) = V_{i1}(s)/V_g(s)$ i $H_2(s) = V_{i2}(s)/V_g(s)$.



Slika 1.25

c) Ako su zadovoljeni uslovi iz tačke a), za oba kola odrediti ulaznu impedansu $Z_u(s)$.

Rešenje:

a) S obzirom da je u kolu sa slike 1.25a ostvarena negativna povratna sprega,

$$V^+(s) = V^-(s) = \frac{V_{i1}(s)}{2} .$$

Na osnovu I Kirhofovog zakona je

$$\frac{V_g(s) - V^+(s)}{R_1} = sCV^+(s) + \frac{V^+(s) - V_{i1}(s)}{R_2} \Rightarrow H_1(s) = \frac{V_{i1}(s)}{V_g(s)} = \frac{2}{sCR_1 + 1 - R_1/R_2} .$$

Ako je $R_1 = R_2$, kolo sa slike 1.25a će obavljati funkciju idealnog integratora

$$H_{1i}(s) = \frac{2}{sCR_1} .$$

Iz funkcije prenosa da se uočiti da je položaj pola

$$\omega_{P1} = \frac{1}{CR_1}(1 - R_1/R_2)$$

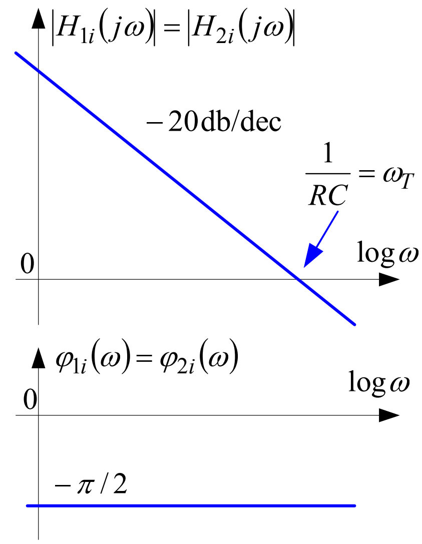
dosta osetljiv na uparenost otpornosti R_1 i R_2. Ako je $R_1 > R_2$ pol će preći u desnu poluravan, a pojačavač postaje nestabilan.

I u kolu sa slike 1.25b ostvarena je negativna povratna sprega

$$V^+(s) = \frac{(sC_1)^{-1}}{(sC_1)^{-1} + R_4} V_g(s) = V^-(s),\; V_{i2}(s) = \left(1 + \frac{1}{sC_2R_2}\right) V^-(s) \Rightarrow$$

$$H_2(s) = \frac{V_{i2}(s)}{V_g(s)} = \frac{1}{sC_2R_2}\left(\frac{1 + sC_2R_2}{1 + sC_1R_4}\right).$$

Da bi ovo kolo predstavljalo idealan integrator, potrebno je izabrati otpornosti i kapacitivnosti tako da bude ispunjen uslov



Slika 1.25c

$$R_4C_1 = R_2C_2 \;\Rightarrow\; H_{2i}(s) = \frac{1}{sC_2R_2}.$$

b) Smenom se dobija da su funkcije prenosa

$$H_{1i}(s) = \frac{2}{sCR_1} = \frac{1}{sCR} \text{ i } H_{2i}(s) = \frac{1}{sC_2R_2} = \frac{1}{sCR},$$

što znači da se radi o istim funkcijama.

Na na slici 1.25c prikazane su asimptotske frekvencijske karakteristike funkcija prenosa.

c) Na slici 1.25d prikazana je šema kola za određivanje ulazne impedanse kola sa slike 1.25a. Prema ovoj slici je

$$I_t(s) = \frac{V_t(s) - V^+(s)}{R_1} = \frac{V_t(s) - V^-(s)}{R_1} \;\Rightarrow$$

$$I_t(s) = \frac{V_t(s)\left(1 - V^-(s)/V_t(s)\right)}{R_1} = \frac{V_t(s)}{R_1}\left(1 - \frac{1}{sCR_1}\right).$$

Ulazna impedansa je

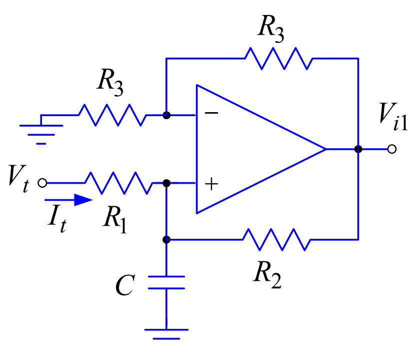
$$Z_u(s) = \frac{V_t(s)}{I_t(s)} = \frac{sCR_1^2}{sCR_1 - 1}.$$

Izraz za ulaznu impedansu može se prikazati u lepšem obliku

$$Z_u(s) = \frac{R_1 \cdot \left(-sCR_1^2\right)}{R_1 + \left(-sCR_1^2\right)} = R_1 \parallel (sL_{ekv}),$$

gdje je $L_{ekv} = -sCR_1^2$ ekvivalentna negativna induktivnost.

Dakle, kolo se prema generatoru ponaša kao paralelna veza otpornosti i negativne induktivnosti. Uočiti da se na niskim učestanostima, $\omega \to 0$, kolo prema generatoru ponaša kao kratak spoj.



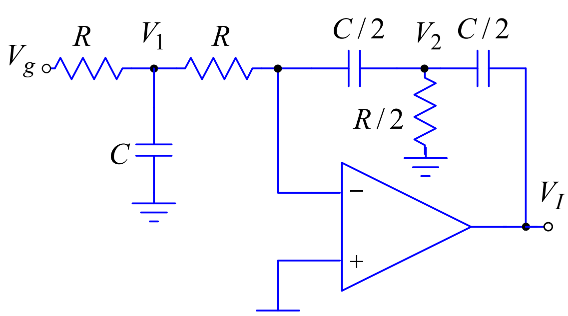
Slika 1.25d

Ulazna impedansa kola sa slike 1.25b određuje se pravolinijski

$$Z_u(s) = R_4 + (sC_1)^{-1}.$$

Uočiti da ova impedansa na niskim učestanostima teži beskonačnosti.

1.26. U kolu sa slike 1.26 operacioni pojačavač je idealan. Odrediti i nacrtati amplitudsku karakteristiku funkcije prenosa $H(s) = V_i(s)/V_g(s)$.



Slika 1.26

Rešenje:

Na osnovu Kirhofovih zakona je

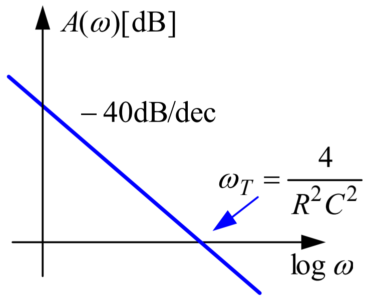
$$\frac{V_g(s) - V_1(s)}{R} = sCV_1(s) + V_1(s)/R \;\Rightarrow$$

$$V_1(s) = \frac{V_g(s)}{2 + sRC}.$$

S obzirom da je operacioni pojačavač idealan, to je

$$V_2(s) = -\frac{1}{sRC/2}V(s) = -\frac{2}{sRC}V_1(s),$$

a pošto važi



Slika 1.26a

$$sC\left(V_i(s)-V_2(s)\right)/2=2V_2(s)/R+sCV_2(s)/2 \;\Rightarrow$$

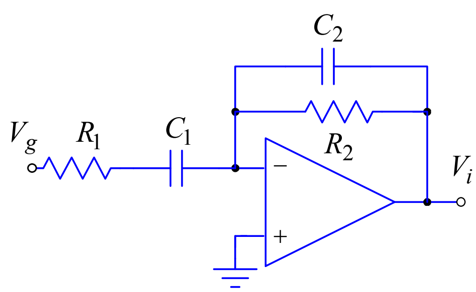
$$V_i(s)=2V_2(s)\left(1+\frac{2}{sRC}\right) \Rightarrow H(s)=-\frac{4}{s^2R^2C^2} \;\Rightarrow$$

$$H(j\omega)=\frac{4}{\omega^2R^2C^2}.$$

Kao što se vidi fazna karakteristika ovog dvostrukog integratora ne zavisi od učestanosti

$$\varphi(\omega)=\arg\left(H(j\omega)\right)=0,$$

dok je asimptotska amplitudska karakteristika prikazana na slici 1.26a.



Slika 1.27

1.27. Odrediti opseg učestanosti za koji kolo sa slike 1.27 ima karakteristiku idealnog diferencijatora. Smatrati da je operacioni pojačavač idealan i da je $R_1C_1=R_2C_2$.

Rešenje:

S obzirom da je operacioni pojačavač idealan

$$\frac{V_i(s)}{V_g(s)}=-\frac{Z_2}{Z_1},\; Z_1=R_1+\frac{1}{sC_1}=\frac{sC_1R_1+1}{sC_1R_1} \text{ i}$$

$$Z_2=R_2\parallel\frac{1}{sC_2}=\frac{R_2}{1+sC_2R_2}.$$

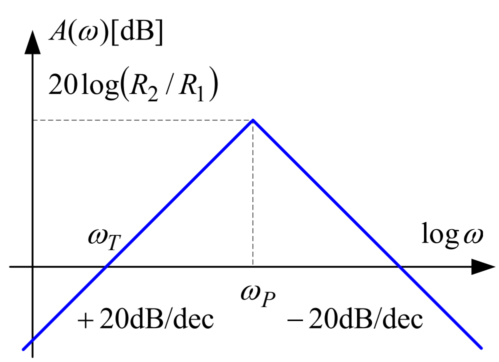
Smenom se lako dolazi do funkcije prenosa

$$A(s)=-\frac{sC_1R_2}{(1+sC_1R_1)(1+sC_2R_2)},$$

a pošto je $R_1C_1=R_2C_2$ ona postaje

$$A(s)=-\frac{sC_1R_2}{(1+sC_1R_1)^2} \;\Rightarrow$$

$$A(j\omega)=-\frac{j\omega C_1R_2}{(1+j\omega C_1R_1)^2}.$$



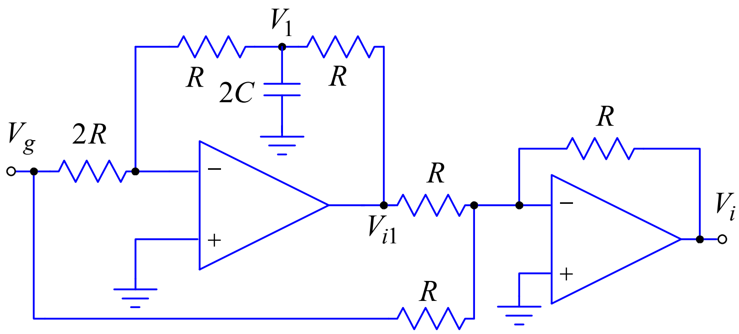
Slika 1.27a

Na slici 1.27a prikazana je asimptotska amplitudska karakteristika funkcije prenosa $A(s)$.

Učestanost jediničnog pojačanja diferencijatora je $\omega_T=(C_1R_2)^{-1}$. Sa slike se uočava da kolo obavlja funkciju diferencijatora sve do učestanosti $\omega_P=(R_1C_1)^{-1}$. Dvostruki pol na učestanosti ω_P ima zadatak da ograniči spektar signala smetnji koje se superponiraju sa korisnim ulaznim signalom. Realno ova učestanost mora biti mnogo manja od učestanosti jediničnog pojačanja operacionog pojačavača.

1.28. U kolu sa slike 1.28 operacioni pojačavači se mogu smatrati idealnim. Odrediti zavisnost naponskog pojačanja u funkciji učestanosti $A(s)=V_i(s)/V_g(s)$, a zatim objasniti funkciju kola.

Rešenje:



Slika 1.28

U kolu je ostvarena negativna povratna sprega pa je

$$V_1(s) = -\frac{R}{2R}V_g(s) = -\frac{V_g(s)}{2}.$$

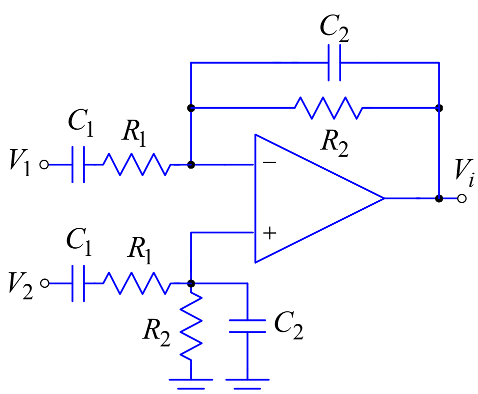
Izlazni operacioni pojačavač sa otpornostima u grani negativne povratne sprege ima funkciju sabirača

$$V_i(s) = -V_{i1}(s) - V_g(s).$$

Prema I Kirhofovom zakonu je

$$\frac{V_{i1}(s) - V_1(s)}{R} = 2sCV_1(s) + \frac{V_1(s)}{R} \Rightarrow V_{i1}(s) = -V_g(s)(1+sCR) \Rightarrow A(s) = V_i(s)/V_g(s) = sCR,$$

odakle se zaključuje da kolo obavlja funkciju diferencijatora.



Slika 1.29

1.29. U kolu sa slike 1.29 operacioni pojačavač se može smatrati idealnim, dok je $R_1 = 10\,\text{k}\Omega$. Potrebno je odrediti nepoznate otpornosti i kapacitivnosti tako da bude:

- diferencijalno pojačanje u propusnom opsegu $A_{po} = 20\,\text{dB}$
- donja granična učestanost $f_L = 10\,\text{Hz}$
- gornja granična učestanost $f_L = 20\,\text{kHz}$

Rešenje:

Primenom principa superpozicije dobija se

$$V_i = V_i(V_1)\big|_{V_2=0} + V_i(V_2)\big|_{V_1=0} = V_{i1} + V_{i2}.$$

Radi skraćenog pisanja uvedimo sledeće oznake

$$Z_1 = R_1 + \frac{1}{sC_1} = \frac{1 + R_1 sC_1}{sC_1} \text{ i } Z_2 = R_2 \parallel \frac{1}{sC_2} = \frac{R_2}{1 + sC_2R_2},$$

posle čega je

$$V_{i1}(s) = -\frac{Z_2}{Z_1}V_1(s) \text{ i } V_{i2}(s) = \left(1 + \frac{Z_2}{Z_1}\right)\frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}V_2(s) = \frac{Z_2}{Z_1}V_2(s) \Rightarrow$$

$$V_i(s) = V_{i1}(s) + V_{i2}(s) = \frac{Z_2}{Z_1}\left(V_2(s) - V_1(s)\right) \Rightarrow \frac{V_i(s)}{V_2(s) - V_1(s)} = \frac{1}{R_1C_2}\frac{s}{\left(s + (C_1R_1)^{-1}\right)\left(s + (C_2R_2)^{-1}\right)}.$$

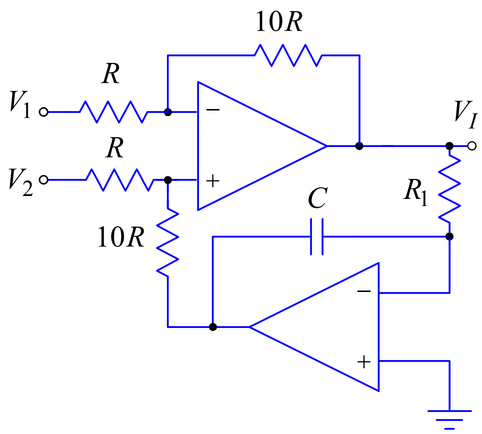
Dakle, funkcija prenosa ima dva pola u levoj poluravni i dve nule, jednu u nuli i drugu u beskonačnosti. Diferencijalno pojačanje u propusnom opsegu je

$$A_{po} = \frac{C_2R_2}{R_1C_2} = \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow R_2 = R_1A_{po} = 10R_1 = 100\,\text{k}\Omega.$$

Pošto su granične učestanosti dovoljno razmaknute, a funkcija prenosa ima dva pola, očito je da oni određuju granice propusnog opsega. Na osnovu ovoga je

$$\frac{1}{C_1R_1} \approx \omega_L = 2\pi f_L \Rightarrow C_1 = \frac{1}{2\pi f_L R_1} = 1{,}59\,\mu\text{F i}$$

$$\frac{1}{C_2R_2} \approx \omega_H = 2\pi f_H \Rightarrow C_2 = \frac{1}{2\pi f_H R_2} = 80\,\text{pF}.$$



Slika 1.30

1.30. U kolu sa slike 1.30 operacioni pojačavači se mogu smatrati idealnim, dok je $R_1 = 100\,\text{k}\Omega$ i $C_1 = 1\,\mu\text{F}$. Odrediti zavisnost pojačanja pojačavača od učestanosti $A(s) = V_i(s)/V_d(s)$, $V_d(s) = V_2(s) - V_1(s)$, a zatim nacrtati asimptotsku amplitudsku karakteristiku ove zavisnosti.

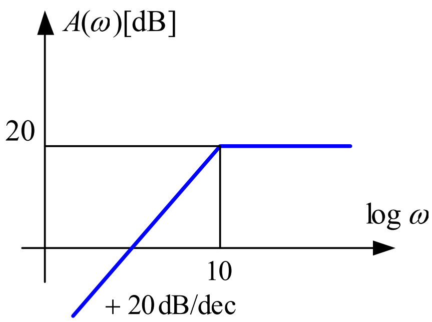
Rešenje:

Pošto je u kolu ostvarena negativna povratna sprega, to je $V^+(s) = V^-(s)$, pa važi

$$V^-(s) = \frac{R}{11R}V_i(s) + \frac{10R}{11R}V_1(s) \text{ i}$$

$$V^+(s) = \frac{10R}{11R}V_2(s) + \frac{R}{11R}\left(-\frac{1}{sC_1R_1}V_i(s)\right) \Rightarrow$$

$$A = \frac{V_i(s)}{V_2(s) - V_1(s)} = \frac{V_i(s)}{V_d(s)} = 10\frac{s}{s + (R_1C_1)^{-1}} = 10\frac{s}{s+10}.$$



Slika 1.30a

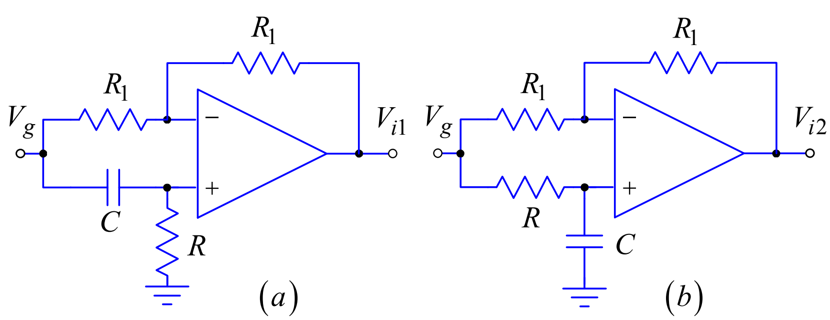
Na slici 1.30a prikazana je asimptotska amplitudska karakteristika pojačanja pojačavača. U propusnom opsegu kolo se ponaša kao diferencijalni pojačavač čije je pojačanje 10. Zbog jake negativne povratne sprege na niskim učestanostima, neidealnosti na ulazu diferencijalnog pojačavača, kao što su naponski ofset i polarizacione struje, praktično ne utiču na vrednost napona na izlazu

$$V_I = 0.$$

1.31. U kolima sa slike 1.31a i 1.31b operacioni pojačavači se mogu smatrati idealanim.

a) Odrediti funkcije prenosa $H_1(s) = V_{i1}(s)/V_g(s)$ i $H_2(s) = V_{i2}(s)/V_g(s)$.

b) Nacrtati asimptotske frekvencijske karakteristike funkcija prenosa $H_1(j\omega)$ i $H_2(j\omega)$.



Slika 1.31

Rešenje:

U oba kola je ostvarena negativna povratna sprega pa je

$$V^+(s) = V^-(s),$$

odnosno

$$V^+(s) = \frac{V_i(s)}{2} + \frac{V_g(s)}{2}.$$

a) Prema Kirhofovim pravilima za kolo sa slike 1.31a važi

$$V^+(s) = \frac{R}{R + (sC)^{-1}}V_g(s) \Rightarrow \frac{V_g(s)}{2} + \frac{V_{i1}(s)}{2} = \frac{sCR}{1+sCR}V_g(s) \Rightarrow H_1(s) = \frac{V_{i1}(s)}{V_g(s)} = -\frac{1-sCR}{1+sCR}.$$

Na isti način se dobija i funkcija prenosa za kolo sa slike 1.31b

$$V^+(s) = \frac{(sC)^{-1}}{R + (sC)^{-1}}V_g(s) \Rightarrow \frac{V_g(s)}{2} + \frac{V_{i2}(s)}{2} = \frac{1}{1+sCR}V_g(s) \Rightarrow H_2(s) = \frac{V_{i2}(s)}{V_g(s)} = \frac{1-sCR}{1+sCR}.$$

b) Pošto je

$$H_1(j\omega) = -\frac{1-j\omega CR}{1+j\omega CR} = -\frac{1-j\omega/\omega_1}{1+j\omega/\omega_1} \text{ i } H_2(j\omega) = \frac{1-j\omega CR}{1+j\omega CR} = \frac{1-j\omega/\omega_1}{1+j\omega/\omega_1},\ \omega_1 = \frac{1}{RC},$$

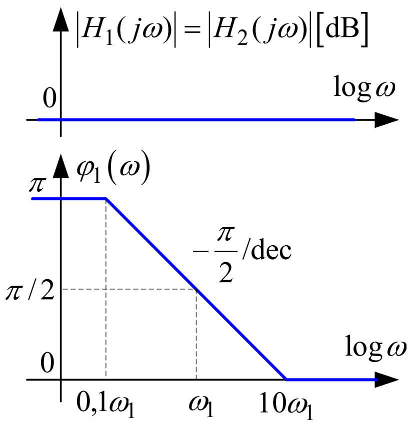
zaključujemo da i jedna i druga funkcija imaju istu amplitudsku karakteristiku

$$|H_1(j\omega)| = |H_2(j\omega)| = |H(j\omega)|,$$

$$|H(j\omega)| = \sqrt{1+(\omega/\omega_1)^2} / \sqrt{1+(\omega/\omega_1)^2} = 1 \Rightarrow$$

$$|H(j\omega)|[\mathrm{dB}] = 0\,\mathrm{dB}.$$

Obe funkcije imaju pol u levoj poluravni kompleksne učestanosti $\omega_P = \omega_1$ i nulu u desnoj poluravni $\omega_Z = -\omega_1$. S obzirom da je $|\omega_P| = |\omega_Z|$ i da nula u desnoj poluravni obara faznu karakteristiku za $-45^\circ/\mathrm{dec}$, jasno je da će ukupna promena faze u okolini učestanosti ω_1 biti $-90^\circ/\mathrm{dec}$. Na slici 1.31c prikazane su asimptotska amplitudska i fazna karakteristika funkcije $H_1(j\omega)$. Na osnovu funkcija prenosa jasno je da je fazna karakteristika funkcije $\varphi_2(\omega) = \arg(H_2(j\omega))$ fazno pomerena za π, $\varphi_2(\omega) = \varphi_1(\omega) - \pi$. Kao što se vidi oba kola ne menjaju amplitudu ulaznog napona, ali zato menjaju fazu. Stoga je funkcija oba kola ista, fazni korektor.



Slika 1.31c

1.32. Funkcija prenosa pojačavača je jednopolna $A(s) = \dfrac{A_0}{1+s/\omega_P}$. Smatrajući da pojačavači međusobno ne opterećuju jedni druge, odrediti propusni opseg n kaskadno povezanih pojačavača.

Rešenje:

Funkcija prenosa n kaskadno povezanih pojačavača je

$$A_n(s) = \left(\frac{A_0}{1+s/\omega_P}\right)^n \Rightarrow A_n(j\omega) = \frac{A_0^n}{(1+j\omega/\omega_P)^n} \Rightarrow |A_n(j\omega)| = \frac{A_0^n}{\sqrt{\left(1+(\omega/\omega_P)^2\right)^n}}.$$

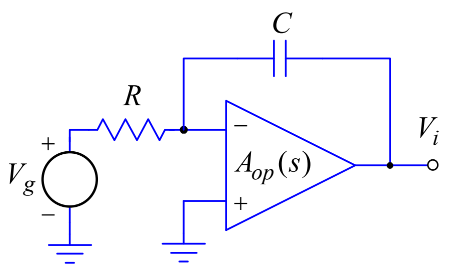
Na granici propusnog opsega važi

$$|A_n(j\omega_{Hn})| = \frac{A_0^n}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{A_0^n}{\sqrt{\left(1+(\omega_{Hn}/\omega_P)^2\right)^n}} = \frac{A_0^n}{\sqrt{2}} \Rightarrow \left(1+(\omega_{Hn}/\omega_P)^2\right)^n = 2 \Rightarrow$$

$$\omega_{Hn} = \omega_P\sqrt{2^{1/n}-1} \Rightarrow B_n = B_1\sqrt{2^{1/n}-1}.$$

Kao što se vidi propusni opseg n kaskadno povezanih identičnih pojačavača se redukuje sa povećanjem broja n, za $n=2$ 0,64 puta; za $n=3$ 0,51 puta; za $n=4$ 0,43 puta itd. Kada $n\to\infty$, pojačavač propušta samo jednosmernu komponentu, $B_n \to 0$.

***1.33.** U kolu integratora sa slike 1.33 upotrebljen je operacioni pojačavač čije se pojačanje može aproksimirati jednopolnom karakteristikom $A_{op}(s) = \dfrac{A_0}{1+s/\omega_P}$, dok su mu ostale karakteristike idealne, a poznato je: $R = 10\,\mathrm{k\Omega}$, $C = 100\,\mathrm{nF}$, $\omega_P = 10\,\mathrm{rad/s}$ i $A_0 = 100\,\mathrm{dB}$. Odrediti i nacrtati asimptotsku amplitudsku karakteristiku pojačanja pojačavača $A(j\omega) = V_i(j\omega)/V_g(j\omega)$.



Slika 1.33

Rešenje:

Prema Kirhofovim pravilima je

$$\frac{V_g(s)-V^-(s)}{R}=sC\left(V^-(s)-V_i(s)\right),$$

$$A_{op}(s)\left(V^+(s)-V^-(s)\right)=V_i(s),$$

$$V^+(s)=0,\ A_{op}(s)=\frac{A_0\omega_P}{s+\omega_P}\ \Rightarrow$$

$$A(s)=\frac{V_i(s)}{V_g(s)}=-\frac{1}{sRC+(s+\omega_P)(1+sRC)/(A_0\omega_P)}\ \Rightarrow$$

$$A(s)=-\frac{A_0\omega_P}{RC}\frac{1}{s^2+s\left(\omega_P(1+A_0)+(1/RC)\right)+\omega_P/RC}.$$

Očito je da funkcija prenosa ima dva pola, a njihov položaj se dobija rešavanjem kvadratne jednakosti

$$s^2+s\left(\omega_P(1+A_0)+\frac{1}{RC}\right)+\frac{\omega_P}{RC}=0.$$

Pošto je $A_0 \gg 1$ i $A_0\omega_P=\omega_T \gg \omega_P+1/(RC)$, poslednja jednakost se uprošćava

$$s^2+sA_0\omega_P+\omega_P/(RC)\approx 0\ \Rightarrow\ s_{P1,2}=-\frac{A_0\omega_P}{2}\pm\frac{A_0\omega_P}{2}\sqrt{1-\frac{4\omega_P}{(A_0\omega_P)^2RC}}.$$

Imajući u vidu brojne vrednosti veličina i koristeći razvoj u red $\sqrt{1-x}\approx 1-x/2, x<<1$, poslednji izraz se može uprostiti

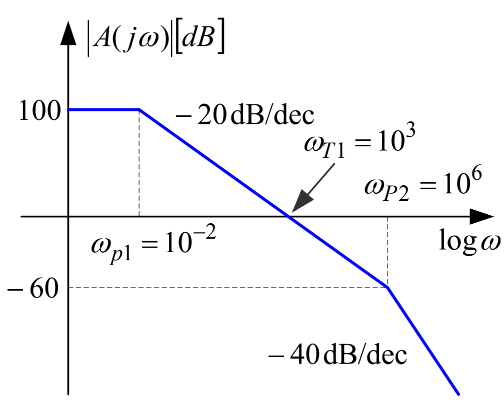
$$s_{P1,2}\approx-\frac{A_0\omega_P}{2}\pm\frac{A_0\omega_P}{2}\left(1-\frac{2\omega_P}{(A_0\omega_P)^2RC}\right)\ \Rightarrow$$

$$s_{P1}=-\frac{1}{A_0RC}\ \text{ i }\ s_{P2}=-A_0\omega_P+\frac{1}{A_0RC}\approx-A_0\omega_P=-\omega_T.$$

Smenom se dobija

$$A(s)=\frac{V_i(s)}{V_g(s)}=-\frac{A_0\omega_P}{RC}\frac{1}{(s-s_1)(s-s_2)}=-\frac{A_0\omega_P}{RC}\frac{1}{\left(s+1/(A_0RC)\right)(s+\omega_T)}\ \Rightarrow$$

$$A(j\omega)=-\frac{A_0\omega_P}{RC}\frac{1}{(j\omega+\omega_{P1})(j\omega+\omega_{P2})}=-\frac{A_0\omega_P}{RC}\frac{1}{\left(j\omega+10^{-2}\right)\left(j\omega+10^6\right)}\ \Rightarrow\ \left|A(j\omega)\right|_{\omega\to 0}=-A_0.$$



Slika 1.33a

Dakle, funkcija prenosa ima jedan pol na niskim učestanostima

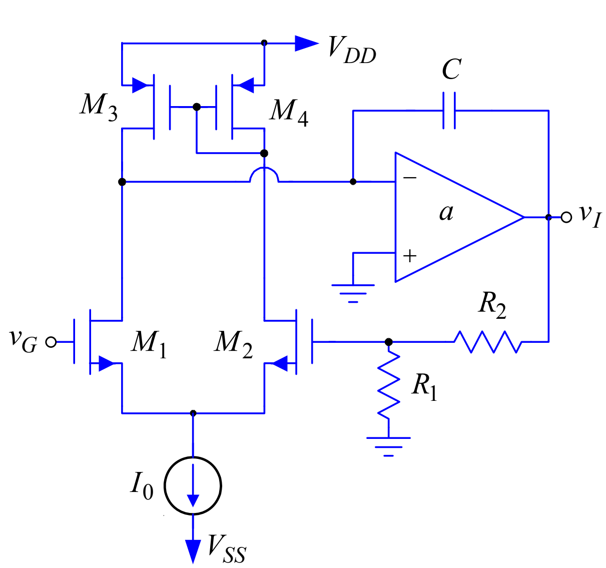
$$\omega_{P1}=-s_{P1}=10^{-2}\ \text{rad/s},$$

dok je drugi na jediničnoj učestanosti operacionog pojačavača $\omega_{P2}=\omega_T=10^6$ rad/s. Uticaj drugog pola, u opsegu učestanosti od interesa, može se zanemariti.

Uočiti da je učestanost jediničnog pojačanja integratora praktično nepromenjena u odnosu na idealni integrator

$$\omega_{T1}=\omega_{Ti}=1/(RC).$$

Na slici 1.33a prikazana je amplitudska karakteristika funkcije prenosa ovog integratora.



Slika 1.34

***1.34.** U pojačavaču sa slike 1.34 parametri tranzistora su: $V_{TN} = -V_{TP} = V_T = 0{,}7\,\mathrm{V}$, $B = 1\,\mathrm{mA/V^2}$ $\lambda_n = 0{,}04\,\mathbf{V}^{-1}$ i $\lambda_p = 0{,}05\,\mathbf{V}^{-1}$, operacioni pojačavač ima pojačanje $a = 20$, dok su mu ostale karakteristike idealne. Poznato je: $V_{DD} = -V_{SS} = 2{,}5\,\mathrm{V}$, $I_0 = 50\,\mu\mathrm{A}$, $R_1 = 10\,\mathrm{k\Omega}$, $R_2 = 9R_1$ i $C = 5$ pF. Odrediti i nacrtati asimptotske frekvencijske karakteristike kružnog pojačanja pojačavača.

Rešenje:

Sečenjem βa kruga u gejtu tranzistora M_2, pri $V_g = 0$, dobija se uprošćena šema za male signale prikazana na slici 1.34a.

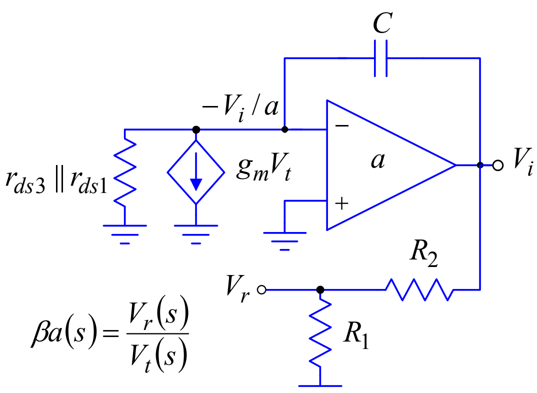
U mirnoj radnoj tački je

$$I_{D1} = I_{D2} = I_{D3} = I_{D4} = I_0 / 2 = 25\,\mu\mathrm{A},$$

pa su parametri u modelu za male signale

$$g_{m1,2} = \sqrt{2I_{D1,2}B} = 223{,}6\,\mu\mathrm{S},$$

$$r_{ds1,2} = \left(\lambda_n I_{D1,2}\right)^{-1} = 1\,\mathrm{M\Omega} \text{ i } r_{ds3,4} = \left(\lambda_p I_{D3,4}\right)^{-1} = \left(\lambda_p I_0 / 2\right)^{-1} = 800\,\mathrm{k\Omega}.$$



Slika 1.34a

U kolu postoji jedan kondenzator, tako da je zavisnost kružnog pojačanja od učestanosti oblika

$$\beta a(s) = \beta a_0 \frac{1 + s/\omega_Z}{1 + s/\omega_P}.$$

Kružno pojačanje na niskim učestanostima je

$$\beta a_0 = -g_m \left(r_{ds3} \| r_{ds1}\right) a \frac{R_1}{R_1 + R_2} = -198{,}8 \;\Rightarrow$$

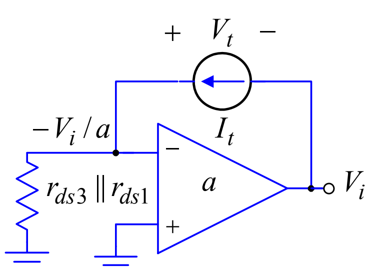
$$\left|\beta a_0\right|[\mathrm{dB}] = 46\,\mathrm{dB}.$$

Učestanost pola dobija se nalaženjem dinamičke otpornosti koju vidi kondenzator kada su ukinuti nezavisni generatori, slika 1.34b. Prema ovoj slici je

$$R_{dC} = V_t / I_t,\; V_t^+ = \left(r_{ds3} \| r_{ds1}\right) I_t,\; V_t^- = V_i = -a V_t^+$$

$$\Rightarrow\; R_{dC} = \left(r_{ds3} \| r_{ds1}\right)(1 + a) \;\Rightarrow\; \omega_P = \left(R_{dC} C\right)^{-1} = 2{,}14 \cdot 10^4\,\mathrm{rad/s} \;\Rightarrow\; f_P = \omega_P / (2\pi) = 3{,}41\,\mathrm{kHz}.$$

Nula funkcije kružnog pojačanja nalazi se uz pomoć slike 1.34a, kada se pusti da $V_i \to 0$. Kada $V_i \to 0$ i $V^- \to 0$, što znači da je otpornost koju vidi kondenzator nula. Zbog toga je



Slika 1.34b

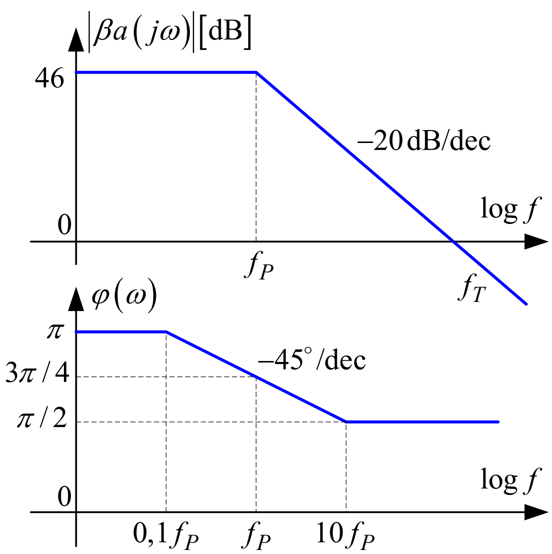
$$\omega_Z = \left(R_{d0} C\right)^{-1} = \left(0 \cdot C\right)^{-1} \to \infty.$$

Na osnovu prethodnog dobija se zavisnost kružnog pojačanja od učestanosti

$$\beta a(s) = \beta a_0 \frac{1 + s/\omega_Z}{1 + s/\omega_P} = -198{,}8 \frac{1}{1 + s/2{,}14 \cdot 10^4} \;\Rightarrow$$

$$\beta a(j\omega) = -198{,}8 \frac{1}{1 + j\omega/2{,}14 \cdot 10^4},$$

na osnovu čega je na slici 1.34c prikazana asimptotska amplitudska i fazna karakteristika.



Slika 1.34c

Učestanost jediničnog kružnog pojačanja dobija se iz uslova

$$|\beta a(j\omega_T)| = 1 = |\beta a_0| \frac{1}{\sqrt{1+(\omega_T/\omega_P)^2}} \Rightarrow$$

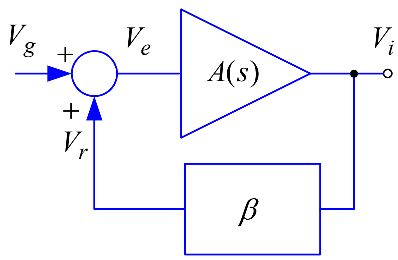
$$\sqrt{1+(\omega_T/\omega_P)^2} \approx (\omega_T/\omega_P) = |\beta a_0| \Rightarrow$$

$$\omega_T \approx |\beta a_0| \omega_P \approx \frac{g_m}{C} \frac{a}{1+a} \frac{R_1}{R_1+R_2},$$

$$\omega_T \approx \frac{g_m}{C} \frac{1}{1+R_2/R_1} = \frac{g_m}{a_0 C} = \frac{g_m}{10C},$$

$$\omega_T \approx 4{,}47\,\mathrm{Mrad/s} \Rightarrow f_T = \frac{\omega_T}{2\pi} = 711{,}8\,\mathrm{kHz}.$$

1.35. Pojačavač sa slike 1.35 ima jednopolnu funkciju prenosa $A(s) = \dfrac{A_0}{1+s/\omega_P}$, dok je $\beta > 0$. Pod kojim uslovima je ovo kolo stabilno?



Slika 1.35

Rešenje:

Na osnovu relacija

$$V_r(s) = \beta V_i(s),\; V_i(s) = A(s)V_e(s),\; V_e(s) = V_g(s) + V_r(s)$$

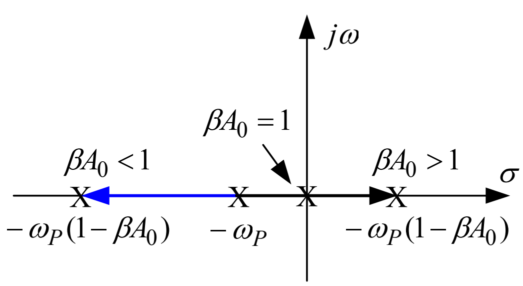
$$\Rightarrow V_i(s) = A(s)\left[V_g(s) + \beta V_i(s)\right] \Rightarrow$$

$$\frac{V_i(s)}{V_g(s)} = \frac{A(s)}{1-\beta A(s)} = \frac{A_0}{1-\beta A_0} \cdot \frac{1}{1+\dfrac{s}{\omega_P(1-\beta A_0)}}.$$

Da bi kolo bilo stabilno pol funkcije prenosa ne sme biti u desnoj poluravni. Pošto je $\beta > 0$, za stabilnost je potrebno da bude ispunjen uslov

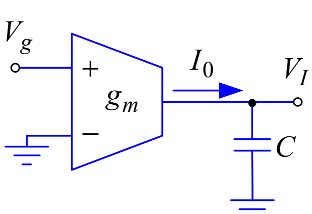
$$A_0 \beta < 1.$$

Na slici 1.35a prikazana je promena položaja pola funkcije prenosa kada se menja pojačanje pojačavača. Uočiti da je pol funkcije prenosa na imaginarnoj osi kada je $A_0\beta = 1$. Za $A_0\beta > 1$ pol prelazi u desnu poluravan, a kolo postaje nestabilno.



Slika 1.35a

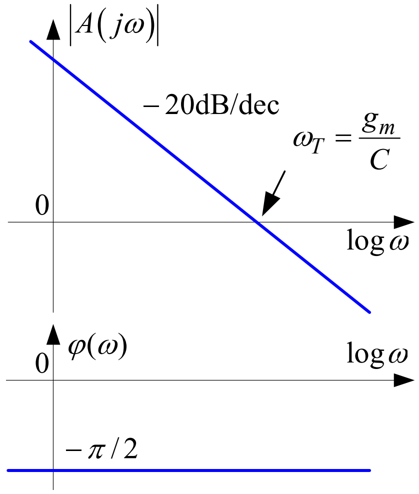
1.36. U kolu sa slike 1.36 upotrebljen je transkonduktansni pojačavač koji ima ulaznu otpornost $R_u \to \infty$, izlaznu otpornost $R_i \to \infty$ i konačnu transkonduktansu $g_m = 10\,\mu\mathrm{S}$, dok je $C = 10\,\mathrm{pF}$. Odrediti i nacrtati asimptotsku amplitudsku i faznu karakteristiku naponskog pojačanja $A(j\omega) = V_i(j\omega)/V_g(j\omega)$.



Slika 1.36

Rešenje:

Na osnovu osobina transkonduktansnog pojačavača dobija se



Slika 1.36a

$$I_0(s) = g_m\left(V^+(s) - V^-(s)\right) = g_m V_g(s) \;\Rightarrow$$

$$V_i(s) = \frac{1}{sC} I_0(s) = \frac{g_m}{sC} V_g(s) \;\Rightarrow\; \frac{V_i(s)}{V_g(s)} = \frac{g_m}{sC} = \frac{\omega_T}{s} \;\Rightarrow$$

$$A(j\omega) = \frac{V_i(j\omega)}{V_g(j\omega)} = \left|A(\omega)\right| \cdot e^{j\varphi(\omega)} = \frac{g_m}{j\omega C} = \frac{\omega_T}{\omega} \cdot e^{-j\pi/2},$$

$$\omega_T = g_m / C = 500\,\text{krad/s}$$

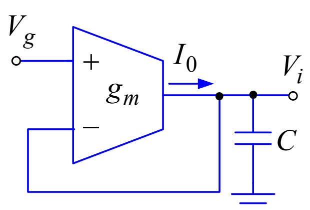
Dakle, kolo predstavlja idealan integrator čija se učestanost jediničnog pojačanja može podešavati izborom kapacitivnosti C.

Na slici 1.36a prikazane su asimptotska amplitudska i fazna karakteristika naponskog pojačanja.

1.37. U kolu sa slike 1.37 transkonduktansni pojačavač ima ulaznu otpornost $R_u \to \infty$, izlaznu otpornost $R_i \to \infty$ i konačnu transkonduktansu $g_m = 10\,\mu\text{S}$, dok je $C = 10\,\text{pF}$.

a) Odrediti i nacrtati asimptotsku amplitudsku karakteristiku naponskog pojačanja $A(j\omega) = V_i(j\omega)/V_g(j\omega)$.

b) Ponoviti tačku a) kada je $C = 20\,\text{pF}$.



Slika 1.37

Rešenje:

a) Koristeći se osobinama transkonduktansnog pojačavača dobija se

$$I_0(s) = g_m\left(V^+(s) - V^-(s)\right) = g_m\left(V_g(s) - V_i(s)\right) \;\Rightarrow$$

$$V_i(s) = \frac{1}{sC} I_0(s) = \frac{1}{sC} g_m\left(V_g(s) - V_i(s)\right) \;\Rightarrow$$

$$A(s) = \frac{V_i(s)}{V_g(s)} = \frac{g_m}{g_m + sC} = \frac{1}{1 + s\left(C/g_m\right)} \;\Rightarrow$$

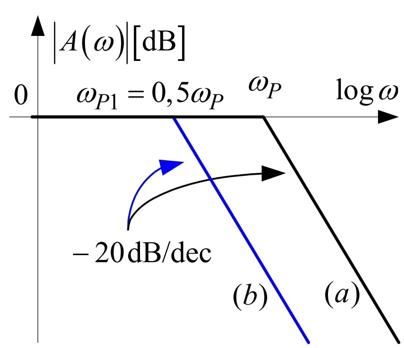
$$A(j\omega) = \frac{V_i(j\omega)}{V_g(j\omega)} = \frac{1}{1 + j\omega\left(C/g_m\right)}.$$

Pojačanje na niskim učestanostima je konstantno,

$$\left|A(j\omega)\right|\Big|_{\omega\to 0} = 1,$$

nula je u nuli, a učestanost pola se podešava izborom kapacitivnosti C

$$\omega_P = g_m / C.$$



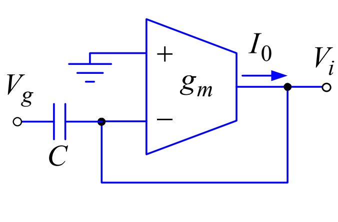
Slika 1.37a

b) Kada je $C = 20\,\text{pF}$, u funkciji prenosa menja se samo položaj pola

$$\omega_{P1} = g_m / C = \omega_P / 2.$$

Na slici 1.37a prikazane su obe asimptotske amplitudske karakteristike.

1.38. U kolu sa slike 1.38 transkonduktansni pojačavač ima ulaznu otpornost $R_u \to \infty$, izlaznu otpornost $R_i \to \infty$ i konačnu transkonduktansu $g_m = 10\,\mu\text{S}$, dok je $C = 10\,\text{pF}$. Odrediti i nacrtati asimptotsku amplitudsku karakteristiku naponskog pojačanja $A(j\omega) = V_i(j\omega)/V_g(j\omega)$.



Slika 1.38

Rešenje:

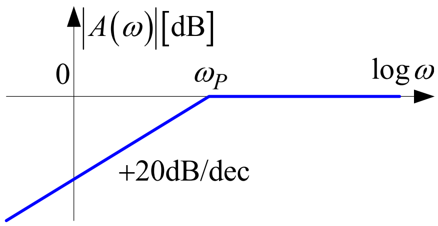
Na osnovu relacija koje važe za transkonduktansni pojačavač dobija se

$$I_0(s) = g_m\left(0 - V_i(s)\right) \text{ i } I_0(s) = sC\left(V_i(s) - V_g(s)\right) \Rightarrow$$

$$-g_m V_i(s) = sC\left(V_i(s) - V_g(s)\right) \Rightarrow$$

$$A(s) = \frac{V_i(s)}{V_g(s)} = \frac{sC}{g_m + sC} = \frac{s}{s + g_m / C} = \frac{s}{s + \omega_P} \Rightarrow$$

$$A(j\omega) = \frac{j\omega}{j\omega + g_m / C} = \frac{j\omega}{j\omega + \omega_P}.$$



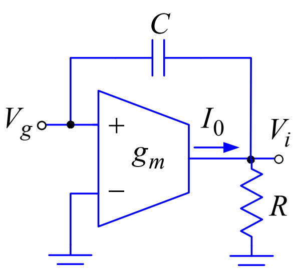
Slika 1.38a

Na visokim učestanostima pojačanje je jedan, nula je u nuli, dok je učestanost pola

$$\omega_P = g_m / C = 1\,\text{Mrad/s}.$$

Na osnovu pretodnog na slici 1.38a nacrtana je asimptotska amplitudska karakteristika naponskog pojačanja. Uočiti da kolo propušta visoke učestanosti i da mu se granična učestanost može podešavati izborom kapacitivnosti C, a da se pritom ne remeti pojačanje na visokim učestanostima.

1.39. U kolu sa slika 1.39a i 1.39b transkonduktansni pojačavači imaju ulaznu otpornost $R_u \to \infty$, izlaznu otpornost $R_i \to \infty$ i konačne transkonduktanse $g_m = g_{m1} = 10\,\mu\text{S}$, $g_{m2} = 1/R$, $R = 100\,\text{k}\Omega$, dok je $C = 10\,\text{pF}$. Odrediti i nacrtati amplitudsku karakteristiku naponskog pojačanja $A(j\omega) = V_i(j\omega)/V_g(j\omega)$ za oba kola.



Slika 1.39a

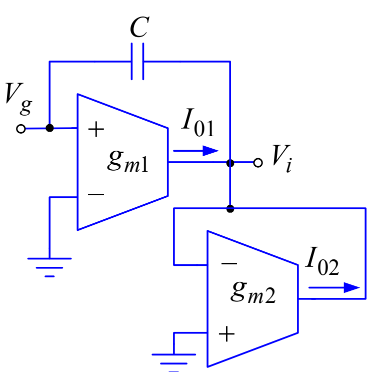
Rešenje:

a) Za kolo sa slike (a) važi

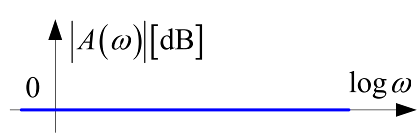
$$I_0(s) = g_m V_g(s) \text{ i } V_i(s) = R\left(I_0(s) + sC\left(V_g(s) - V_i(s)\right)\right),$$

odakle se dobija naponsko pojačanje

$$A(s) = \frac{V_i(s)}{V_g(s)} = g_m R \frac{1 + sC/g_m}{1 + sCR} = 1 \cdot \frac{1 + s/10^6}{1 + s/10^6} = 1.$$



Slika 1.39b

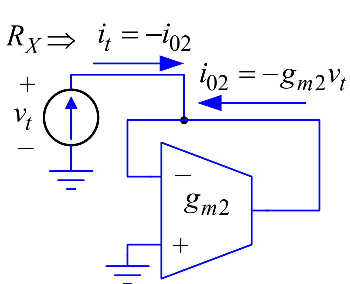


Slika 1.39c

Znači, važi

$$A(j\omega) = \frac{V_i(j\omega)}{V_g(j\omega)} = 1.$$

Na osnovu prethodnog izraza zaključujemo da su učestanosti nule i pola međusobno jednake, te je pojačanje nezavisno od učestanosti. Na slici 1.39c prikazana je ova amplitudska karakteristika.



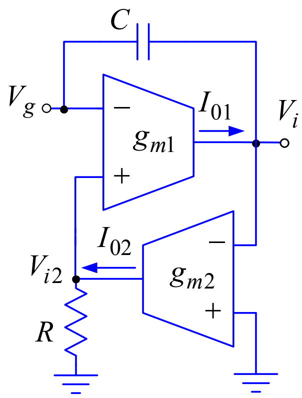
Slika 1.39d

b) Pošto je otpornost koja se vidi na izlazu transkonduktansnog pojačavača čije je pojačanje g_{m1}, slika 1.39d,

$$R_X = \frac{v_t}{i_t} = \frac{1}{g_{m2}} = R,$$

amplitudska karakteristika kola sa slike 1.39b ista je kao u prethodnom slučaju, slika 1.39c.

1.40. U kolu sa slike 1.40 transkonduktansni pojačavači imaju ulaznu otpornost $R_u \to \infty$, izlaznu otpornost $R_i \to \infty$ i konačne transkonduktanse $g_{m1} = g_{m2} = 10\,\mu\text{S}$, dok je $R = 100\,\text{k}\Omega$ i $C = 10\,\text{pF}$. Odrediti i nacrtati asimptotsku amplitudsku i faznu karakteristiku naponskog pojačanja $A(j\omega) = V_i(j\omega)/V_g(j\omega)$.



Slika 1.40

Rešenje:

Na osnovu osobina transkonduktansnog pojačavača dobija se

$$V_i(s) = V_g(s) + \frac{1}{sC} I_{01}(s),\ I_{01}(s) = g_{m1}\left(V_{i2}(s) - V_g(s)\right),$$

$$V_{i2}(s) = R I_{02}(s) \text{ i } I_{02}(s) = -g_{m2} V_i(s),$$

odakle je naponsko pojačanje

$$A(s) = \frac{V_i(s)}{V_g(s)} = \frac{1 - \dfrac{g_{m1}}{sC}}{1 + \dfrac{g_{m1} g_{m2} R}{sC}} = \frac{sC - g_{m1}}{sC + g_{m1} g_{m2} R} = \frac{s - \dfrac{g_{m1}}{C}}{s + \dfrac{g_{m1} g_{m2} R}{C}}.$$

Kao što se vidi, kolo ima jedinično pojačanje na visokim učestanostima, nulu na realnoj osi u desnoj poluravni

$$\omega_Z = g_{m1}/C = 10^6\ \text{rad/s},$$

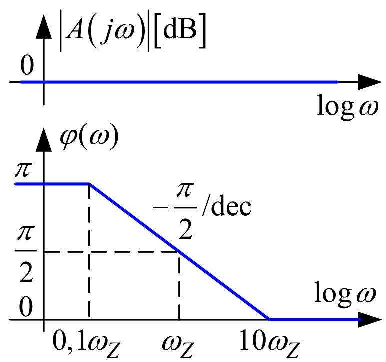
i pol u levoj poluravni na realnoj osi

$$\omega_P = g_{m1} g_{m2} R / C = \omega_Z.$$

Zbog toga što su moduli učestanosti nule i pola jednaki naponsko pojačanje postaje

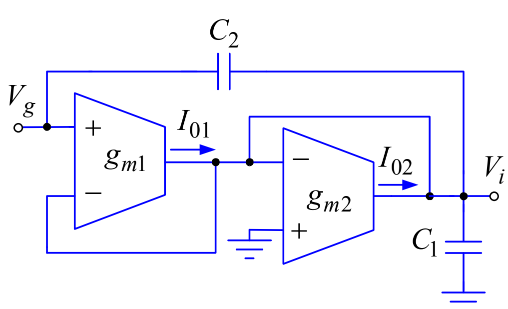
$$A(j\omega) = \frac{j\omega - \omega_Z}{j\omega + \omega_Z},$$

što je osobina korektora faze. Asimptotska amplitudska i fazna karakteristika prikazane su slici 1.40a.



Slika 1.40a

1.41. U kolu sa slike 1.41 transkonduktansni pojačavači imaju ulaznu otpornost $R_u \to \infty$, izlaznu otpornost $R_i \to \infty$ i konačne transkonduktanse $g_{m1} = g_{m2} = 10\,\mu\text{S}$, dok je $C_2 = C_1 = 10\,\text{pF}$. Odrediti i nacrtati amplitudsku karakteristiku naponskog pojačanja $A(j\omega) = V_i(j\omega)/V_g(j\omega)$.



Slika 1.41

Rešenje:

Pošto je

$$sC_1 V_i(s) = I_{02}(s) + I_{01}(s) + sC_2\left(V_g(s) - V_i(s)\right),$$

$$I_{01}(s) = g_{m1}\left(V_g(s) - V_i(s)\right) \text{ i } I_{02}(s) = -g_{m2} V_i(s),$$

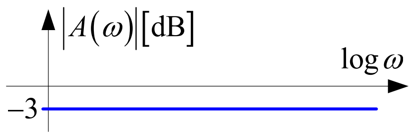
smenom se dobija

$$A(s) = \frac{V_i(s)}{V_g(s)} = \frac{g_{m1} + sC_2}{s(C_1 + C_2) + g_{m1} + g_{m2}} \Rightarrow$$

$$A(s) = \frac{C_2}{C_1 + C_2} \frac{s + (g_{m1}/C_2)}{s + \dfrac{g_{m1} + g_{m2}}{C_1 + C_2}} = \frac{1}{2} \frac{s + 10^6}{s + 10^6} = \frac{1}{2},$$

odakle je

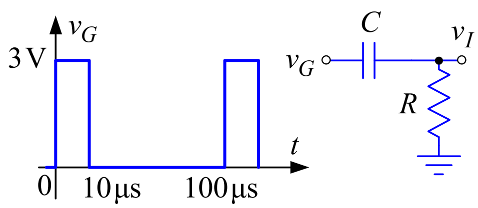
$$A(j\omega) = V_i(j\omega)/V_g(j\omega) = 1/2.$$



Slika 1.41a

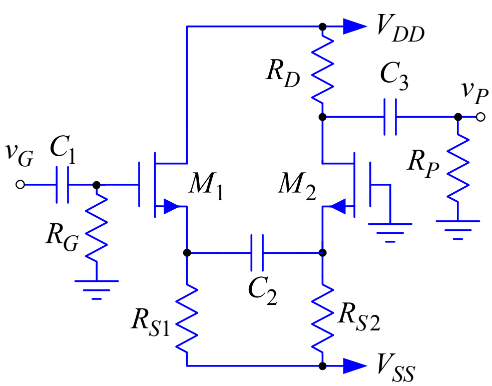
Na slici 1.41a prikazana je asimptotska amplitudska karakteristika naponskog pojačanja. Položaj nule zadaje se izborom kondenzatora C_2, dok se položaj pola podešava izborom kapacitivnosti C_1. Ovim se postiže da funkcija prenosa kola može biti bilo visokofrekventna, bilo niskofrekventna, ili da su nula i pol na istoj učestanosti, što je ovde slučaj.

ZADACI ZA VEŽBANJE



Slika 1.42

1.42. Na ulaz RC kola dovodi se povorka periodičnih impulsa oblika kao na slici 1.42. Ako je $R = 100\,\mathrm{k\Omega}$ i $C = 100\,\mathrm{nF}$, odrediti i nacrtati vremenski oblik napona na izlazu v_I.



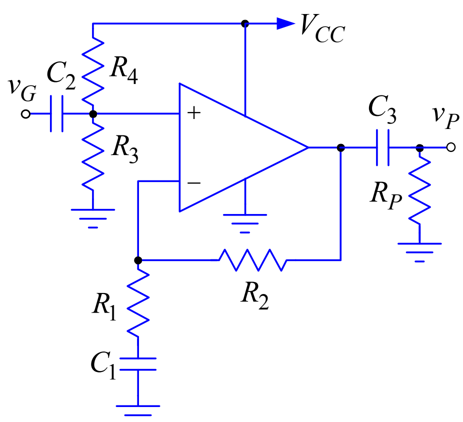
Slika 1.43

***1.43.** Parametri tranzistora u pojačavaču sa slike 1.43 su: $B = 5\,\mathrm{mA/V^2}$, $V_T = 1\,\mathrm{V}$ i $\lambda \to 0$, dok je: $V_{DD} = -V_{SS} = 12\,\mathrm{V}$, $R_G = 510\,\mathrm{k\Omega}$ i $R_P = 5\,\mathrm{k\Omega}$.

a) Odrediti otpornosti $R_{S1} = R_{S2} = R_S$ i R_D tako da u mirnoj radnoj tački bude $I_{D1} = 1\,\mathrm{mA}$ i $V_{D2} = 7\,\mathrm{V}$.

b) Odrediti kapacitivnosti C_1, C_2 i C_3 tako da donja granična učestanost bude $f_L = 200\,\mathrm{Hz}$, da su učestanosti polova razmaknute za po jednu dekadu i da suma kapacitivnosti bude što manja.

c) Odrediti slabljenje ulaznog napona na učestanosti $50\,\mathrm{Hz}$ i $0{,}1\,\mathrm{Hz}$.



Slika 1.44

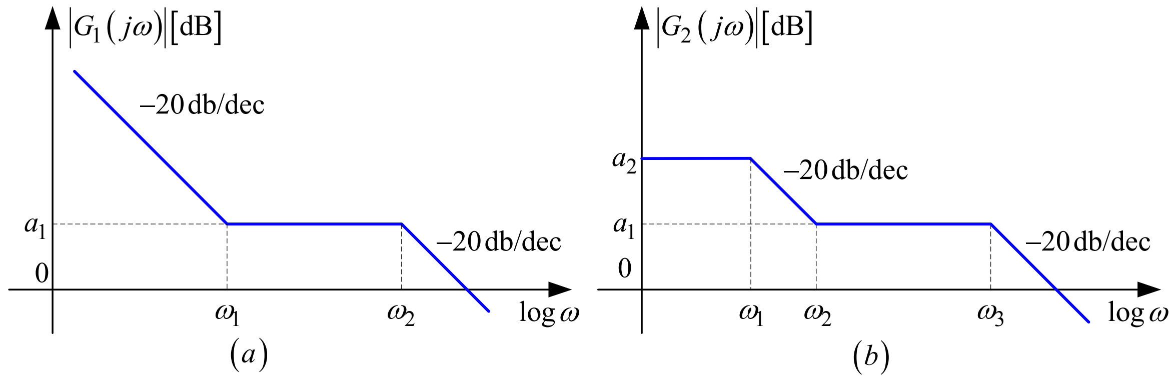
***1.44.** U kolu pojačavača sa slike 1.44 operacioni pojačavač se može smatrati idealnim, dok je: $V_{CC} = 1{,}5\,\mathrm{V}$, $R_1 = 510\,\mathrm{k\Omega}$, $R_2 = 5{,}1\,\mathrm{M\Omega}$, $R_3 = R_4 = 10\,\mathrm{M\Omega}$, $R_P = 2\,\mathrm{k\Omega}$, $C_1 = C_2 = 1\,\mathrm{\mu F}$, $C_3 = 5\,\mathrm{\mu F}$.

a) Odrediti i nacrtati asimptotsku amplitudsku i faznu karakteristiku naponskog pojačanja pojačavača $A(j\omega) = V_p(j\omega)/V_g(j\omega)$.

b) Odrediti i nacrtati asimptotsku amplitudsku karakteristiku pojačanja signala koji potiče od napona napajanja $v_{cc} \ll V_{CC}$, $A_{cc}(j\omega) = V_p(j\omega)/V_{cc}(j\omega)$, pri čemu je $V_g = 0$. Koliko je pojačanje napona na učestanosti $f = 100\,\mathrm{Hz}$.

1.45. Projektovati pojačavač čije je naponsko pojačanje na niskim učestanostima $A_1 = 1$, na srednjim učestanostima $A_2 = 10$ i donja granična učestanost $f_L = 10\,\mathrm{Hz}$. Na raspolaganju je operacioni pojačavač koji se može smatrati idealnim i potreban broj pasivnih komponenti.

****1.46.** Koristeći idealni operacioni pojačavač i potreban broj pasivnih komponenti realizovati kola čije su asimptotske amplitudske karakteristike naponskog pojačanja prikazane na slikama 1.46a i 1.46b.



Slika 1.46

LITERATURA

G. Daryanani, *Principles of Active Network Synthesis and Design*, Chapters 2 and 12, John Wiley and Sons, New York, 1976.

A. S. Sedra and K. C. Smith, *Microelectronics Circuits*, Fourth Edition, Chapters 7 and 12, Oxford University Press, 1998.

R.W. Erickson and D. Maksimović, *Fundamentals of Power Electronics*, Second Edition, Chapter 8, Kluwer Academic Publishers, 2001.

R. D. Middlebrook, “The *N* Extra Element Theorem,” *IEEE Transaction on Circuits and System-I: Fundamental Theory and Applications*, Vol. 45, No. 9, pp. 919-935, Sept. 1998.

D. A. Neamen, *Electronic Circuit Analysis and Design*, Second Edition, Chapter 7, McGraw-Hill Book Company, 2001.

National Semiconductor Corporation, *Linear Applications Handbook*, Application Note 32, 1986.

J. Bayard, “A Pole-Zero Cancellation Technique to Realize a High-Frequency Integrator,” *IEEE Transaction on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications*, Vol. 46, No. 12, pp. 1500-1504, Dec. 1999.

Burr-Brown, AC Coupling Instrumentation and Diference Amplifiers, Application Handbook, pp. 49-51, 1994.

R.L.Geiger and E. Sanchez-Sinencio, “Active Filter Design Using Operational Transconductance Amplifiers: A Tutorial, “*IEEE Circuits and Devices Magazine*, Vol. 1, pp. 20-32, March 1985.