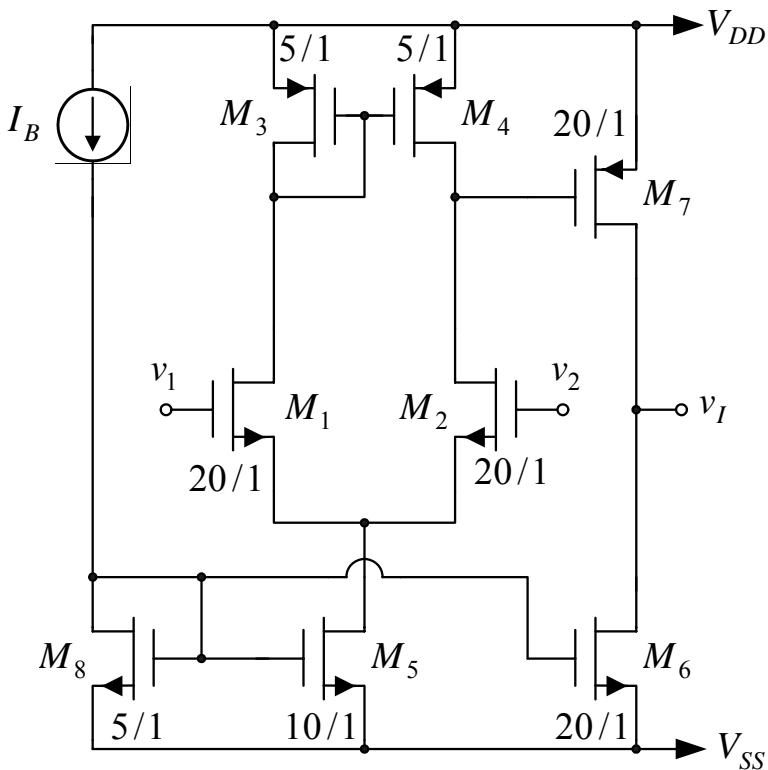


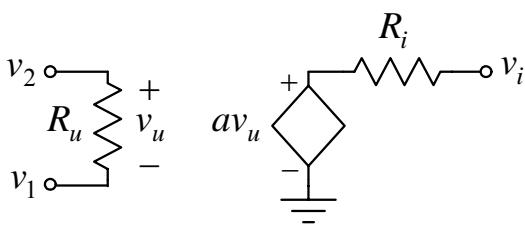
## Glava 2

# OPERACIONI POJAČAVAČ

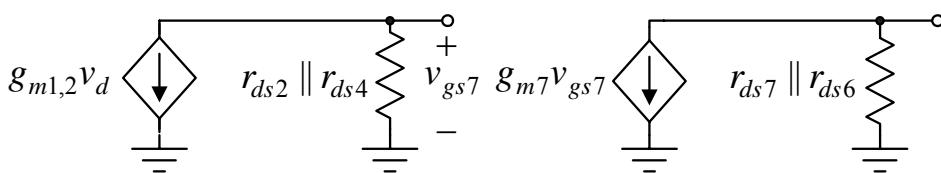




Slika 2.1a



Slika 2.1b



Slika 2.1c

Prema ovom slike diferencijalno pojačanje je

$$a_d = \frac{v_i}{v_2 - v_1} = \frac{v_i}{v_d} = \frac{g_{m1,2}}{g_{ds2} + g_{ds4}} \frac{g_{m7}}{g_{ds7} + g_{ds6}}.$$

Pošto je

$$g_{m1,2} = \sqrt{2I_{D1,2}B_{1,2}} = \sqrt{2I_B\mu_n C_{ox}(W/L)_{1,2}}, \quad g_{m7} = \sqrt{2I_{D7}B_7} = \sqrt{8I_B\mu_p C_{ox}(W/L)_7},$$

$$g_{ds2} + g_{ds4} = (\lambda_n + \lambda_p)I_B \quad i \quad g_{ds6} + g_{ds7} = (\lambda_n + \lambda_p)4I_B,$$

diferencijalno pojačanje postaje

$$a_d = \frac{4I_B\sqrt{\mu_n C_{ox}(W/L)_{1,2}}\sqrt{\mu_p C_{ox}(W/L)_7}}{(\lambda_n + \lambda_p)^2 4I_B^2} = \frac{\sqrt{\mu_n C_{ox}(W/L)_{1,2}}\sqrt{\mu_p C_{ox}(W/L)_7}}{(\lambda_n + \lambda_p)^2 I_B} = 3662.$$

**2.1.** Na slici 2.1a prikazana je uprošćena šema jednog CMOS operacionog pojačavača. Na slici su, pored svakog tranzistora, date dimenzije širine i dužine kanala u  $\mu\text{m}$ , parametri upotrebljenih tranzistora su:  $\mu_n C_{ox} = 110 \mu\text{A/V}^2$ ,  $V_{TN} = V_T = 0,7 \text{ V}$ ,  $\lambda_n = 0,04 \text{ V}^{-1}$ ,  $\mu_p C_{ox} = 50 \mu\text{A/V}^2$ ,  $V_{TP} = -V_T$  i  $\lambda_p = 0,05 \text{ V}^{-1}$ , dok je  $V_{DD} = -V_{SS} = 2 \text{ V}$  i  $I_B = 50 \mu\text{A}$ .

- a) Odrediti parametre ekvivalentnog kola pojačavača za male signale, slika 2.1b, a,  $R_u$  i  $R_i$  u okolini mirne radne tačke  $V_1 = V_2 = 0$ .
- b) Ako je srednja vrednost ulaznih napona jednaka nuli, odrediti opseg vrednosti izlaznog napona  $v_{I\min} \leq v_I \leq v_{I\max}$  u kojem su svi tranzistori u zasićenju.

- c) Ako je  $v_1 = v_2 = V$ , odrediti opseg vrednosti napona  $V_{\min} \leq V \leq V_{\max}$  u kojem su svi tranzistori u zasićenju.

#### Rešenje:

- a) S obzirom da se pobuda dovodi na gejtove diferencijalnog para  $M_1 - M_2$ , diferencijalna ulazna otpornost pojačavača je

$$R_u \rightarrow \infty.$$

Na slici 2.1c prikazana je uprošćena šema pojačavača za male signale. Prema ovoj slike diferenci-

Prema slici 2.1c izlazna otpornost pojačavača je

$$R_i = \frac{1}{g_{ds6} + g_{ds7}} = \frac{1}{(\lambda_n + \lambda_p)4I_B} = 55,6 \text{ k}\Omega.$$

**b)** Maksimalna vrednost izlaznog napona za koju svi tranzistori rade u zasićenju određena je ulaskom tranzistora  $M_7$  u triodnu oblast

$$v_{I\max} = V_{DD} + v_{DS7\max} \approx V_{DD} - \sqrt{\frac{2I_{D7}}{B_7}} = V_{DD} - \sqrt{\frac{8I_B}{\mu_p C_{ox}(W/L)_7}} = 1,37 \text{ V}.$$

Minimalna vrednost ovog napona određena je ulaskom tranzistora  $M_6$  u triodnu oblast

$$v_{I\min} = V_{SS} + v_{DS6\min} \approx V_{SS} + \sqrt{\frac{2I_{D6}}{B_6}} = V_{SS} + \sqrt{\frac{8I_B}{\mu_p C_{ox}(W/L)_6}} = -1,57 \text{ V}.$$

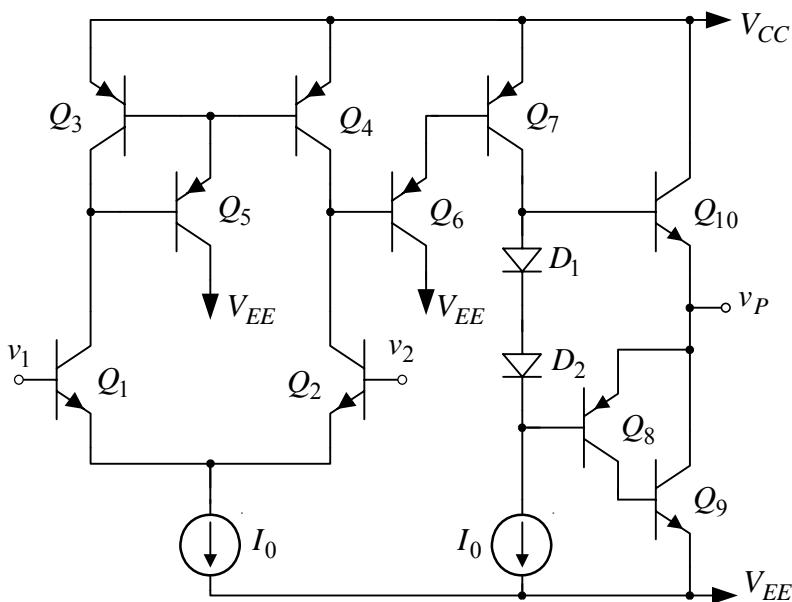
**c)** Minimalna vrednost napona  $V$  određena je ulaskom tranzistora  $M_5$  u triodnu oblast

$$\begin{aligned} V_{\min} &= V_{SS} + v_{DS5\min} + V_{GS1,2} = V_{SS} + \sqrt{\frac{2I_{D5}}{B_5}} + V_{GS1,2} \Rightarrow \\ V_{\min} &= V_{SS} + \sqrt{\frac{4I_B}{\mu_n C_{ox}(W/L)_5}} + V_T + \sqrt{\frac{2I_B}{\mu_n C_{ox}(W/L)_{1,2}}} = -0,66 \text{ V}, \end{aligned}$$

dok je maksimalna vrednost ovog napona određena ulaskom tranzistora  $M_1$  i  $M_2$  u triodnu oblast

$$V_{\max} = V_{DD} + V_{GS3,4} - v_{DG1,2\min} = V_{DD} + V_{GS3,4} + V_T = V_{DD} - \sqrt{\frac{2I_B}{\mu_p C_{ox}(W/L)_{3,4}}} = 1,37 \text{ V}.$$

**2.2.** Na slici 2.2a prikazana je uprošćena šema jednog operacionog pojačavača. Parametri upotrebljenih tranzistora su:  $\beta_{FN} = \beta_{on} = 200$ ,  $\beta_{FP} = \beta_{op} = 50$ ,  $|V_{BE}| \approx 0,6 \text{ V}$ ,  $|V_{CES}| = 0,2 \text{ V}$ , pad



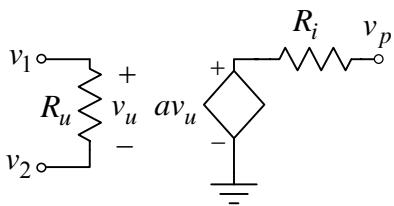
napona na provodnim diodama je  $V_D = 0,6 \text{ V}$ , dok je  $V_{CC} = -V_{EE} = 5 \text{ V}$  i  $I_0 = 200 \mu\text{A}$ . Minimalan pad napona na strujnom izvoru neophodan za njegov ispravan rad je  $V_{0\min} = 0,3 \text{ V}$ , a smatrali da u mirnoj radnoj tački ( $v_1 = v_2 = 0$  i  $v_P = 0$ ) tranzistor  $Q_{10}$  provodi struju  $I_{C10} = 2 \text{ mA}$ .

**a)** Odrediti parametre ekvivalentnog kola pojačavača za male signale, slika 2.2b, a,  $R_u$  i  $R_i$ . Smatrali da je  $r_{ce4} = 1 \text{ M}\Omega$ ,  $r_{ce2} = 500 \text{ k}\Omega$  i  $r_{ce7} = 250 \text{ k}\Omega$ , dok se Earlyjev efekat na ostalim tranzistorima

Slika 2.2a

može zanemariti.

- b)** Odrediti maksimalnu i minimalnu vrednost napona na potrošaču za koju svi tranzistori rade u direktnom aktivnom režimu.
- c)** Odrediti opseg napona srednje vrednosti  $v_1 = v_2 = V$ ,  $V_{\min} \leq V \leq V_{\max}$ , za koji svi tranzistori



Slika 2.2b

rade u direktnom aktivnom režimu.

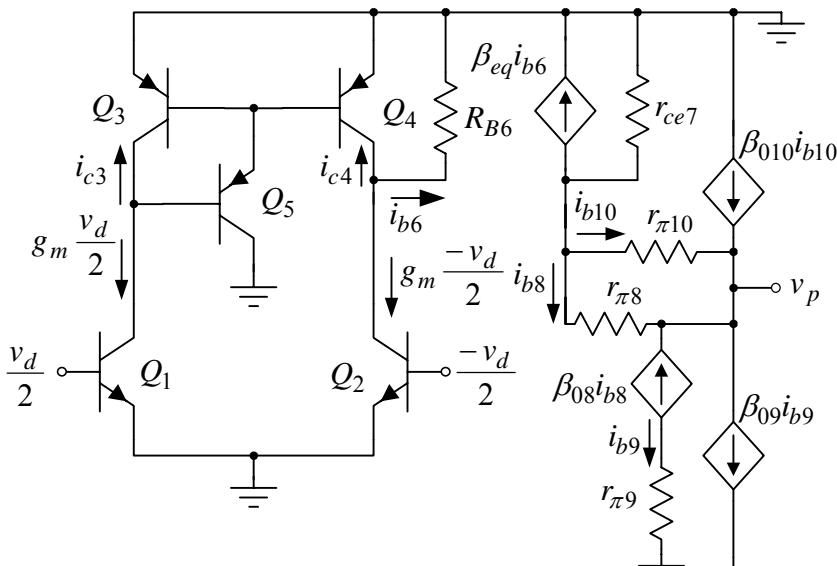
### Rešenje:

a) Na slici 2.2c je prikazana šema pojačavača za male signale. Pošto su kolektorske struje u mirnoj radnoj tački:

$$I_{C1} = I_{C2} = I_0 / 2 = 100 \mu\text{A}, \quad I_{C3} = I_{C4} = I_0 / 2 = 100 \mu\text{A},$$

$$I_{C7} = I_0 = 200 \mu\text{A}, \quad I_{C6} = I_{C7} / \beta_{FP} = 4 \mu\text{A}, \quad I_{C10} = 2 \text{ mA},$$

$$I_{C9} \approx I_{C10} = 2 \text{ mA} \quad \text{i} \quad I_{C8} = I_{C9} / \beta_{FN} = 10 \mu\text{A},$$



Slika 2.2c

parametri tranzistora u modelu za male signale su

$$g_{m1} = g_{m2} = g_m = \frac{I_{C1}}{V_t} = 4 \text{ mS},$$

$$r_{\pi1} = r_{\pi2} = \beta_{on} V_t / I_{C1} = 50 \text{ k}\Omega,$$

$$r_{\pi6} = \beta_{op} V_t / I_{C6} = 312,5 \text{ k}\Omega,$$

$$r_{\pi7} = \beta_{op} V_t / I_{C7} = 6,25 \text{ k}\Omega,$$

$$r_{\pi10} = \beta_{on} V_t / I_{C10} = 2,5 \text{ k}\Omega,$$

$$r_{\pi8} = \beta_{op} V_t / I_{C8} = 125 \text{ k}\Omega \quad \text{i}$$

$$r_{\pi9} = \beta_{on} V_t / I_{C9} = 2,5 \text{ k}\Omega.$$

Diferencijalna ulazna otpornost pojačavača je

$$R_u = 2r_{\pi1} = 100 \text{ k}\Omega.$$

Otpornost koja se vidi u bazi tranzistora  $Q_6$  je

$$R_{B6} = r_{\pi6} + (1 + \beta_{op}) r_{\pi7} = 631 \text{ k}\Omega,$$

dok je ekvivalentno strujno pojačanje

$$\beta_{eq} = (1 + \beta_{06}) \beta_{07} \approx \beta_{06} \beta_{07} = \beta_{op}^2.$$

Tranzistori  $Q_3$  i  $Q_4$  čine strujno ogledalo, pa je

$$i_{c4} \approx i_{c3} = -i_{c1} = g_m v_d / 2, \quad i_{c2} = -g_m v_d / 2 \Rightarrow$$

$$i_{c2} + i_{c4} = -g_m v_d \quad \text{i} \quad i_{b6} = -\frac{r_{ce4} \| r_{ce2}}{r_{ce4} \| r_{ce2} + R_{B6}} (i_{c2} + i_{c4}) = -\frac{r_{ce4} \| r_{ce2}}{r_{ce4} \| r_{ce2} + R_{B6}} g_m v_d.$$

Otpornost koja se vidi u bazi izlaznih tranzistora je beskonačna, pa je

$$v_{b10} = v_p = -r_{ce7} \beta_{eq} i_{b6} = r_{ce7} \beta_{eq} \frac{r_{ce4} \| r_{ce2}}{r_{ce4} \| r_{ce2} + R_{B6}} g_m v_d,$$

odakle se dobija naponsko pojačanje

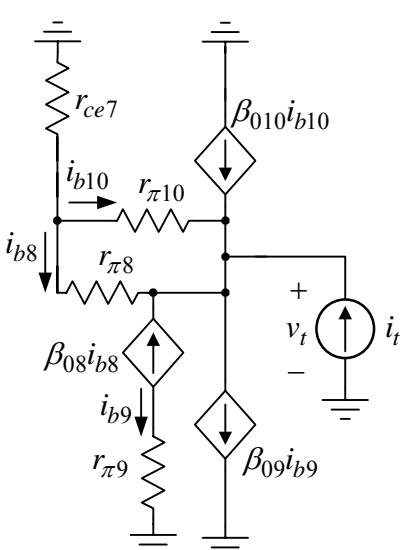
$$a = \frac{v_p}{v_d} = r_{ce7} \beta_{eq} \frac{r_{ce4} \| r_{ce2}}{r_{ce4} \| r_{ce2} + R_{B6}} g_m = 8,64 \cdot 10^5.$$

Izlazna otpornost pojačavača dobija se iz šeme za male signale prikazane na slici 2.2d. Prema Kirhofovim zakonima je

$$i_{b9} = -\beta_{08} i_{b8}, \quad r_{\pi8} i_{b8} = r_{\pi10} i_{b10},$$

$$(1 + \beta_{010}) i_{b10} + (1 + \beta_{08}) i_{b8} - \beta_{09} i_{b9} = -i_t \quad \text{i}$$

$$\frac{v_t + r_{\pi10} i_{b10}}{r_{ce7}} + i_{b10} + i_{b8} = 0.$$



Slika 2.2d

Svođenjem se dobija da je izlazna otpornost

$$R_i = \frac{v_t}{i_t} \approx r_{ce7} \frac{1 + \frac{r_{\pi10}}{r_{\pi8}} + \frac{r_{\pi10}}{r_{\pi8}}}{\beta_{010} + \frac{r_{\pi10}}{r_{\pi8}} \beta_{08} \beta_{09}} \approx 640 \Omega.$$

**b)** S obzirom na veliko naponsko pojačanje pojačavača, maksimalna vrednost neizobličenog napona na potrošaču određena je ulaskom u zasićenje tranzistora  $Q_7$

$$v_{P\max} = V_{CC} - V_{ECS7} - V_{BE10} = 4,2 \text{ V}.$$

Iz istog razloga je minimalna vrednost neizobličenog napona na potrošaču određena ulaskom u zasićenje strujnog izvora  $I_0$

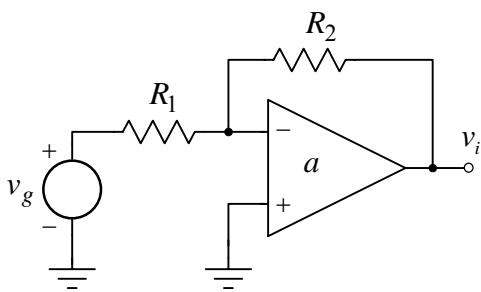
$$v_{P\min} = V_{EE} + V_{0\min} + V_{EB8} = -4,1 \text{ V}.$$

**c)** Maksimalna vrednost napona  $V$  određena je zasićenjem diferencijalnog para  $Q_1 - Q_2$

$$V_{\max} = V_{CC} - V_{EB7} - V_{EB6} - V_{CES1,2} + V_{BE1,2} = 4,2 \text{ V},$$

dok je minimalna vrednost ovog napona određena zasićenjem strujnog izvora

$$V_{\min} = V_{EE} + V_{0\min} + V_{BE1,2} = -4,1 \text{ V}.$$



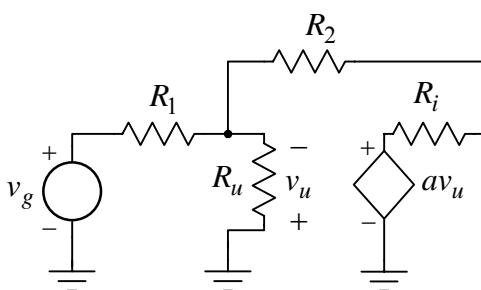
Slika 2.3

**2.3.** U pojačavaču sa slike 2.3 upotrebljen je operacioni pojačavač čiji su parametri  $R_u = 1 \text{ M}\Omega$ ,  $R_i = 100 \Omega$  i  $a = 10^5$ , dok su mu sve ostale karakteristike idealne. Poznato je  $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$  i  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$ .

- a)** Odrediti naponsko pojačanje  $a_r = v_i / v_g$ .
- b)** Odrediti otpornost  $R_{ur}$  koju vidi pobudni generator  $v_g$ .
- c)** Odrediti izlaznu otpornost pojačavača  $R_{ir}$ .
- d)** Ponoviti prethodne tačke kada  $a \rightarrow \infty$ .
- e)** Ako su upotrebljene otpornosti sa tolerancijom  $\pm 1\%$  i  $a \rightarrow \infty$ , odrediti opseg vrednosti  $a_{r\min} \leq a_r \leq a_{r\max}$  u kojem se nalazi naponsko pojačanje.

### Rešenje:

**a)** Na slici 2.3a prikazana je ekvivalentna šema pojačavača, gde je operacioni pojačavač zamenjen modelom za male signale. Pošto je primenjena negativna povratna sprega, pojačanje se može dobiti primenom asimptotske formule



Slika 2.3a

$$a_r = \frac{v_i}{v_g} = a_\infty \frac{T}{1+T} + \frac{a_0}{1+T}, \quad T = -\beta a.$$

Sečenjem  $\beta a$  kruga dobija se kružno pojačanje

$$\beta a = -a \frac{R_u \parallel R_1}{R_u \parallel R_1 + R_2 + R_i} = -9000.$$

Kada se pusti da  $a \rightarrow \infty$ , tada je

$$v_u \rightarrow 0 \text{ i } \frac{v_g}{R_1} = -\frac{v_{i\infty}}{R_2} \Rightarrow a_\infty = \frac{v_{i\infty}}{v_g} = -\frac{R_2}{R_1} = -10.$$

Druge asimptotsko pojačanje se dobija kada je

$a = 0$ . Tada je pojačanje

$$a_0 = \frac{v_{i0}}{v_g} = \frac{1}{R_1 + R_u \parallel (R_2 + R_i)} \frac{R_u}{R_u + R_2 + R_i} R_i = 9 \cdot 10^{-4}.$$

Pojačanje pojačavača sa reakcijom dobija se svođenjem prethodnih izraza

$$a_r = \frac{v_i}{v_g} = -\frac{(aR_2 - R_i)R_u}{(a+1)R_uR_l + (R_2 + R_i)(R_u + R_l)} = -9,999,$$

što se dobija i primenom Kirhoffovih zakona. Ovaj drugi put rešavanja je nešto duži.

**b)** Otpornost koju vidi pobudni generator  $v_g$  je

$$R_{ur} = R_l + R_{u1},$$

gde je  $R_{u1}$  otpornost koja se vidi na minus priključku operacionog pojačavača. Pošto je primenjena negativna povratna sprega, za određivanje otpornosti  $R_{u1}$  može se primeniti Blackmanova formula

$$R_{u1} = R_{u10} \frac{1 - \beta a_{ksu}}{1 - \beta a_{ovu}} = \frac{R_{u10}}{1 - \beta a_{ovu}}.$$

Otpornost  $R_{u10}$  je otpornost bez reakcije. Ova otpornost se dobija se kada je  $a = 0$ , ili kada se raskine kružni tok signala i na krajevima prekida postave otpornosti sa suprotne strane prekida kada u kolu nema reakcije

$$R_{u10} = R_u \parallel (R_2 + R_i) = 91 \text{ k}\Omega.$$

Pošto je kružno pojačanje

$$\beta a_{ovu} = -a \frac{R_u}{R_u + R_2 + R_i} = -9,09 \cdot 10^4,$$

otpornost koja se vidi od minus priključka operacionog pojačavača do mase je

$$R_{u1} = \frac{R_{u10}}{1 - \beta a} = 1 \Omega \Rightarrow R_{ur} = R_l + R_{u1} \approx R_l = 10 \text{ k}\Omega.$$

**c)** Izlazna otpornost se takođe može dobiti primenom Blackmanove formule

$$R_i = R_{i0} \frac{1 - \beta a_{ksi}}{1 - \beta a_{ovi}} = \frac{R_{i0}}{1 - \beta a}.$$

Otpornost  $R_{i0}$  se dobija kada je  $a = 0$ :

$$R_{i0} = R_i \parallel (R_2 + R_u \parallel R_l) = 99,91 \text{ }\Omega,$$

a posle smene se dobija izlazna otpornost pojačavača sa reakcijom

$$R_i = \frac{R_{i0}}{1 - \beta a} = 11 \text{ m}\Omega.$$

U kolu je primenjena paralelno-naponska reakcija, pa se i otpornost na minus ulazu operacionog pojačavača i izlazna otpornost pojačavača smanjuju.

**d)** Kada  $a \rightarrow \infty$  ulazni napon operacionog pojačavača teži nuli  $v_u \rightarrow 0$ , tako da je

$$a = a_\infty = -\frac{R_2}{R_l} = -10, \quad \beta a = -\infty, \quad R_{ur} = R_l = 10 \text{ k}\Omega \text{ i } R_{ir} \rightarrow 0.$$

**e)** Na osnovu izraza za naponsko pojačanje invertujućeg pojačavača iz prethodne tačke se dobija

$$a_r = -\frac{R_2}{R_l} = -\frac{R_2 (1 + x_2 / 100)}{R_l (1 + x_1 / 100)} \approx -\frac{R_2}{R_l} \left[ \left( 1 + \frac{x_2}{100} \right) \left( 1 - \frac{x_1}{100} \right) \right] \approx -\frac{R_2}{R_l} \left( 1 + \frac{x_2 - x_1}{100} \right),$$

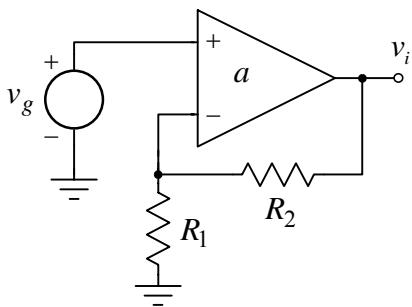
gde su  $x_1$  i  $x_2$  procentualna odstupanja otpornosti  $R_l$  i  $R_2$ , respektivno.

Maksimalna vrednost naponskog pojačanja, vodeći računa i o znaku pojačanja, ima se kada je  $x_1 = -x_2 = x = 1\%$ , a smenom se dobija

$$a_{r\max} \approx -\frac{R_2}{R_l} \left( 1 - \frac{2x}{100} \right) = -9,8.$$

Minimalna vrednost naponskog pojačanja ima se kada je  $x_2 = -x_1 = x = 1\%$ , a tada je

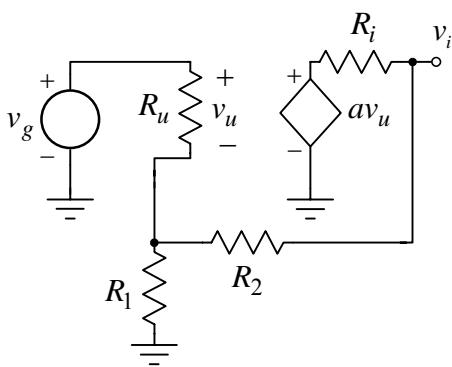
$$a_{r\min} \approx -\frac{R_2}{R_l} \left( 1 + \frac{2x}{100} \right) = -10,2.$$



Slika 2.4

a → ∞, odrediti opseg vrednosti  $a_{r\min} \leq a_r \leq a_{r\max}$  u kojem se nalazi naponsko pojačanje.

#### Rešenje:



Slika 2.4a

a) Na slici 2.4a prikazana je ekvivalentna šema pojačavača, gde je operacioni pojačavač zamenjen modelom za male signale. Primenom asymptotske formule dobija se

$$a_r = \frac{v_i}{v_g} = a_\infty \frac{T}{1+T} + \frac{a_0}{1+T}, \quad T = -\beta a.$$

Kružno pojačanje je

$$\beta a = -a \frac{R_u \| R_1}{R_u \| R_1 + R_2 + R_i} = -9900.$$

Asimptotsko pojačanje  $a_\infty$  dobija se kada  $a \rightarrow \infty$ . Tada je

$$v_u \rightarrow 0 \text{ i } \frac{v_g}{R_1} = \frac{v_{i\infty} - v_g}{R_2} \Rightarrow a_\infty = \frac{v_{i\infty}}{v_g} = 1 + \frac{R_2}{R_1} = 10.$$

Asimptotsko pojačanje  $a_0$  dobija se kada je  $a_0 = 0$ :

$$a_0 = \frac{v_{i0}}{v_g} = \frac{1}{R_u + R_1 \| (R_2 + R_i)} \frac{R_1}{R_1 + R_2 + R_i} R_i = 9,9 \cdot 10^{-6}.$$

Naponsko pojačanje pojačavača sa reakcijom je

$$a_r = a_\infty \frac{T}{1+T} + \frac{a_0}{1+T} = 9,999.$$

b) Primenom Blackmanove formule dobija se otpornost koju vidi pobudni generator

$$R_{ur} = R_{u0} \frac{1 - \beta a_{ksu}}{1 - \beta a_{ovu}} = R_{u0} (1 - \beta a).$$

Ulagana otpornost bez reakcije je

$$R_{u0} = R_{ur}|_{a=0} = R_u + R_1 \| (R_2 + R_i) = 1009 \text{ k}\Omega,$$

tako da je otpornost koju vidi pobudni generator

$$R_{ur} = R_{u0} (1 - \beta a) = 9,99 \text{ G}\Omega.$$

c) Izlagana otpornost pojačavača je

$$R_i = R_{i0} \frac{1 - \beta a_{ksi}}{1 - \beta a_{ovi}} = \frac{R_{i0}}{1 - \beta a}.$$

Izlagana otpornost bez reakcije je

$$R_{i0} = R_{ir}|_{a=0} = R_i \| (R_2 + R_1 \| R_u) = 99,9 \text{ }\Omega,$$

tako da je izlagana otpornost pojačavača

$$R_i = \frac{R_{i0}}{1 - \beta a} = 10,1 \text{ m}\Omega .$$

U kolu je primenjena redno-naponska reakcija, što povećava ulaznu i smanjuje izlaznu otpornost pojačavača.

**d)** Kada  $a \rightarrow \infty$ , tada je

$$v_u \rightarrow 0 \text{ i } \frac{v_g}{R_1} = \frac{v_i - v_g}{R_2} \Rightarrow a_r = \frac{v_i}{v_g} = 1 + \frac{R_2}{R_1} = 10 .$$

Zbog  $a \rightarrow \infty$  kružno pojačanje postaje  $\beta a \rightarrow -\infty$ , pa je

$$R_u \rightarrow \infty \text{ i } R_i \rightarrow 0 .$$

**e)** Naponsko pojačanje neinvertujućeg pojačavača je

$$a_r = 1 + \frac{R_2}{R_1} = 1 + \frac{R_2(1 + x_2/100)}{R_1(1 + x_1/100)} \approx 1 + \frac{R_2}{R_1} \left[ \left(1 + \frac{x_2}{100}\right) \left(1 - \frac{x_1}{100}\right) \right] \approx 1 + \frac{R_2}{R_1} \left(1 + \frac{x_2 - x_1}{100}\right) ,$$

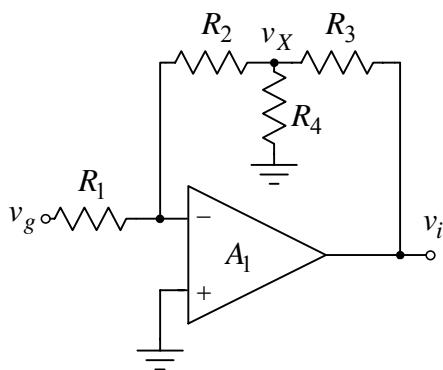
gde su  $x_1$  i  $x_2$  procentualna odstupanja otpornosti  $R_1$  i  $R_2$ , respektivno.

Maksimalna vrednost naponskog pojačanja ima se kada je  $x_2 = -x_1 = x = 1\%$ :

$$a_{r\max} \approx 1 + \frac{R_2}{R_1} \left(1 + \frac{2x}{100}\right) = 10,18 ,$$

dok je njegova minimalna vrednost

$$a_{r\min} \approx 1 + \frac{R_2}{R_1} \left(1 - \frac{2x}{100}\right) = 9,82 , \quad x_1 = -x_2 = x = 1\% .$$



Slika 2.5

**2.5.** U kolu sa slike 2.5 operacioni pojačavač je idealan, dok je  $R_2 = R_3 = 390 \text{ k}\Omega$  i  $R_1 = 50 \text{ k}\Omega$ .

- a)** Odrediti otpornost  $R_4$  tako da naponsko pojačanje bude  $a = v_i / v_g = -100$ .
- b)** Odrediti otpornost  $R_{ur}$  koju vidi pobudni generator  $v_g$ .

#### Rešenje:

- a)** U kolu je primenjena negativna povratna sprega, što znači da je minus priključak operacionog pojačavača na virtuelnoj masi. Primenom Kirhofovih zakona se dobija

$$\frac{v_g}{R_1} = -\frac{v_X}{R_2} \Rightarrow v_X = -\frac{R_2}{R_1} v_g ,$$

$$\frac{-v_X}{R_2} = \frac{v_X}{R_4} + \frac{v_X - v_I}{R_3} \Rightarrow \frac{v_I}{R_3} = v_X \left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) \Rightarrow \frac{v_I}{v_g} = a = -\frac{R_2}{R_1} \left( 1 + \frac{R_3}{R_2} + \frac{R_3}{R_4} \right) .$$

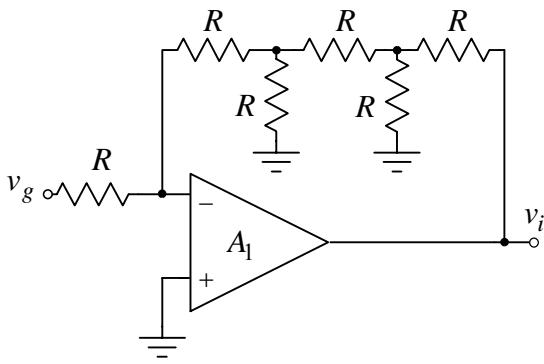
Na osnovu poznatog naponskog pojačanja dobija se otpornost  $R_4$ ,

$$R_4 = \frac{-R_2 R_3}{R_1 a + R_2 + R_3} = 36 \text{ k}\Omega .$$

**b)** Ulagana otpornost pojačavača je

$$R_{ur} = R_1 = 50 \text{ k}\Omega .$$

Prednost ovog pojačavača u odnosu na klasični invertor je u korišćenju otpornosti manjih vrednosti. Za pojačanje od -100 i istu ulaznu otpornost klasični invertor morao bi imati u kolu negativne povratne sprege (od izlaza do minusa) otpornost od  $R = 5 \text{ M}\Omega$ .



Slika 2.6

**2.6.** U kolu sa slike 2.6 operacioni pojačavač je idealan, dok je  $R = 10 \text{ k}\Omega$ . Odrediti naponsko pojačanje  $a = v_i / v_g$ .

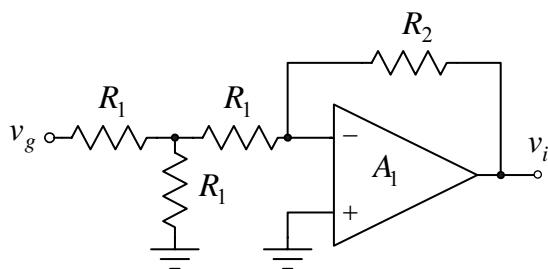
#### Rešenje:

Primenom Kirhofovih zakona se dobija

$$\frac{v_g}{R} = -\frac{v_g}{R} + \frac{-v_g - (v_i/2)}{R+R/2},$$

odakle se nalazi naponsko pojačanje

$$a = \frac{v_i}{v_g} = -8.$$



Slika 2.7

**2.7.** U kolu sa slike 2.7 operacioni pojačavač se može smatrati idealnim. Odrediti otpornosti  $R_1$  i  $R_2$  tako da:

- naponsko pojačanje bude  $a = v_i / v_g = -1/3$
- otpornost koju vidi pobudni generator  $v_g$  bude  $R_u = 15 \text{ k}\Omega$ .

#### Rešenje:

Korišćenjem Tevenenove teoreme dobija se kolo prikazano na slici 2.7a. Prema ovoj slici ulazna otpornost je

$$R_u = R_1 + R_1/2 = 3R_1/2,$$

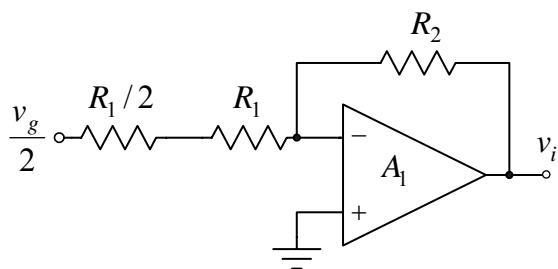
odakle se dobija otpornost  $R_1$ ,

$$R_1 = 2R_u/3 = 10 \text{ k}\Omega.$$

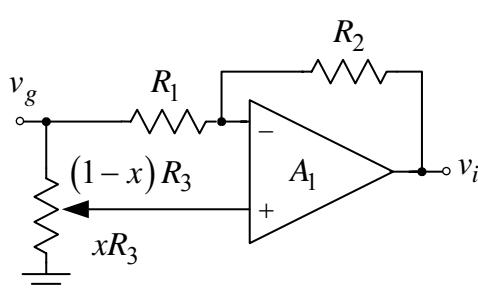
Naponsko pojačanje dobija se na osnovu iste slike primenom Kirhofovih zakona:

$$\frac{v_g/2}{R_1 + R_1/2} = -\frac{v_i}{R_2} \Rightarrow a = \frac{v_i}{v_g} = -\frac{R_2}{3R_1} \Rightarrow$$

$$R_2 = R_1 = 10 \text{ k}\Omega.$$



Slika 2.7a



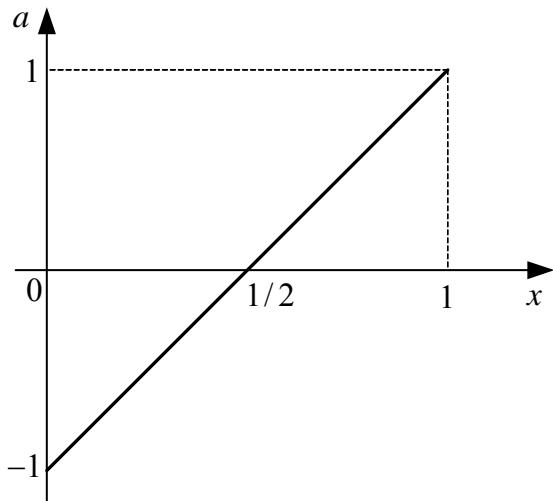
Slika 2.8

**2.8.** U kolu sa slike 2.8 operacioni pojačavač se može smatrati idealnim, dok je  $R_1 = R_2 = R_3 = 10 \text{ k}\Omega$ .

- Odrediti i nacrtati zavisnost naponskog pojačanja  $a = v_i / v_g$  u funkciji položaja klizača  $x$ ,  $0 \leq x \leq 1$  potenciometra  $R_3$ ,  $a = f(x)$ .
- Odrediti zavisnost otpornosti  $R_u$  koju vidi pobudni generator  $v_g$  u funkciji položaja klizača  $x$ ,  $0 \leq x \leq 1$  potenciometra  $R_3$ ,  $R_u = g(x)$ .

#### Rešenje:

- U kolu je ostvarena negativna povratna sprega, pa je



Slika 2.8a

$$\begin{aligned} v^- = v^+ &= \frac{xR_3}{R_3}v_g = xv_g, \quad \frac{v_g - v^-}{R_1} = \frac{v^- - v_i}{R_2} \Rightarrow \\ v_i &= -\frac{R_2}{R_1}v_g + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)v^- \Rightarrow \\ v_i &= -\frac{R_2}{R_1}v_g + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)xv_g \Rightarrow \\ a &= \frac{v_i}{v_g} = -\frac{R_2}{R_1}(1-x) + x = 2x - 1. \end{aligned}$$

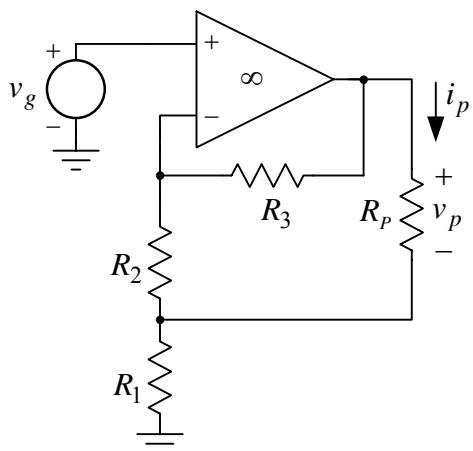
Na slici 2.8a prikazana je zavisnost  $a = f(x)$ ,  $0 \leq x \leq 1$ .

**b)** Otpornost koju vidi pobudni generator  $v_g$  dobija se na osnovu sledećih jednakosti

$$R_u = \frac{v_g}{i_g} \text{ i } i_g = \frac{v_g}{R_3} + \frac{v_g - v^-}{R_1} = \frac{v_g}{R_3} + \frac{v_g}{R_1}(1-x) \Rightarrow R_u = \frac{v_g}{i_g} = R_3 \parallel \frac{R_1}{1-x} = \frac{R}{2-x}, \quad R_3 = R_1 = R.$$

U krajnjim položajima potenciometra  $R_3$  otpornost koju vidi pobudni generator  $v_g$  je

$$R_u(x=0) = R/2 = 5\text{k}\Omega \text{ i } R_u(x=1) = R = 10\text{k}\Omega.$$



Slika 2.9

**2.9.** U kolu sa slike 2.9 operacioni pojačavač je idealan, a poznato je:  $R_1 = 6\Omega$ ,  $R_2 = 1\text{k}\Omega$  i  $R_3 = 100\text{k}\Omega$ . Odrediti naponsko pojačanje  $a = v_p / v_g$  za dve vrednosti otpornosti potrošača:

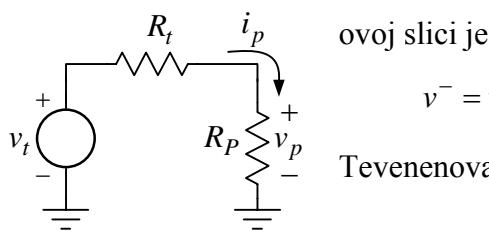
- a)**  $R_P = 600\Omega$  i
- b)**  $R_P \rightarrow \infty$ .

#### Rešenje:

Primenom Tevenenove teoreme dobija se kolo prikazano na slici 2.9a. Napon Tevenenovog generatorka jednak je naponu "praznog hoda"

$$v_t = v_p \Big|_{R_P \rightarrow \infty}.$$

Napon praznog hoda dobija se iz kola sa slike 2.9b. Prema



ovoj slici je

$$v^- = v^+ = v_g \Rightarrow v_t = (R_2 + R_3) \frac{v_g}{R_1 + R_2} \Rightarrow v_t = \frac{R_3 + R_2}{R_1 + R_2} v_g.$$

Tevenenova otpornost je

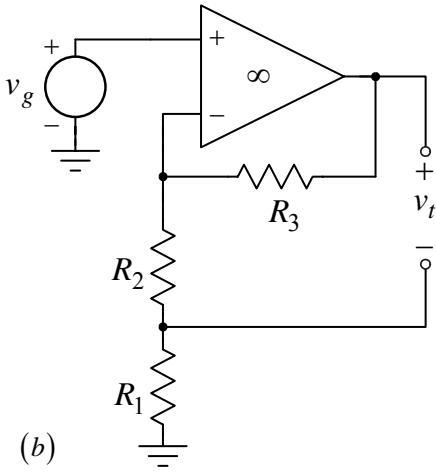
$$R_t = \frac{v_p \Big|_{R_P \rightarrow \infty}}{i_p \Big|_{R_P=0}} = \frac{v_t}{i_{pks}},$$

Slika 2.9a

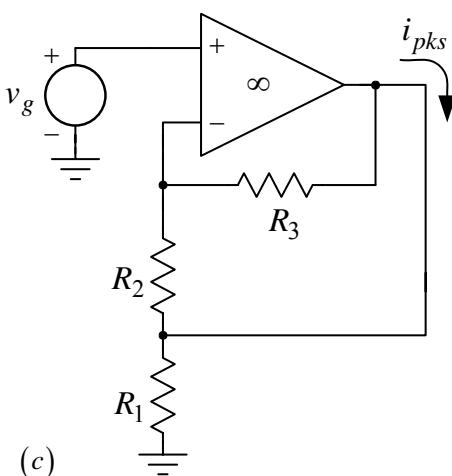
gde je  $i_{pks}$  struja kratkospojenih priključaka potrošača. Ova struja se određuje na osnovu slike 2.9c. Pošto je struja minus priključka operacionog pojačavača nula, to je

$$i_{R2} = i_{R3} = 0 \Rightarrow i_{pks} = v_g / R_1.$$

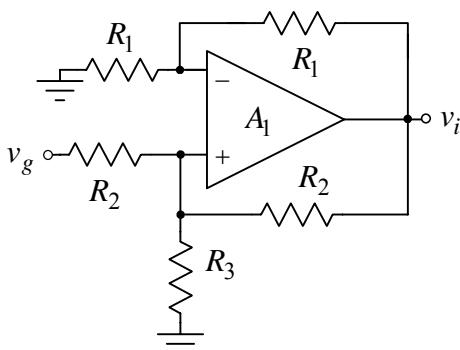
Smenom se dobija da je Tevenenova otpornost



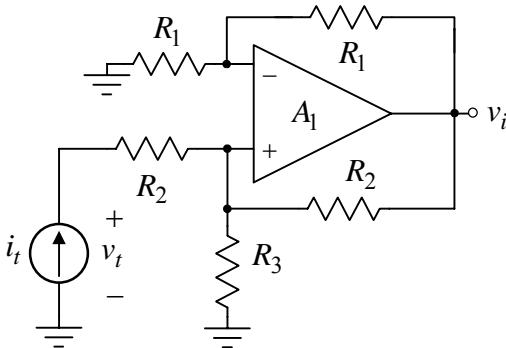
(b)



Slika 2.9



Slika 2.10



Slika 2.10a

$$R_t = \frac{v_t}{i_{pkst}} = R_1 \frac{R_3 + R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow R_t = 600\Omega.$$

Prema slici 2.9a napon na potrošaču je

$$v_p = \frac{R_P}{R_P + R_t} v_t = \frac{R_P}{R_P + R_1} \frac{R_3 + R_2}{R_1 + R_2} v_g \Rightarrow$$

$$v_p = \frac{R_P (R_2 + R_3)}{R_P (R_1 + R_2) + R_1 (R_2 + R_3)} v_g.$$

a) Kada je  $R_P = 600\Omega$ , smenom brojnih vrednosti se dobija

$$v_p = 50v_g \text{ i } a = v_p / v_g = 50.$$

Pošto je  $R_P = R_t = 600\Omega$ , ostvareno je prilagođenje po snazi potrošača  $R_P$  i pojačavača.

b) Kada  $R_P \rightarrow \infty$ , napon na potrošaču je

$$v_p = \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2} v_g \approx \frac{R_3}{R_2} v_g = 100 v_g \Rightarrow a = \frac{v_p}{v_g} \approx 100.$$

2.10. U kolu sa slike 2.10 operacioni pojačavač se može smatrati idealnim, dok je  $R_1 = R_2 = 10\text{k}\Omega$  i  $R_3 = 5\text{k}\Omega$ .

a) Odrediti naponsko pojačanje  $a = v_i / v_g$ .

b) Odrediti otpornost  $R_{ur}$  koju vidi pobudni generator  $v_g$ .

c) Odrediti otpornost  $R_3$  za koju se ulaz pojačavača ponaša kao:

c1) otvorena veza i c2) kratak spoj.

### Rešenje:

a) Budući da je

$$\frac{R_2 \parallel R_3}{(R_2 \parallel R_3) + R_2} = 0,455 < \frac{R_1}{R_1 + R_1} = 0,5,$$

u kolu je ostvarena negativna reakcija. Stoga je

$$v_i = \left(1 + \frac{R_1}{R_1}\right) v^+ = 2v^+ \text{ i } \frac{v_g - v^+}{R_2} + \frac{2v^+ - v^+}{R_2} = \frac{v^+}{R_3} \Rightarrow$$

$$v^+ = \frac{R_3}{R_2} v_g \Rightarrow v_i = 2v^+ = \frac{2R_3}{R_2} v_g \Rightarrow a = \frac{v_i}{v_g} = \frac{2R_3}{R_2} = 1.$$

b) Na slici 2.10a prikazana je šema iz koje se određuje otpornost koju vidi pobudni generator  $v_g$ . Primenom rezultata iz prethodne tačke može se pisati

$$v_t = v^+ + R_2 i_t \text{ i } v^+ = \frac{R_3}{R_2} v_t \Rightarrow$$

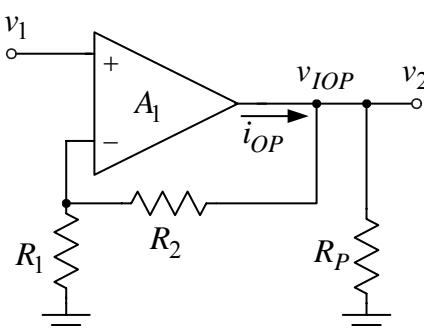
$$R_{ur} = \frac{v_t}{i_t} = \frac{R_2}{1 - \frac{R_3}{R_2}} = 2R_2 = 20\text{k}\Omega.$$

c1) Na osnovu izraza za ulaznu otpornost zaključuje se

da će ona biti beskonačna kada je  $R_3 = R_2$ . U ovom slučaju naponsko pojačanje je

$$a = 2R_3 / R_2 = 2.$$

c2) Kada  $R_2 \rightarrow \infty$ , ulazna otpornost teži nuli, isto kao i naponsko pojačanje pojačavača.



Slika 2.11

**2.11.** U kolu pojačavača sa slike 2.11 upotrebljen je operacioni pojačavač koji se napaja iz baterija  $V_{CC} = -V_{EE} = 12 \text{ V}$ , čiji se izlazni napon i struja nalaze u opsegu  $v_{IOP\min} \leq v_{IOP} \leq v_{IOP\max}$ ,  $v_{IOP\max} = -v_{IOP\min} = V_{CC} - 1 \text{ V}$  i  $i_{OP\min} \leq i_{OP} \leq i_{OP\max}$ ,  $i_{OP\max} = -i_{OP\min} = 20 \text{ mA}$ . Sve ostale karakteristike operacionog pojačavača mogu se smatrati idealnim, dok je  $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$  i  $R_1 = 9 \text{ k}\Omega$ .

- a) Ako je  $R_P = 1 \text{ k}\Omega$ , odrediti i nacrtati zavisnost  $v_2 = f(v_1)$ ,  $-2 \text{ V} \leq v_1 \leq 2 \text{ V}$ .
- b) Ponoviti prethodnu tačku kada je  $R_P = 100 \Omega$ .

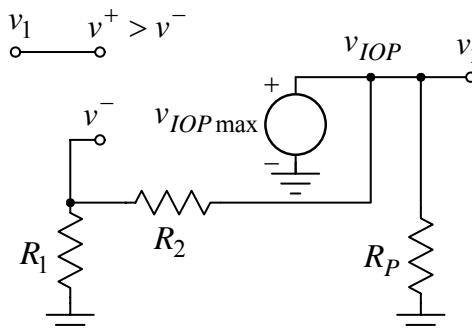
### Rešenje:

a) Sve dok je operacioni pojačavač izvan strujnog ograničenja, ili naponskog zasićenja, u kolu je primenjena negativna povratna sprega. Ona čini da je

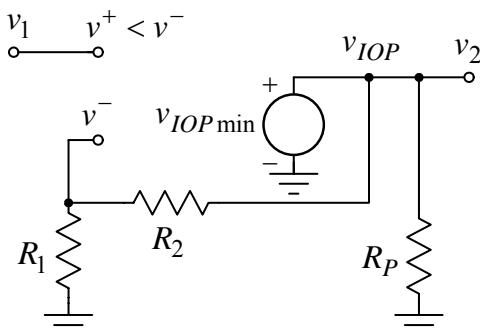
$$v^- = v^+ = v_1 \Rightarrow \frac{v_1}{R_1} = \frac{v_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow v_2 = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)v_1 = 10v_1.$$

Operacioni pojačavač uči će u pozitivno zasićenje kada postane

$$v_2 = v_{IOP\max} \Rightarrow v_1 = v_2 / 10 = v_{IOP\max} / 10 = 1,1 \text{ V}.$$



Slika 2.11a



Slika 2.11b

Ekvivalentna šema pojačavača kada je operacioni pojačavač u pozitivnom zasićenju pokazana je na slici 2.11a. Kada je  $v_1 \geq 1,1 \text{ V}$ , napon na izlazu operacionog pojačavača je

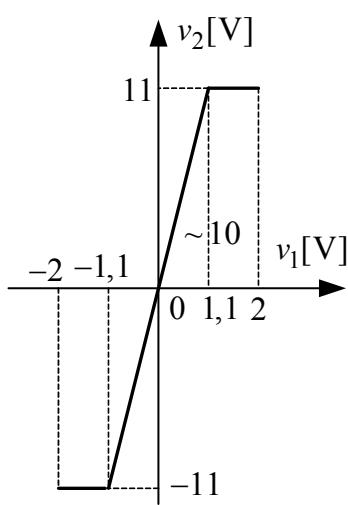
$$v_2 = v_{IOP\max}, v_1 \geq 1,1 \text{ V}.$$

Ekvivalentna šema pojačavača kada je operacioni pojačavač u negativnom zasićenju pokazana je na slici 2.11b. Zbog simetrije kola se lako zaključuje da je operacioni pojačavač u negativnom zasićenju kada je

$$v_2 = v_{IOP\min}, v_1 \leq -1,1 \text{ V}.$$

Ekstremne vrednosti izlazne struje operacionog pojačavača su

$$i_{OP\max 1} = \frac{v_{IOP\max}}{R_P \parallel (R_1 + R_2)} = 2,2 \text{ mA} < i_{OP\max} \text{ i}$$



Slika 2.11c

$$i_{OP\min 1} = \frac{v_{IOP\min}}{R_P \parallel (R_1 + R_2)} = -2,2 \text{ mA} > i_{OP\min},$$

što znači da je izlaz operacionog pojačavača uvek u opsegu izvan strujnog ograničenja.

Na slici 2.11c prikazana je zavisnost  $v_2 = f(v_1)$ .

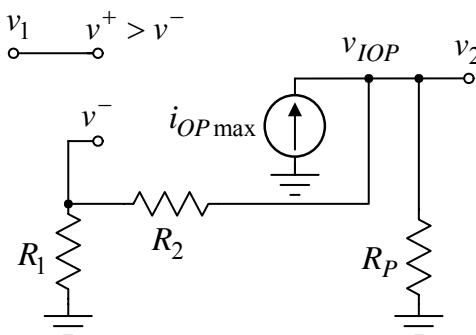
**b)** Zbog znatno manje otpornosti  $R_P$ , u ovom slučaju pre će doći do strujnog ograničenja, nego do naponskog zasićenja. Izvan strujnog ograničenja u kolu je ostvarena negativna reakcija, pa je

$$v_2 = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)v_1 = 10v_1, V_{11} \leq v_1 \leq V_{12}.$$

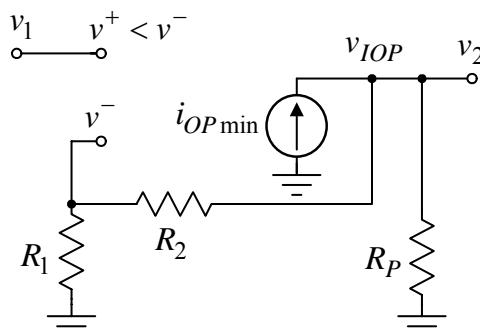
Strujno ograničenje sa gornje strane se dešava kada postane

$$\frac{v_2}{R_P \parallel (R_1 + R_2)} = i_{OP\max} \Rightarrow v_2 = v_{2\max} = i_{OP\max} (R_P \parallel (R_1 + R_2)) \approx i_{OP\max} R_P = 2 \text{ V} \Rightarrow V_{12} = v_{2\max} / 10 = 0,2 \text{ V}.$$

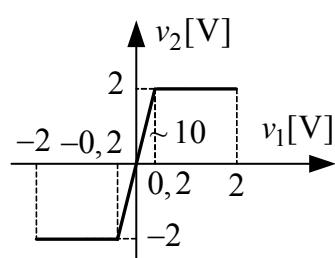
Ekvivalentna šema pojačavača kada operacioni pojačavač uđe u pozitivno strujno ograničenje pokazana je na slici 2.11d.



Slika 2.11d



Slika 2.11e



Slika 2.11f

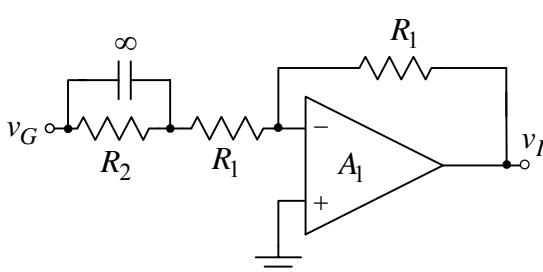
Strujno ograničenje sa donje strane nastupa kada postane

$$\frac{v_2}{R_P \parallel (R_1 + R_2)} = i_{OP\min} \Rightarrow v_2 = v_{2\min} = i_{OP\min} (R_P \parallel (R_1 + R_2)) \approx i_{OP\min} R_P = -2 \text{ V} \Rightarrow V_{11} = v_{2\min} / 10 = -0,2 \text{ V}.$$

Ekvivalentna šema pojačavača kada operacioni pojačavač uđe u negativno strujno ograničenje pokazana je na slici 2.11e.

Na slici 2.11f pokazana je zavisnost  $v_2 = f(v_1)$  kada je

$$R_P = 100 \Omega.$$



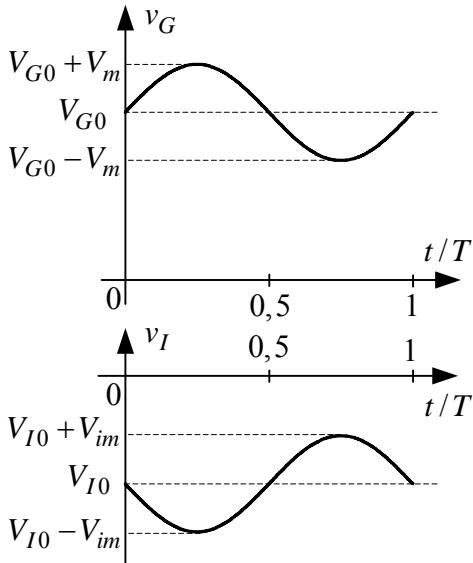
Slika 2.12

**2.12.** U kolu sa slike 2.12 operacioni pojačavač se napaja iz baterija  $V_{CC} = -V_{EE} = 12 \text{ V}$ , izlazna struja mu je ograničena na opseg  $-5 \text{ mA} \leq i_{OP} \leq 5 \text{ mA}$ , a može se smatrati da su mu ostale karakteristike idealne. Na ulaz pojačavača doveden je pobudni generator čija je ems  $v_G = V_{G0} + V_m \sin(2\pi ft)$ ,  $V_{G0} = 2,5 \text{ V}$ ,  $f = 1 \text{ kHz}$ , a poznato je  $R_1 = R_2 = 10 \text{ k}\Omega$ .

- a) Ako je  $V_m = 100 \text{ mV}$ , odrediti i nacrtati vremenski oblik izlaznog napona  $v_I(t)$ .
- b) Odrediti maksimalnu amplitudu napona pobudnog generatora  $V_{m\max}$  pri kojoj se na izlazu

dobija neizobličen napon.

- c) Ako se između izlaza pojačavača i mase poveže potrošač čija je otpornost  $R_P$ , odrediti minimalnu vrednost ove otpornosti  $R_{P\min}$  za koju je moguće ostvariti maksimalnu amplitudu iz tačke b).



Slika 2.12a

### Rešenje:

- a) Primenom principa superpozicije dobija se

$$v_I = v_I(V_{G0})|_{v_g=0} + v_I(v_g)|_{V_{G0}=0} \Rightarrow \\ v_I = -\frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{G0} - \frac{R_1}{R_1} v_g = -\frac{V_{G0}}{2} - v_g,$$

odakle je

$$v_I(t) = V_{I0} - V_{im} \sin(2\pi ft), V_{I0} = -1,25 \text{ V} \text{ i } V_{im} = 100 \text{ mV}.$$

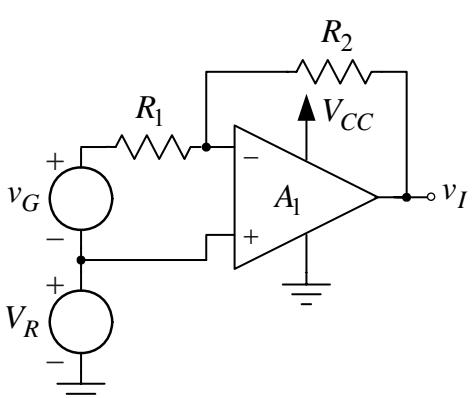
Na slici 2.12a prikazani su vremenski dijagrami ulaznog i izlaznog napona.

- b) Minimalna vrednost izlaznog napona određena je negativnim zasićenjem operacionog pojačavača:

$$V_{EE} = V_{I0} - V_{m\max} \Rightarrow V_{EE} = -V_{G0}/2 - V_{m\max} \Rightarrow \\ V_{m\max} = -V_{EE} - V_{G0}/2 = 10,75 \text{ V}.$$

- c) Maksimalna amplituda pobudnog napona iz prethodne tačke može biti ostvarena samo ako operacioni pojačavač nije u negativnom strujnom ograničenju. U graničnom slučaju je

$$\frac{v_{I\min}}{R_P \parallel R_1} \geq i_{OP\min} = -5 \text{ mA} \Rightarrow \frac{V_{EE}}{R_P \parallel R_1} \geq i_{OP\min} = -5 \text{ mA} \Rightarrow \\ R_P \parallel R_1 \geq \frac{V_{EE}}{i_{OP\min}} = 2,4 \text{ k}\Omega \Rightarrow R_{P\min} = 3,16 \text{ k}\Omega.$$



Slika 2.13

- 2.13. U kolu sa slike 2.13 operacioni pojačavač se može smatrati idealnim i napaja se iz jedne baterije za napajanje  $V_{CC} = 5 \text{ V}$ . Poznato je:  $V_R = V_{CC}/2$ ,  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$  i  $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$ . Odrediti i nacrtati zavisnost  $v_I = f(v_G)$ ,  $-1 \text{ V} \leq v_G \leq 1 \text{ V}$ .

### Rešenje:

Sve dok je operacioni pojačavač izvan oblasti zasićenja u kolu je ostvarena negativna reakcija. Stoga je

$$v_I = v^- + R_2 i_2 = V_R - R_2 \frac{v_G}{R_1} \Rightarrow v_I = 2,5 \text{ V} - 10v_G.$$

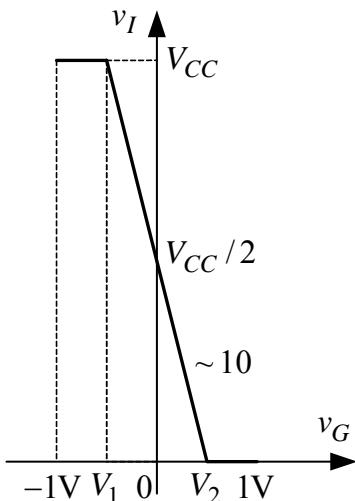
Operacioni pojačavač će ući u pozitivno zasićenje kada postane

$$v_I = V_{CC} \Rightarrow v_G = V_1 = \frac{R_1}{R_2} (V_R - V_{CC}) = -\frac{V_{CC}}{20} = -0,25 \text{ V}.$$

Kada je  $-1 \text{ V} \leq v_G \leq V_1$ , napon na izlazu je

$$v_I = V_{CC} = 5 \text{ V}.$$

Operacioni pojačavač ulazi u negativno zasićenje kada postane



Slika 2.13a

$$v_I = 0 \Rightarrow v_G = V_2 = \frac{R_1}{R_2} V_R = \frac{V_{CC}}{20} = 0,25 \text{ V}.$$

Kada je  $V_2 \leq v_G \leq 1 \text{ V}$ , napon na izlazu je

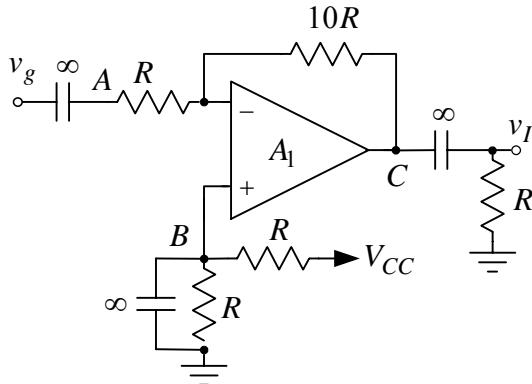
$$v_I = 0.$$

Na slici 2.13a prikazana je zavisnost  $v_I = f(v_G)$ .

**2.14.** U kolu pojačavača sa slike 2.14 operacioni pojačavač se može smatrati idealnim, napaja se iz jedne baterije  $V_{CC} = 12 \text{ V}$ , dok je  $R = 10 \text{ k}\Omega$ .

- a) Ako je  $v_g = V_m \sin(2\pi ft)$ ,  $V_m = 0,1 \text{ V}$  i  $f = 1 \text{ kHz}$ , odrediti i nacrtati vremenske oblike napona u tačkama A, B i C, kao i izlaznog napona  $v_I(t)$ .

- b) Odrediti maksimalnu amplitudu napona pobudnog generatora  $V_{m\max}$  za koju se na izlazu dobija neizobličen napon.



Slika 2.14

### Rešenje:

a) Pošto je ostvarena negativna reakcija, kolo je linearno, pa se može primeniti princip nezavisnog dejstva baterije  $V_{CC}$  i pobudnog generatora  $v_g$ . Pošto su svi kondenzatori  $C \rightarrow \infty$ , na učestanosti pobudnog signala oni se ponašaju kao kratki spojevi, dok su otvorene veze za jednosmerne signale. Na osnovu ovoga je

$$v_A(t) = \frac{V_{CC}}{2} + v_g(t), \quad v_B(t) = \frac{V_{CC}}{2},$$

$$v_C(t) = \frac{V_{CC}}{2} - 10v_g(t) \text{ i } v_I(t) = -10v_g(t),$$

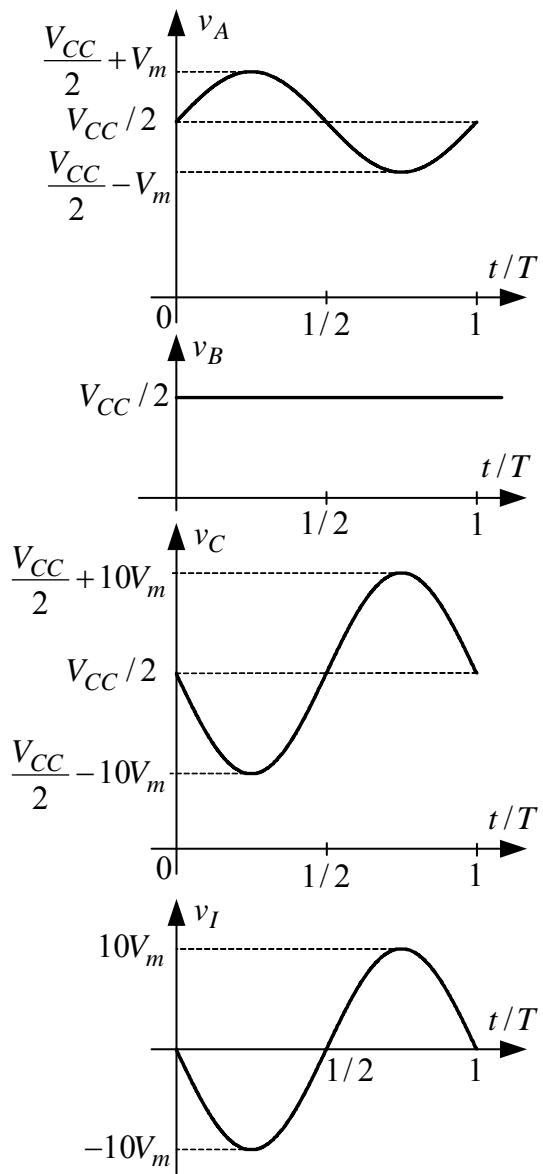
$$v_g(t) = V_m \sin(2\pi ft).$$

Na slici 2.14a prikazani su vremenski dijagrami relevantnih napona.

b) Maksimalna amplituda pobudnog napona odredjena je ulaskom operacionog pojačavača u zasićenje. Tada je

$$v_{C\max} = V_{CC} \text{ i } v_{C\min} = 0.$$

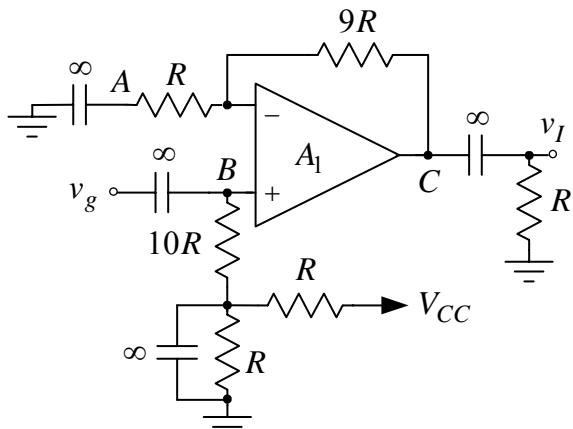
Pošto je  $\bar{v}_C(t) = V_{CC}/2$ , iz bilo kog uslova dobija se



Slika 2.14a

ista vrednost maksimalne amplitude pobudnog napona pri kojoj ne dolazi do odsecanja izlaznog napona

$$V_{m\max} = \frac{V_{CC}}{2} \frac{1}{10} = 0,6 \text{ V}.$$



Slika 2.15

**2.15.** U kolu pojačavača sa slike 2.15 operacioni pojačavač je idealan, napaja se iz jedne baterije  $V_{CC} = 12 \text{ V}$ , dok je  $R = 10 \text{ k}\Omega$ .

- a) Ako je  $v_g = V_m \sin(2\pi ft)$ ,  $V_m = 0,1 \text{ V}$  i  $f = 1 \text{ kHz}$ , odrediti vremenske oblike napona u tačkama A, B i C, kao i izlaznog napona  $v_I(t)$ .
- b) Odrediti maksimalnu amplitudu napona pobudnog generatora  $V_{m\max}$  za koju se na izlazu dobija neizobličen napon.

#### Rešenje:

a) Primenom principa superpozicije dobija se

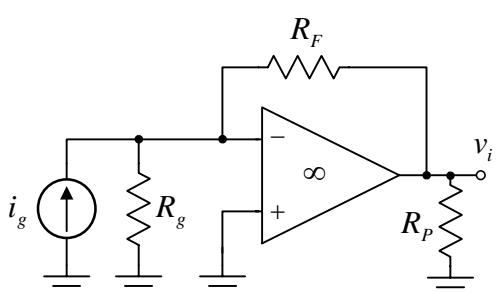
$$v_A(t) = \frac{V_{CC}}{2}, \quad v_B(t) = \frac{V_{CC}}{2} + v_g(t), \quad v_C(t) = \frac{V_{CC}}{2} + 10v_g(t) \text{ i} \\ v_I(t) = 10v_g(t), \quad v_g(t) = V_m \sin(2\pi ft).$$

b) Maksimalna amplituda pobudnog napona odredjena je ulaskom operacionog pojačavača u zasićenje. Tada je

$$v_{C\max} = V_{CC} \text{ i } v_{c\min} = 0,$$

odakle se dobija

$$V_{m\max} = \frac{V_{CC}}{2} \frac{1}{10} = 0,6 \text{ V}.$$



Slika 2.16

**2.16.** Na slici 2.16 je prikazan jedan transrezistansni pojačavač. Operacioni pojačavač se može smatrati idealnim, dok je  $R_g = 100 \text{ k}\Omega$  i  $R_P = 10 \text{ k}\Omega$ .

- a) Odrediti otpornost  $R_F$  tako da transrezistans pojačavača bude  $r_m = v_i / i_g = -10 \text{ k}\Omega$ .
- b) Odrediti otpornost  $R_{ur}$  koju vidi pobudni generator  $i_g$ .

#### Rešenje:

a) Pošto je u kolu primenjena negativna povratna sprege, to je

$$v^- = v^+ = 0 \Rightarrow v_i = -R_F i_g,$$

odakle se dobija transrezistans pojačavača

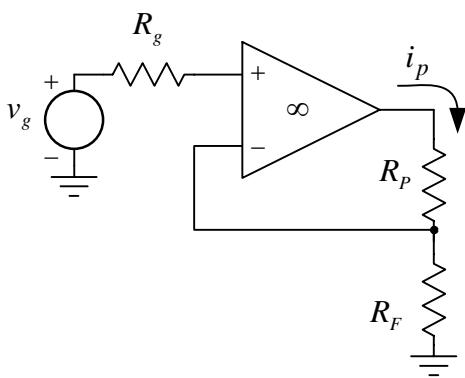
$$r_m = v_i / i_g = -R_F,$$

odnosno otpornost  $R_F$ ,

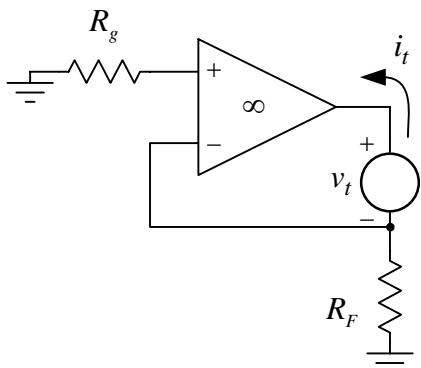
$$R_F = -r_m = 10 \text{ k}\Omega.$$

b) Zbog primenjene negativne povratne sprege, otpornost koju vidi pobudni generator jednaka je nuli

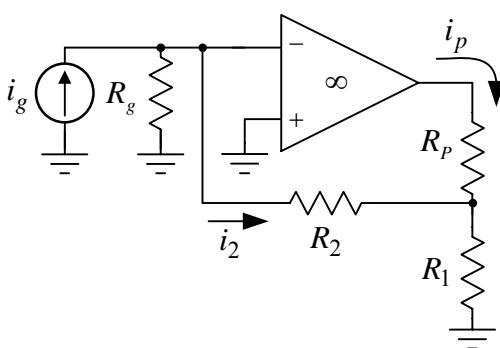
$$R_{ur} = 0.$$



Slika 2.17



Slika 2.17a



Slika 2.18

Primenom I Kirhofovog zakona dobija se

$$i_p + i_2 + R_2 i_2 / R_1 = 0 \Rightarrow i_p = -i_g (1 + R_2 / R_1),$$

odakle se nalazi strujno pojačanje pojačavača

$$\beta = \frac{i_p}{i_g} = -\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right),$$

odnosno otpornost  $R_2$ ,

$$R_2 = -R_1 (\beta + 1) = 49 \text{ k}\Omega.$$

**b)** Zbog negativne povratne sprege otpornost koju vidi pobudni generator jednaka je nuli

$$R_{ur} = 0.$$

**c)** Iz istog razloga kao u prethodnoj tački otpornost koju vidi potrošač  $R_P$  je

**2.17.** Na slici 2.17 je prikazan jedan transkonduktansni pojačavač. Operacioni pojačavač se može smatrati idealnim, dok je  $R_g = R_p = 10 \text{ k}\Omega$ .

- a)** Odrediti otpornost  $R_F$  tako da transkonduktansa pojačavača bude  $g_m = i_p / v_g = 1 \text{ mS}$ .
- b)** Odrediti otpornost  $R_{ir}$  koju vidi potrošač  $R_p$ .

#### Rešenje:

- a)** Zbog ostvarene negativne povratne sprege je

$$v^- = v^+ = v_g \Rightarrow i_p = v_g / R_F,$$

odakle se dobija transkonduktansa pojačavača

$$g_m = i_p / v_g = 1 / R_F,$$

odnosno otpornost  $R_F$ ,

$$R_F = 1 / g_m = 1 \text{ k}\Omega.$$

- b)** Na slici 2.17a je prikazana šema za male signale iz koje se određuje otpornost koju vidi potrošač  $R_p$ . Prema ovoj slici je

$$v^- = v^+ = 0 \Rightarrow i_t = -v^- / R_F = 0,$$

odakle se zaključuje da je

$$R_{ir} = v_t / i_t \rightarrow \infty.$$

**2.18.** Na slici 2.18 je prikazan jedan strujni pojačavač. Smatrati da je operacioni pojačavač idealan, dok je:  $R_g = 10 \text{ k}\Omega$ ,

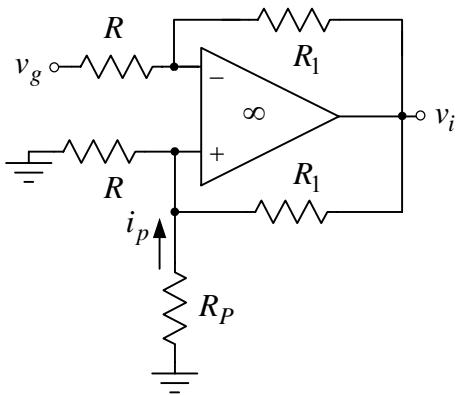
$$R_p = 10 \text{ k}\Omega \text{ i } R_1 = 1 \text{ k}\Omega.$$

- a)** Odrediti otpornost  $R_2$  tako da strujno pojačanje pojačavača bude  $\beta = i_p / i_g = -50$ .
- b)** Odrediti otpornost  $R_{ur}$  koju vidi pobudni generator  $i_g$ .
- c)** Odrediti otpornost  $R_{ir}$  koju vidi potrošač  $R_p$ .

#### Rešenje:

- a)** Zbog ostvarene negativne povratne sprege je

$$v^- = v^+ = 0 \Rightarrow i_2 = i_g.$$



Slika 2.19

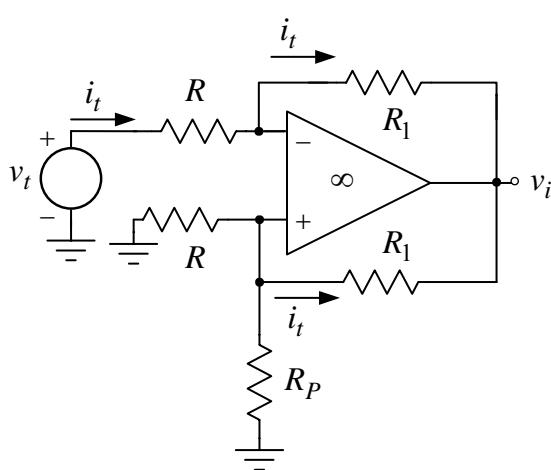
$$R_{ir} \rightarrow \infty.$$

**2.19.** Na slici 2.19 je prikazan jedan transkonduktansni pojačavač. Smatrali da je operacioni pojačavač idealan.

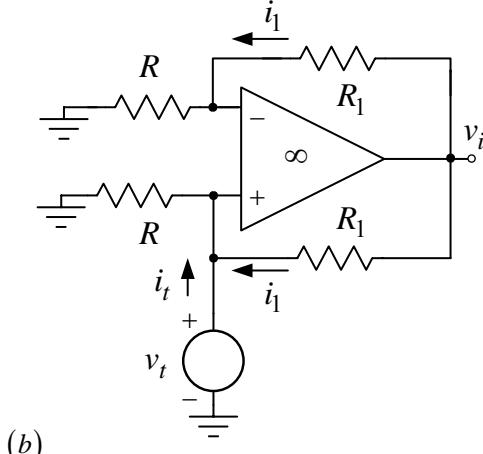
- Odrediti transkonduktansu pojačavača  $g_m = i_t / v_g$ .
- Odrediti otpornost  $R_{ur}$  koju vidi pobudni generator  $v_g$ .
- Odrediti otpornost  $R_{ir}$  koju vidi potrošač  $R_P$ .

### Rešenje:

- a) U kolu je ostvarena negativna povratna sprega jer je



(a)



(b)

Slika 2.19

$$\frac{R}{R + R_l} \geq \frac{R \parallel R_P}{R \parallel R_P + R_l}.$$

Zato važi:

$$v^+ = v^-, \frac{v_g - v^-}{R} = \frac{v^- - v_i}{R_l} \Rightarrow \frac{v_g - v^+}{R} = \frac{v^+ - v_i}{R_l} \quad i$$

$$i_p = \frac{v^+}{R} + \frac{v^+ - v_i}{R_l} = \frac{v^+}{R} + \frac{v_g - v^+}{R} = \frac{v_g}{R},$$

odakle se dobija transkonduktansa pojačavača

$$g_m = \frac{i_p}{v_g} = \frac{1}{R}.$$

- b) Otpornost koju vidi pobudni generator  $v_g$  određuje se na osnovu šeme sa slike 2.19a. Koristeći rezultate iz prethodne tačke može se pisati:

$$v^- = v^+, \frac{v^+}{R} + \frac{v^+}{R_P} + i_t = 0 \Rightarrow v^- = v^+ = (R \parallel R_P) i_t,$$

$$v^- = v_t - R i_t \Rightarrow (R \parallel R_P) i_t = v_t - R i_t \Rightarrow$$

$$R_{ur} = \frac{v_t}{i_t} = R - (R_P \parallel R) = \frac{R^2}{R_P + R}.$$

- c) Na slici 2.19b pokazana je šema iz koje se određuje otpornost koju vidi potrošač  $R_P$ . Prema ovoj slici je

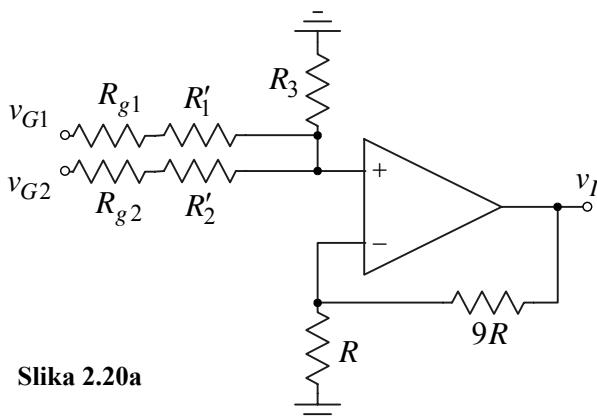
$$v^- = v^+ = v_t, i_t = \frac{v_t}{R} - i_1 = \frac{v_t}{R} - \frac{v_t}{R} = 0,$$

što znači da je otpornost koju vidi potrošač  $R_P$

$$R_{ir} = \frac{v_t}{i_t} \rightarrow \infty.$$

**2.20.** Pobudni generatori imaju *ems*  $v_{G1}$  i  $v_{G2}$  i unutrašnje otpornosti  $R_{g1} = R_{g2} = 100\Omega$ . Ako su na raspolaganju jedan idealni operacioni pojačavač i potrebne otpornosti, projektovati kolo koje obavlja funkciju:

- $v_I = 3v_{G1} + 5v_{G2}$ ;
- $v_I = -3v_{G1} + 5v_{G2}$ .

**Rešenje:**

Slika 2.20a

a) Na slici 2.20a je prikazano kolo koje obavlja funkciju

$$v_I = 3v_{G1} + 5v_{G2}.$$

Pošto je

$$v_I = \left(1 + \frac{9R}{R}\right)v^+ = 10v^+,$$

za prethodnu operaciju je potrebno da bude

$$\frac{R_2 \parallel R_3}{R_2 \parallel R_3 + R_1} = 0,3 \quad i \quad \frac{R_1 \parallel R_3}{R_1 \parallel R_3 + R_2} = 0,5,$$

gde je

$$R_1 = R_{g1} + R'_1 \quad i \quad R_2 = R_{g2} + R'_2.$$

Sređivanjem prethodnih jednakosti se dobija

$$\frac{R_2 R_3}{R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_2 R_1} = 0,3 \quad i \quad \frac{R_1 R_3}{R_2 R_3 + R_1 R_3 + R_2 R_1} = 0,5,$$

odakle se nalaze nepoznate otpornosti

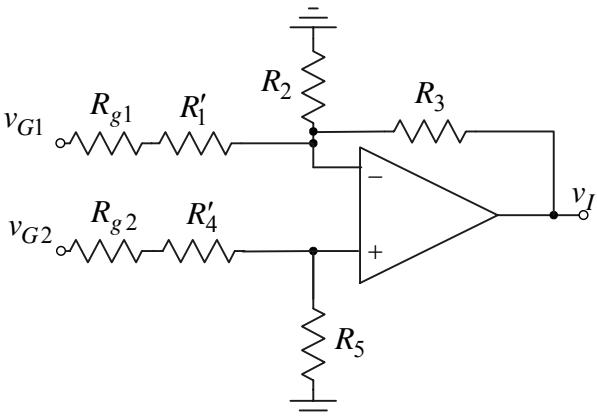
$$R_1 = \frac{2}{3} R_3 \quad i \quad R_2 = \frac{2}{5} R_3.$$

Ako se usvoji da je  $R_3 = 15\text{k}\Omega$ , dobija se

$$R_1 = 10\text{k}\Omega \quad i \quad R_2 = 6\text{k}\Omega \Rightarrow R'_1 = R_1 - R_{g1} = 9,9\text{k}\Omega \quad i \quad R'_2 = R_2 - R_{g2} = 5,9\text{k}\Omega.$$

b) Na slici 2.20b je prikazano kolo koje obavlja operaciju

$$v_I = -3v_{G1} + 5v_{G2}.$$



Slika 2.20b

Primenom principa superpozicije dobija se

$$v_I = -\frac{R_3}{R_1} v_{G1} + \left(1 + \frac{R_3}{R_1 \parallel R_2}\right) \frac{R_5}{R_4 + R_5} v_{G2},$$

gde je

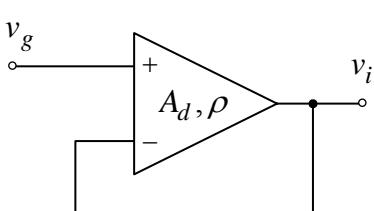
$$R_1 = R_{g1} + R'_1 \quad i \quad R_4 = R'_4 + R_{g2}.$$

Poređenjem željenog i ostvarenog se dobija da mora biti

$$R_3 = 3R_1 \quad i \quad \left(1 + 3 + 3 \frac{R_1}{R_2}\right) \frac{R_5}{R_4 + R_5} = 5.$$

Ako se usvoji da je  $R_1 = R_2 = 10\text{k}\Omega$  i  $R_5 = 10\text{k}\Omega$ , dobija se

$$R_3 = 30\text{k}\Omega \quad i \quad R_4 = \frac{2}{5} R_5 = 4\text{k}\Omega \Rightarrow R'_1 = R_1 - R_{g1} = 9,9\text{k}\Omega \quad i \quad R'_4 = R_4 - R_{g2} = 3,9\text{k}\Omega.$$

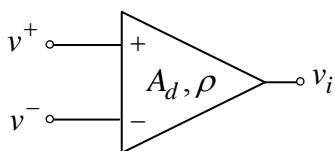


Slika 2.21

2.21. Operacioni pojačavač u kolu sa slike 2.21 ima konačno diferencijalno pojačanje  $a_d$  i faktor potiskivanja napona srednje vrednosti  $\rho = a_d / a_s$ , dok su mu sve ostale karakteristike idealne.

a) Odrediti naponsko pojačanje  $a = v_i / v_g$ .

b) Odrediti relativnu grešku  $\delta = \frac{a_i - a}{a_i}$ , gde je  $a_i$  naponsko pojačanje pojačavača u idealnom slučaju  $a_d \rightarrow \infty$  i  $\rho \rightarrow \infty$ .

**Rešenje:**

a) Zavisnost izlaznog napona u funkciji ulaznih napona u kolu operacionog pojačavača pokazanog na slici 2.21a data je sledećim izrazom

$$v_i = a_d v_d + a_s v_s = a_d \left( v_d + \frac{a_s}{a_d} v_s \right) = a_d \left( v_d + \frac{v_s}{\rho} \right),$$

Slika 2.21a

$$v_d = v^+ - v^- \text{, } v_s = \frac{v^+ + v^-}{2}.$$

Diferencijalni napon i napon srednje vrednosti ulaznih napona u kolu sa slike 2.21 su

$$v_d = v^+ - v^- = v_g - v_i \text{ i } v_s = \frac{v_g + v_i}{2},$$

a posle smene postaje

$$v_i = a_d \left[ (v_g - v_i) + \frac{1}{\rho} \left( \frac{v_g + v_i}{2} \right) \right] \Rightarrow v_i \left[ 1 + a_d \left( 1 - \frac{1}{2\rho} \right) \right] = a_d v_g \left( 1 + \frac{1}{2\rho} \right),$$

odakle se dobija naponsko pojačanje

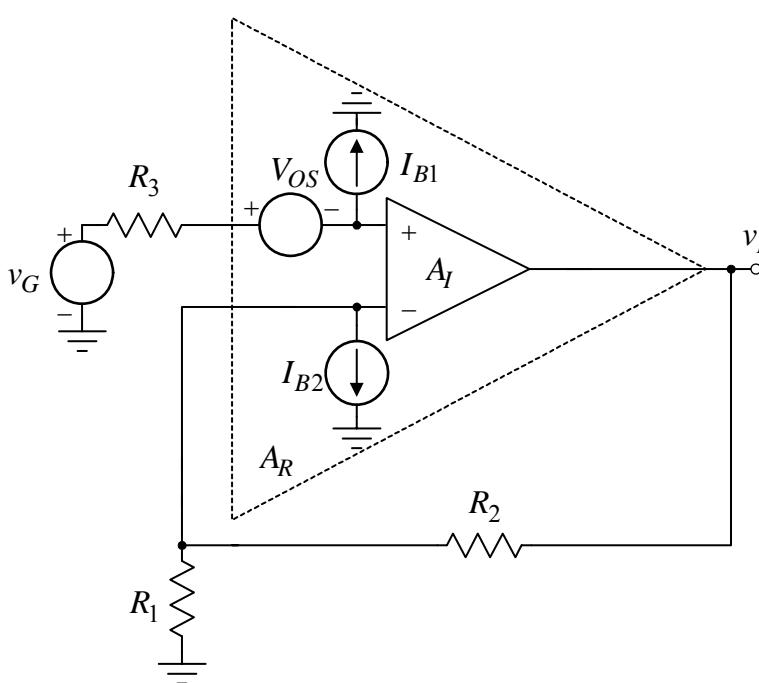
$$a = \frac{v_i}{v_g} = \frac{a_d \left( 1 + \frac{1}{2\rho} \right)}{1 + a_d \left( 1 - \frac{1}{2\rho} \right)}.$$

b) Kada  $a_d \rightarrow \infty$  i  $\rho \rightarrow \infty$ , naponsko pojačanje pojačavača postaje

$$a_i \rightarrow 1,$$

pa je relativna greška

$$\delta = \frac{a_i - a}{a_i} = 1 - a = 1 - \frac{a_d \left( 1 + \frac{1}{2\rho} \right)}{1 + a_d \left( 1 - \frac{1}{2\rho} \right)} = \frac{1 - \frac{a_d}{\rho}}{1 + a_d \left( 1 - \frac{1}{2\rho} \right)} \approx \frac{1}{a_d} - \frac{1}{\rho}.$$



2.22. Realni operacioni pojačavač  $A_R$  modeluje se preko idealnog operacionog pojačavača  $A_I$  i jednosmernih neidealnosti, polarizacionih struja  $I_{B1}$  i  $I_{B2}$  i naponskog ofseta (razdešenosti)  $V_{OS}$ , slika 2.22. Operacioni pojačavač se napaja iz baterija  $V_{CC} = -V_{EE} = 12 \text{ V}$ , dok je:  $R_2 = 9R_1 = 51 \text{ k}\Omega$ ,  $V_{OS} = 1 \text{ mV}$ ,  $I_{B1} = 0,45 \mu\text{A}$  i  $I_{B2} = 0,5 \mu\text{A}$ .

- a) Odrediti otpornost  $R_3$  tako da u odsustvu pobudnog signala ( $v_G = 0$ ) bude  $V_I = 0$ .
- b) Pod uslovom iz prethodne tačke, odrediti i nacrtati zavisnost  $v_I = f(v_G)$ .

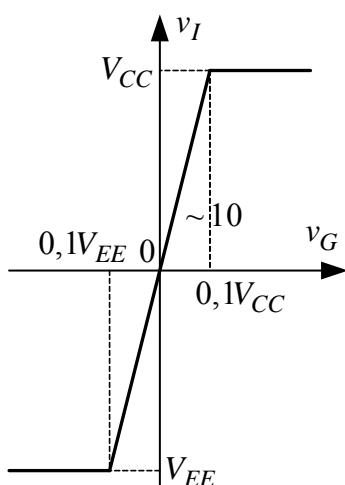
Slika 2.22

**Rešenje:**

a) Primenom principa superpozicije se dobija

$$v_I = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)v_G - \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)V_{OS} - \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)R_3 I_{B1} + R_2 I_{B2}.$$

Da bi izlazni napon u mirnoj radnoj tački bio nula, potrebno je da bude



b) Pod uslovom iz prethodne tačke izlazni napon je

$$v_I = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)v_G = 10v_G.$$

Ovakva zavisnost važi sve dok je operacioni pojačavač izvan zasićenja. Ovo je ispunjeno kada je ulazni napon u opsegu

$$V_{EE}/10 \leq v_G \leq V_{CC}/10.$$

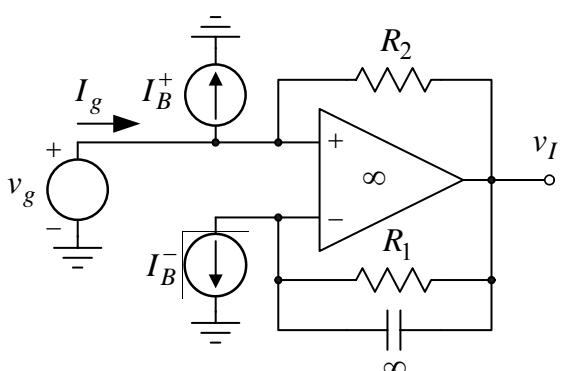
Kada je  $v_G > V_{CC}/10 = 1,2 \text{ V}$ , operacioni pojačavač je u pozitivnom zasićenju

$$v_I = V_{CC} = 12 \text{ V},$$

dok je pri  $v_G < V_{EE}/10 = -1,2 \text{ V}$  u negativnom zasićenju. Tada je

$$v_I = V_{EE} = -12 \text{ V}.$$

Na slici 2.22a prikazana je prenosna karakteristika  $v_I = f(v_G)$ .



Slika 2.23

**2.23.** Realni operacioni pojačavač modeluje se preko idealnog operacionog pojačavača i strujnih izvora  $I_B^+ = 100 \text{ nA}$  i  $I_B^- = 100 \text{ nA}$  koji predstavljaju ulazne polarizacione struje realnog operacionog pojačavača. Poznato je  $R_l = 100 \text{ k}\Omega$ .

a) Odrediti naponsko pojačanje  $a = v_i / v_g$ .

b) Odrediti otpornost  $R_2$  tako da ulazna struja  $I_g$  u mirnoj radnoj tački bude  $I_g = 0$ .

c) Odrediti vrednost izlaznog napona  $V_I$  u mirnoj radnoj tački.

**Rešenje:**

a) Naponsko pojačanje pojačavača je

$$a = v_i / v_g = 1.$$

b) Prema Kirhofovim zakonima je

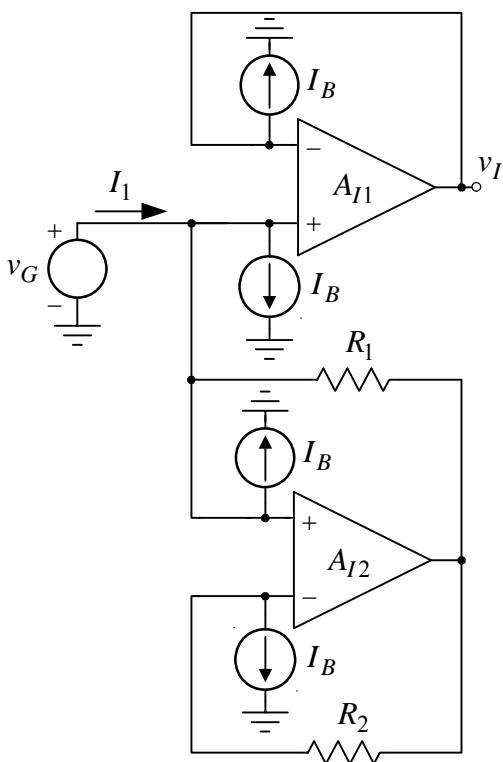
$$I_g = I_B^+ + I_{R2}, \quad I_{R2} = -\frac{R_1 I_B^-}{R_2} \Rightarrow I_g = I_B^+ - \frac{R_1}{R_2} I_B^- = I_B \left(1 - \frac{R_1}{R_2}\right), \quad I_B = I_B^+ = I_B^-,$$

odakle se dobija da je

$$R_2 = R_1 = 100 \text{ k}\Omega.$$

c) Napon na izlazu u mirnoj radnoj tački je

$$V_I = R_1 I_B^- = 10 \text{ mV}.$$



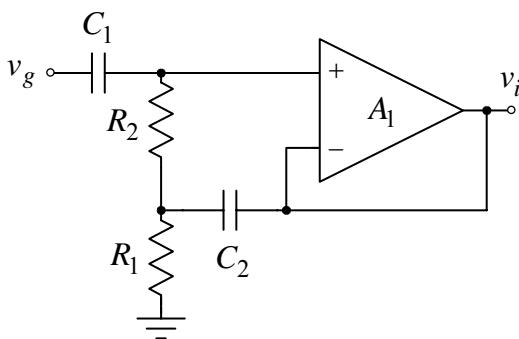
Slika 2.24

reakcija, to je

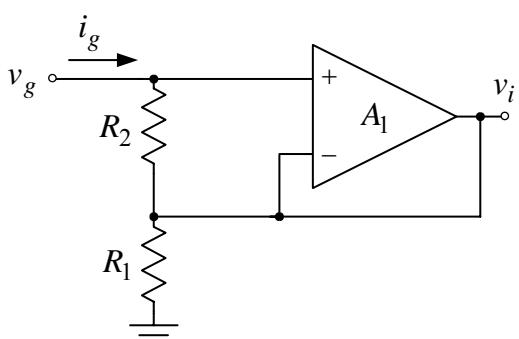
$$I_1 = 2I_B + I_{R1} \text{ i } R_1 I_{R1} = R_2 I_{R2} = -R_2 I_B.$$

Da bi struje  $I_1$  bila nula treba da je

$$I_1 = 0 = 2I_B + I_{R1} \Rightarrow I_{R1} = -2I_B \Rightarrow -\frac{R_2}{R_1} I_B = -2I_B \Rightarrow R_2 = 2R_1 = 2 \text{ M}\Omega.$$



Slika 2.25



**2.24.** Radi kompenzacije ulazne polarizacione struje  $I_1$  paralelno sa ulazom operacionog pojačavača  $A_1$  postavljeno je kolo sa pojačavačem  $A_2$ , koje ima iste polarizacione struje kao i pojačavač  $A_1$ ,  $I_B = 100 \text{ nA}$ . Realni operacioni pojačavači  $A_1$  i  $A_2$  modelovani su idealnim operacionim pojačavačima  $A_{I1}$  i  $A_{I2}$  i strujnim izvorima  $I_B$ , dok je  $R_1 = 1 \text{ M}\Omega$ .

- a) Odrediti tip bipolarnih tranzistora u ulaznom diferencijalnom pojačavaču operacionih pojačavača  $A_1$  i  $A_2$ .
- b) Odrediti otpornost  $R_2$  tako da ulazna struja polarizacije bude  $I_1 = 0$ .

#### Rešenje:

a) Ulazne struje u operacioni pojačavač imaju realni smer kao i struja strujnih izvora kojim se modeluju polarizacione struje. Pošto struja ulazi u ulazne priključke realnih operacionih pojačavača, na ulazu je diferencijalni pojačavač sa NPN tranzistorima.

b) Pošto je u kolu pojačavača  $A_2$  ostvarena negativna

**2.25.** Operacioni pojačavač  $A_1$  ima na ulazu diferencijalni pojačavač sa NPN tranzistorima čije su struje baze  $I_B^+ = I_B^- = I_B = 0,5 \mu\text{A}$ , dok mu se sve ostale karakteristike mogu smatrati idealnim. Poznato je  $R_1 = R_2 = 10 \text{ k}\Omega$  i  $C_1 = C_2 \rightarrow \infty$ .

- a) Odrediti naponsko pojačanje pojačavača  $a = v_i / v_g$ .
- b) Odrediti otpornost koju vidi pobudni generator  $v_g$ .
- c) Odrediti vrednost izlaznog napona  $V_I$  u mirnoj radnoj tački.

#### Rešenje:

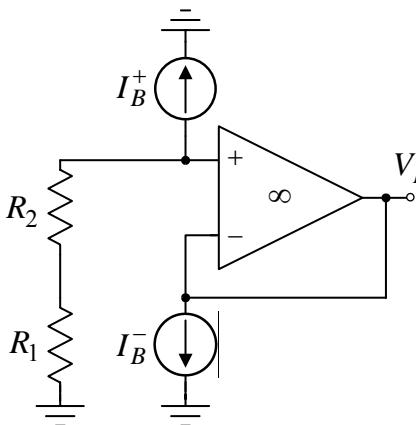
a) Na slici 2.25a prikazana je šema pojačavača za male signale. S obzirom da je u kolu ostvarena negativna reakcija, to je

$$v_i = v^- = v^+ = v_g,$$

odakle se dobija da je naponsko pojačanje

$$a = v_i / v_g = 1.$$

Slika 2.25a



b) Na osnovu razmatranja iz prethodne tačke zaključuje se da je

$$i_{R2} = \frac{v^+ - v^-}{R_2} = 0 \Rightarrow i_g = i_{R2} = 0,$$

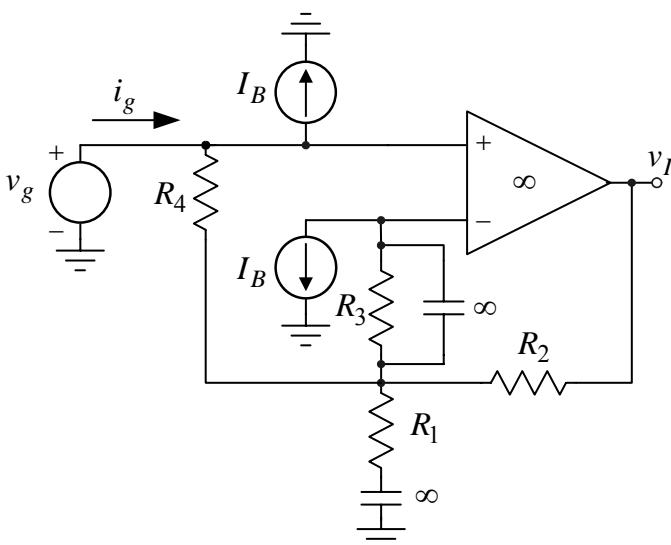
odakle se dobija otpornost koju vidi pobudni generator  $v_g$ :

$$R_u = v_g / i_g \rightarrow \infty.$$

c) Na slici 2.25b prikazana je ekvivalentna šema kola pojačavača u mirnoj radnoj tački. Prema ovoj slici izlazni napon u mirnoj radnoj tački je

$$V_I = -(R_1 + R_2) I_B^+ = -10 \text{ mV}.$$

Slika 2.25b



2.26. U kolu pojačavača sa slike 2.26 strujnim izvorima  $I_B = 1 \mu\text{A}$  modelovan je uticaj ulaznih polarizacionih struja operacionog pojačavača. Sve ostale karakteristike ovog operacionog pojačavača mogu se smatrati idealnim, dok je  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$  i  $R_3 = 22 \text{ k}\Omega$ .

- a) Odrediti otpornost  $R_4$  tako da ulazna struja polarizacije bude  $I_g = 0$ .
- b) Odrediti jednosmernu vrednost izlaznog napona  $V_I$  u mirnoj radnoj tački.
- c) Odrediti naponsko pojačanje pojačavača  $a = v_i / v_g$ .
- d) Odrediti otpornost koju vidi pobudni generator  $v_g$ .

### Rešenje:

a) Na slici 2.26a prikazana je ekvivalentna šema pojačavača u mirnoj radnoj tački. Prema ovoj slici je

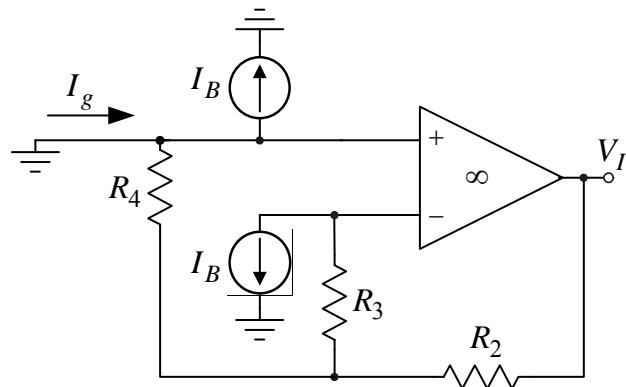
$$V^+ = V^- \Rightarrow V_{R3} = V_{R4} \Rightarrow I_{R4} = -R_3 I_B / R_4.$$

Struja koja protiče kroz pobudni generator  $v_g$  u mirnoj radnoj tački je

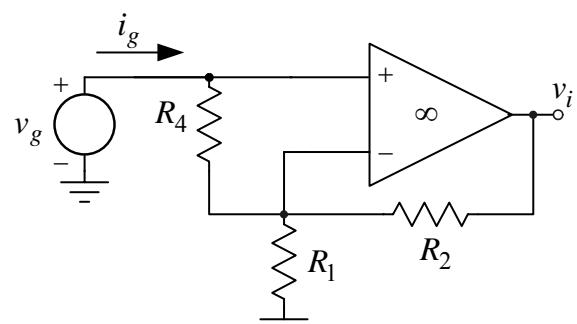
$$I_g = I_B + I_{R4} = I_{R4} = I_B - R_3 I_B / R_4,$$

odakle se zaključuje da će ova struja biti nula kada je

$$R_4 = R_3 = 22 \text{ k}\Omega.$$



Slika 2.26a



Slika 2.26b

**b)** Na osnovu iste slike kao u prethodnoj tački zaključuje se da je izlazni napon u mirnoj radnoj tački

$$V_I = 2R_2I_B = 20 \text{ mV}.$$

**c)** Na slici 2.26b prikazana je šema pojačavača za male signale. Prema ovoj slici naponsko pojačanje je

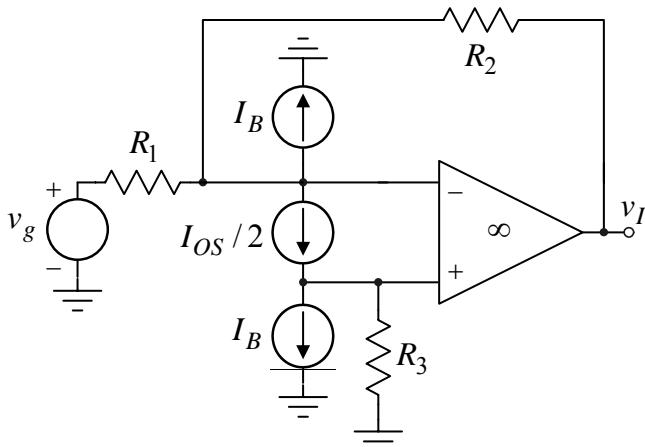
$$a = v_i / v_g = 1 + R_2 / R_1 = 11.$$

**d)** Na osnovu slike 2.26b zaključuje se da je

$$i_g = \frac{v^+ - v^-}{R_4} = 0,$$

odakle se dobija otpornost koju vidi pobudni generator

$$R_u = v_g / i_g \rightarrow \infty.$$



Slika 2.27

**2.27.** U kolu invertujućeg pojačavača upotrebljen je operacioni pojačavač koji je modelovan idealnim operacionim pojačavačem i strujnim izvorima  $I_B = \frac{I_B^+ + I_B^-}{2} = 1 \mu\text{A}$  i

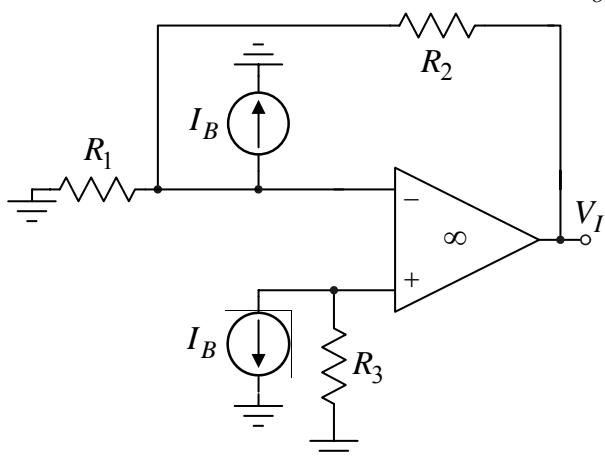
$I_{OS} = I_B^+ - I_B^- = 0,1 \mu\text{A}$  koji predstavljaju uticaj ulaznih polarizacionih struja. Radi kompenzacije uticaja polarizacionih struja na vrednost izlaznog napona u mirnoj radnoj tački postavljen je otpornik  $R_3$  koji zadovoljava uslov  $R_3 = R_1 \parallel R_2$ . Poznato je  $R_2 = 100R_1 = 100 \text{ k}\Omega$ . Odrediti jednosmernu

vrednost izlaznog napona  $V_I$  u mirnoj radnoj tački.

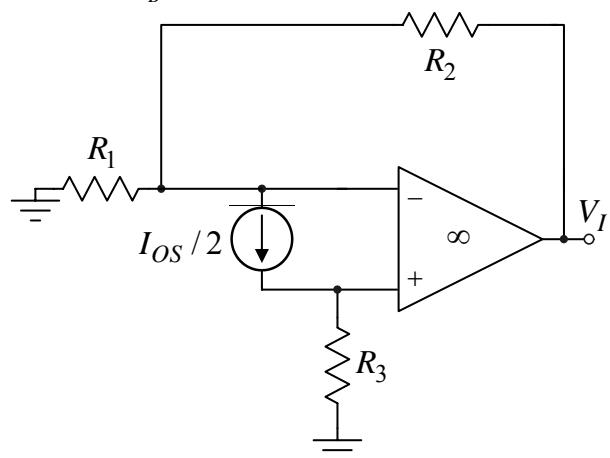
### Rešenje:

Primenjujući princip nezavisnog dejstva generatora  $I_B$  i  $I_{OS}$ , slike 2.27a i 2.27b, dobija se

$$V_I = V_I(I_B) \Big|_{I_{OS}=0} + V_I(I_{OS}) \Big|_{I_B=0}.$$



Slika 2.27a



Slika 2.27b

Prema slici 2.27a je

$$V^+ = V^-, V^- = -(R_1 \parallel R_2)I_B + \frac{R_1}{R_1 + R_2}V_I, V^+ = -R_3I_B \Rightarrow$$

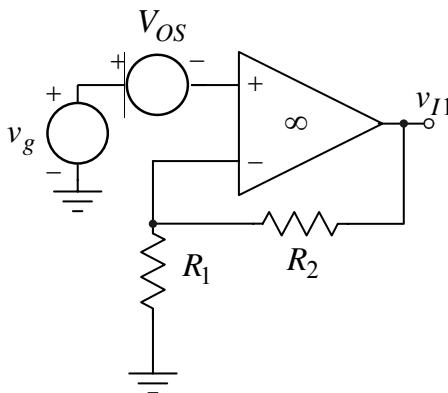
$$-(R_1 \parallel R_2) I_B + \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_I = -R_3 I_B \Rightarrow V_I = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) (R_1 \parallel R_2 - R_3) I_B = 0.$$

Prema slici 2.27b je

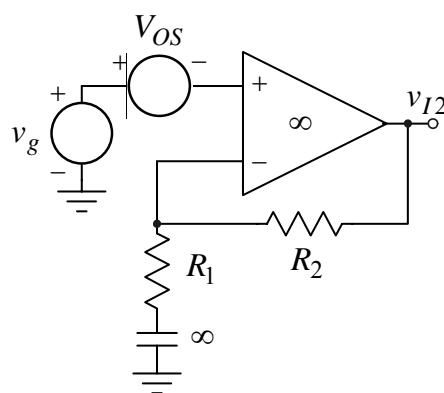
$$V^- = V^+ = R_3 I_{OS} / 2, \frac{V^-}{R_1} + \frac{I_{OS}}{2} + \frac{V^- - V_I}{R_2} = 0 \Rightarrow V_I = V^- \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) + R_2 \frac{I_{OS}}{2} \Rightarrow \\ V_I = \left(R_3 \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) + R_2\right) \frac{I_{OS}}{2} = R_2 I_{OS} = 10 \text{ mV}.$$

**2.28.** U kolu sa slike 2.28a i 2.28b upotrebljeni su operacioni pojačavač koji je modelovan idealnim operacionim pojačavačem i generatorom naponskog ofseta  $V_{OS} = 1 \text{ mV}$ . Poznato je  $R_2 = 99R_1 = 9,9 \text{ k}\Omega$ .

- a) Odrediti naponska pojačanja  $a_1 = v_{i1} / v_g$  i  $a_2 = v_{i2} / v_g$ .
- b) Odrediti jednosmerne vrednosti izlaznih napona  $V_{I1}$  i  $V_{I2}$ .



Slika 2.28a



Slika 2.28b

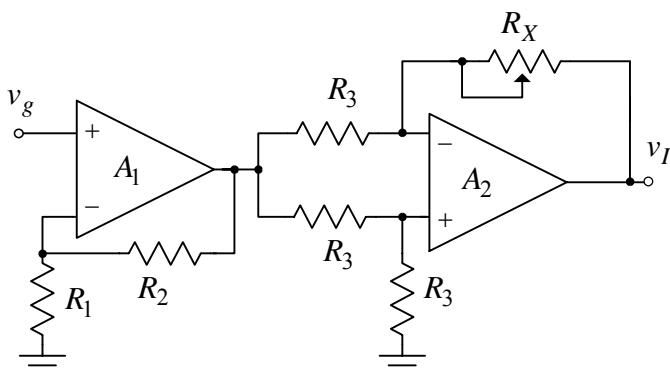
#### Rešenje:

a) Naponska pojačanja  $a_1$  i  $a_2$  međusobno su jednakia

$$a_1 = a_2 = 1 + \frac{R_2}{R_1} = 100.$$

b) Pošto je kondenzator otvorena veza u ustaljenom stanju, naponi na izlazima kola sa slike 2.28a i 2.28b međusobno se razlikuju:

$$V_{I1} = -(1 + R_2 / R_1) V_{OS} = -100 \text{ mV} \text{ i } V_{I2} = -V_{OS} = -1 \text{ mV}.$$



Slika 2.29

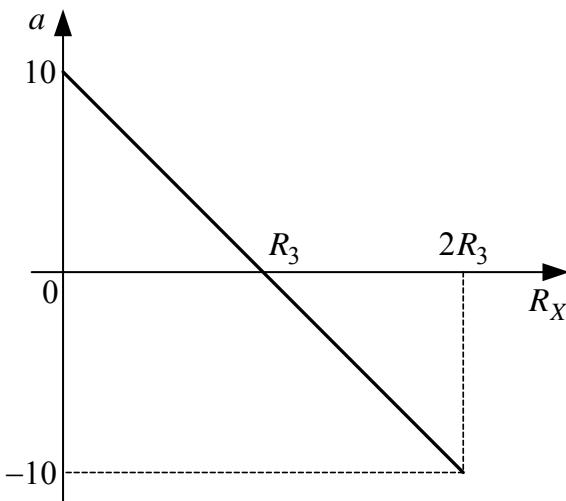
**2.29.** U kolu sa slike 2.29 operacioni pojačavači se mogu smatrati idealnim, dok je:  $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 19 \text{ k}\Omega$  i  $R_3 = 5 \text{ k}\Omega$ .

- a) Odrediti i nacrtati zavisnost naponskog pojačanja  $a = v_i / v_g$  u funkciji promene otpornosti  $R_X$ ,  $0 \leq R_X \leq 2R_3$ ,  $a = f(R_X)$ .
- b) Ako je  $v_g = V_m \cdot \sin(2\pi ft)$ ,  $V_m = 1 \text{ V}$ ,  $f = 1 \text{ kHz}$ , za obe granične vrednosti otpornosti  $R_X$  odrediti vremenski oblik izlaznog napona  $v_I(t)$ .

#### Rešenje:

a) Operacioni pojačavač  $A_1$  sa otpornostima  $R_1$  i  $R_2$  čini neinvertujući pojačavač čije je pojačanje

$$a_1 = 1 + R_2 / R_1 = 20 \Rightarrow v_{I1} = 20v_g.$$



Slika 2.29a

b) Kada je  $R_X = 0$  pojačanje je  $a = +10$ , pa je

$$v_I(t) = 10V \cdot \sin(2\pi ft),$$

dok je pri  $R_X = 2R_3$  izlazni napon

$$v_I(t) = -10V \cdot \sin(2\pi ft).$$

Primenom Kirhofovih zakona dobija se

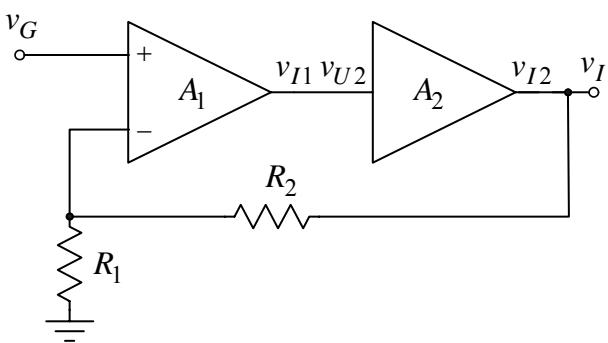
$$v_{A2}^+ = \frac{v_{I1}}{2}, \quad v_I = -\frac{R_X}{R_3} v_{I1} + \left(1 + \frac{R_X}{R_3}\right) v_{A2}^+ \Rightarrow$$

$$v_I = -\frac{R_X}{R_3} v_{I1} + \left(1 + \frac{R_X}{R_3}\right) \frac{v_{I1}}{2} \Rightarrow$$

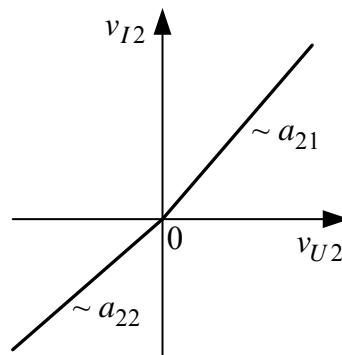
$$v_I = \frac{v_{I1}}{2} \left(1 - \frac{R_X}{R_3}\right) = 10v_g \left(1 - \frac{R_X}{R_3}\right) \Rightarrow$$

$$a = \frac{v_I}{v_g} = 10 \left(1 - \frac{R_X}{R_3}\right).$$

Zavisnost pojačanja  $a$  od promene položaja klizača potenciometra  $R_X$ ,  $0 \leq R_X \leq 2R_3$  prikazana je na slici 2.29a.



Slika 2.30a



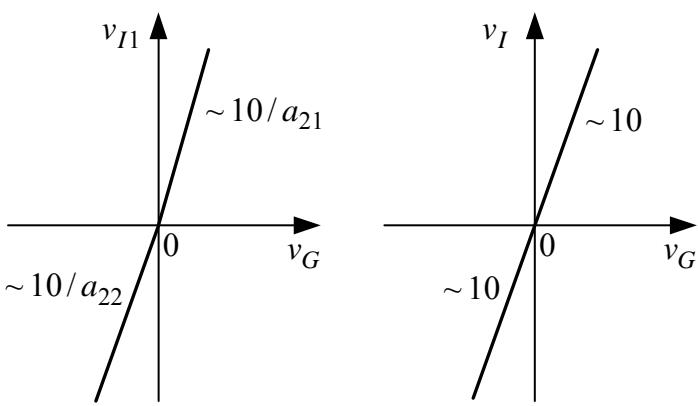
Slika 2.30b

**2.30.** U kolu sa slike 2.30a operacioni pojačavač  $A_1$  se može smatrati idealnim. Pojačavač  $A_2$  ima ulaznu otpornost  $R_u \rightarrow \infty$ , izlaznu otpornost  $R_i \rightarrow 0$ , dok mu je karakteristika naponskog pojačanja pokazana na slici 2.30b, gde je  $a_{21} = 0,9$  i  $a_{22} = 0,8$ . Poznato je  $R_2 = 9R_1 = 9 \text{ k}\Omega$ . Odrediti i nacrtati zavisnost  $v_I = f(v_G)$  i  $v_{I1} = g(v_G)$ .

i  $a_{22} = 0,8$ . Poznato je  $R_2 = 9R_1 = 9 \text{ k}\Omega$ . Odrediti i nacrtati zavisnost  $v_I = f(v_G)$  i  $v_{I1} = g(v_G)$ .

### Rešenje:

I za pozitivne i za negativne vrednosti napona na izlazu pojačavača  $A_2$  u kolu je ostvarena negativna povratna sprega. Pošto je pojačavač  $A_1$  idealan, to je



Slika 2.30c

$$v^- = v^+ = v_G \Rightarrow \frac{v_G}{R_1 + R_2} = \frac{v_i}{R_1 + R_2} \Rightarrow$$

$$v_I = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) v_G = 10v_G.$$

Prethodna zavisnost ne zavisi od znaka ulaznog, odnosno izlaznog napona.

Napon na izlazu operacionog pojačavača  $A_1$  za nenegativne vrednosti

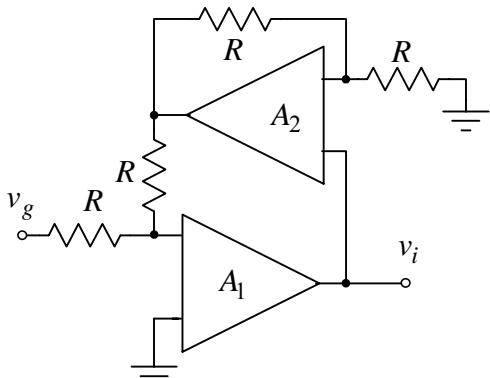
ulaznog napona menja se po zakonu

$$v_{I1} = \frac{v_I}{a_{21}} = \frac{10}{a_{21}} v_G = 11,1 v_G, \quad v_G \geq 0,$$

dok je za negativne vrednosti

$$v_{I1} = \frac{v_I}{a_{22}} = \frac{10}{a_{22}} v_G = 12,5 v_G, \quad v_G < 0.$$

Na slici 2.30c prikazane su prenosne karakteristike  $v_I = f(v_G)$  i  $v_{I1} = g(v_G)$ .



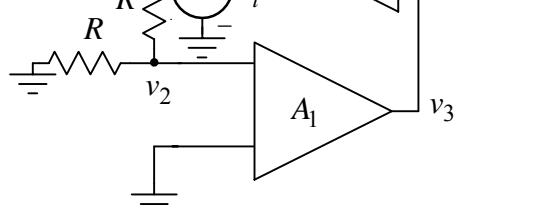
Slika 2.31

Da bi u kolu bila ostvarena negativna povratna sprega fazni stavovi napona  $v_r$  i  $v_t$  moraju se razlikovati u opštem slučaju za  $(2k+1)\pi, k = \dots -1, 0, 1, \dots$ . U našem slučaju ovaj uslov može biti ispunjen na dva načina. Ako je gornji priključak operacionog pojačavača  $A_2$  plus priključak, zbog većeg pojačanja po kolu povratne sprege gde se nalazi pojačavač  $A_1$  njegov priključak  $v_2$  treba da je plus priključak. Ako napon  $v_t$  poraste, za isti iznos porašće i naponi  $v_1$  i  $v_2$ . Zbog operacionog pojačavača  $A_1$  veći je porast naponu  $v_3$  od naponu  $v_1$ .

Da bi u kolu bila ostvarena negativna povratna sprega napon  $v_r$  treba da opada, a ovo će biti ispunjeno kada je donji priključak operacionog pojačavača  $A_1$  minus priključak.

Drugi način povezivanja priključaka koji obezbeđuje negativnu povratnu spregu je da je gornji priključak operacionog pojačavača  $A_2$  minus priključak. Usled ovoga i uslova za primenu negativne povratne sprege,  $\varphi(v_r/v_t) = (2k+1)\pi$ , priključak  $v_2$  treba da je minus priključak operacionog pojačavača  $A_1$ .

Oba načina su teorijski moguća. Praktično je moguć samo drugi način povezivanja operacionih pojačavača u kolo. Naime, zbog kašnjenja signala kroz kolo pojačavača  $A_1$  u prvom slučaju, u kolu će postojati pozitivna povratna sprega, a kolo će biti nestabilno. U drugom slučaju (gornji priključak pojačavača  $A_2$  je minus) i pre povezivanja pojačavača  $A_1$  u kolu pojačavača  $A_2$  je postojala negativna reakcija (lokalna).

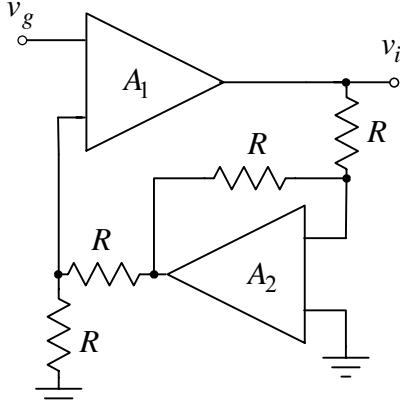


Slika 2.31a

b) Kada je u kolu ostvarena negativna reakcija, tada je

$$v_{i2} = 2v_I \text{ i } (2v_i + v_g)/2 = 0 \Rightarrow a = v_i / v_g = -1/2.$$

2.32. U kolu sa slike 2.32 operacioni pojačavači se mogu smatrati idealnim.



Slika 2.32

- a) Odrediti polaritet ulaznih priključaka operacionih pojačavača tako da u kolu bude ostvarena negativna povratna sprega.  
 b) Pod uslovom iz tačke a) odrediti naponsko pojačanje  $a = v_i / v_g$ .

**Rešenje:**

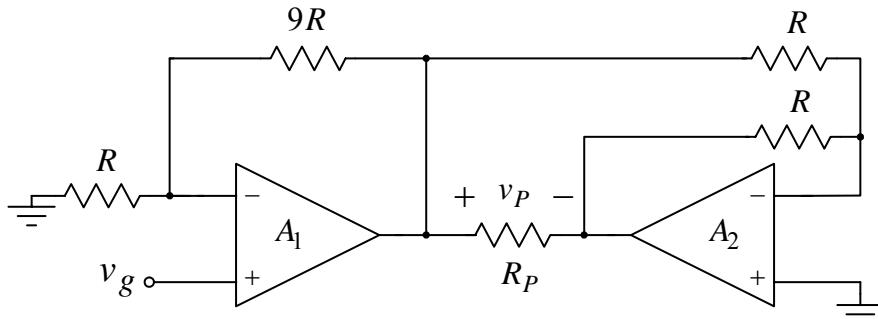
a) Pošto se povratna sprega vraća samo na jedan ulazni priključak operacionih pojačavača, za primenu negativne povratne sprege gornji priključak pojačavača  $A_2$  treba da je minus priključak. Zbog ovoga donji priključak pojačavača  $A_1$  treba da bude plus priključak. Na ovaj način je po kružnom toku signala ostvaren fazni stav od  $\pi$ .

- b) Pojačavač  $A_2$  se nalazi u konfiguraciji jediničnog invertora, pa je

$$v_{i2} = -v_i.$$

Preko razdelnika napona se dobija

$$v_{i2}/2 = -v_i/2 = v_g \Rightarrow a = v_i/v_g = -2.$$



Slika 2.33

neizobličenog napona na potrošaču  $V_{pm\max}$ .

**2.33.** U kolu sa slike 2.33 operacioni pojačavači su idealni, napajaju se iz baterija  $V_{CC} = -V_{EE} = 5\text{ V}$ , dok je  $R = 10\text{ k}\Omega$  i  $R_P = 50\Omega$ .

- a) Odrediti naponsko pojačanje  $a = v_p / v_g$ .  
 b) Odrediti maksimalnu amplitudu simetričnog

**Rešenje:**

- a) U kolu oba operaciona pojačavača ostvarena je negativna povratna sprega, pa je

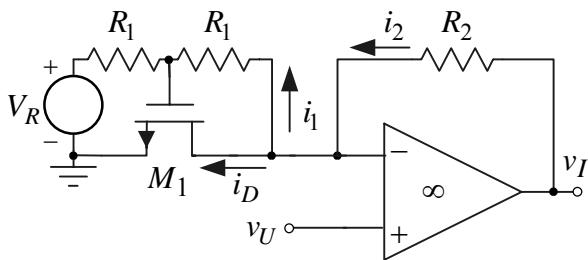
$$v_{A1}^- = v_{A1}^+ = v_g, v_{A2}^- = v_{A2}^+ = 0 \Rightarrow v_P^+ = \left(1 + \frac{9R}{R}\right)v_g = 10v_g \text{ i } v_P^- = -v_P^+ = -10v_g \Rightarrow v_P = v_P^+ - v_P^- = 20v_g \Rightarrow a = v_p / v_g = 20.$$

- b) S obzirom da su naponi na izlazima operacionih pojačavača protivfazni, maksimalna amplituda napona na potrošaču je

$$V_{pm\max} = V_{CC} - V_{EE} = 2V_{CC} = 10\text{ V}.$$

**2.34.** U kolu pojačavača sa slike 2.34 operacioni pojačavač je idealan, parametri MOS tranzistora su  $V_T = 1\text{ V}$  i  $B = \mu_n C_{ox} W/L = 1\text{ mA/V}^2$ , dok je  $R_1 = 1\text{ M}\Omega$ ,  $R_2 = 10\text{ k}\Omega$  i  $V_R > 0\text{ V}$ .

- a) Ako je  $v_U = 0$ , odrediti minimalnu vrednost napona  $V_R = V_{R\min}$  za koju je tranzistor izvan oblasti zakočenja.  
 b) Ako je  $V_R > V_{R\min}$ , pod uslovom iz prethodne tačke, odrediti u kom režimu radi tranzistor.  
 c) Ako tranzistor ostaje u oblasti rada iz prethodne tačke, odrediti zavisnost  $v_I = f(v_U, V_R)$ .



Slika 2.34

Smatrati da je  $i_D \gg i_l$ .

- d) Odrediti zavisnost pojačanja  $a = dv_I / dv_U$  u funkciji referentnog napona  $V_R$ ,  $a = g(V_R)$ .

#### Rešenje:

- a) U kolu je ostvarena negativna povratna sprega, te je

$$v_U = v^+ = v^- = 0 \Rightarrow v_{DS} = 0 \text{ i}$$

$$v_G = \frac{R_1}{R_1 + R_1} V_R = \frac{V_R}{2}.$$

Da bi tranzistor bio izvan oblasti zakočenja, potrebno je da bude ispunjen uslov

$$v_{GS} > V_T \Rightarrow V_R = V_{R\min} = 2V_T = 2V.$$

- b) Pošto je

$$v_{GS} > V_T \text{ i } v_{DS} = 0 < v_{GS} - V_T,$$

tranzistor je u triodnoj oblasti.

- c) Struja drenova MOS tranzistora u triodnoj oblasti je

$$i_D = Bv_{DS} \left( v_{GS} - V_T - \frac{v_{DS}}{2} \right),$$

odakle se dobija da je

$$i_D = Bv_U \left( \frac{V_R + v_U}{2} - V_T - \frac{v_U}{2} \right) = Bv_U \left( \frac{V_R}{2} - V_T \right).$$

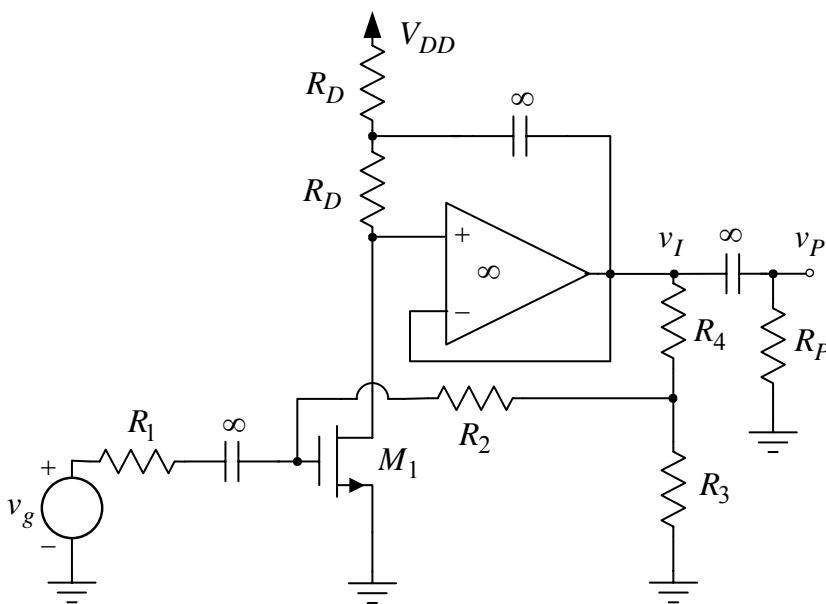
Na osnovu struje drenova dobija se izlazni napon

$$v_I = v_U + R_2 i_2 = v_U + R_2 (i_D + i_l) \approx v_U + R_2 i_D = v_U \left( 1 + BR_2 \left( \frac{V_R}{2} - V_T \right) \right).$$

- d) Naponsko pojačanje je

$$a = \frac{dv_I}{dv_U} = \frac{v_i}{v_u} = 1 + BR_2 \left( \frac{V_R}{2} - V_T \right) = -9 + 5V_R.$$

Kolo predstavlja naponski kontrolisani pojačavač, a pojačanje je linearna funkcija kontrolnog napona  $V_R$ . Kada je tranzistor zakočen pojačanje je najmanje



Slika 2.35

$$a_{\min} = 1.$$

- 2.35. U kolu sa slike 2.35 operacioni pojačavač se može smatrati idealnim, napaja se iz baterije  $V_{DD} = 12V$ , dok je:  $B = 1 \text{ mA/V}^2$ ,  $V_T = 1V$ ,  $\lambda \rightarrow 0$ ,  $R_2 = 33 \text{ k}\Omega$ ,  $R_4 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_D = 10 \text{ k}\Omega$  i  $R_P = 10 \text{ k}\Omega$ .

- a) Odrediti otpornost  $R_3$  tako da napon na izlazu operacionog pojačavača u mirnoj radnoj tački bude  $V_I = V_{DD} / 2$ .
- b) Odrediti otpornost  $R_1$  tako

da naponsko pojačanje bude  $a = v_p / v_g = -10$ .

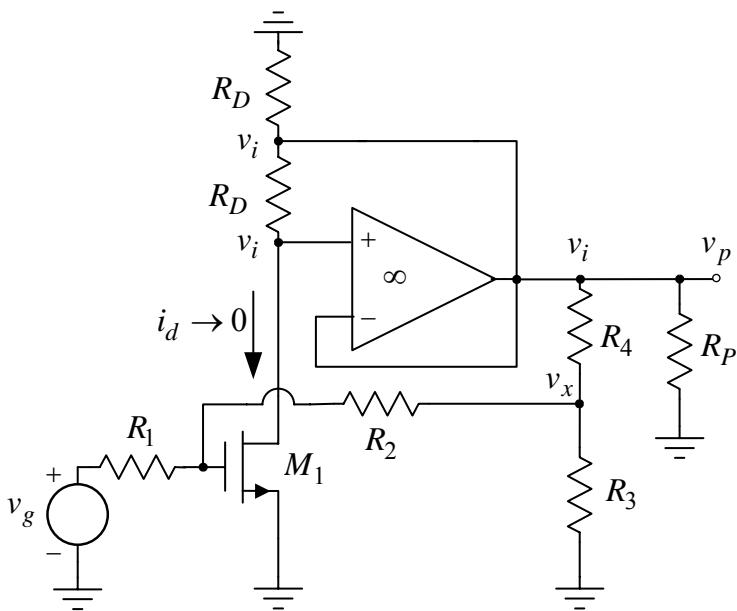
- c) Odrediti otpornost  $R_u$  koju vidi pobudni generator  $v_g$  i otpornost  $R_i$  koju vidi potrošač  $R_P$ .

### Rešenje:

a) U mirnoj radnoj tački kondenzatori su otvorene veze, a pošto je u kolu ostvarena negativna reakcija, to je

$$I_D = \frac{V_{DD} - V_I}{2R_D} = 300\mu A \Rightarrow V_{GS} = V_T + \sqrt{2I_D/B} = 1,77 V,$$

$$V_{GS} = \frac{R_3}{R_3 + R_4} V_I \Rightarrow R_3 = \frac{R_4}{\frac{V_I}{V_{GS}} - 1} = \frac{R_4}{\frac{V_{DD}}{2V_{GS}} - 1} = 4,2 k\Omega.$$



Slika 2.35a

b) Na slici 2.35a je pokazana šema pojačavača za male signale. Pošto je operacioni pojačavač idealan, a u kolu je primenjena negativna povratna sprega, struja dresna jednaka je nuli

$$i_d = 0.$$

Stoga je

$$\begin{aligned} v_{gs} &= 0 \Rightarrow \frac{v_g}{R_1} = -\frac{v_x}{R_4} \Rightarrow \\ v_x &= \frac{R_2 \parallel R_3}{R_4 + R_2 \parallel R_3} v_p, \end{aligned}$$

odakle se dobija naponsko pojačanje

$$a = \frac{v_p}{v_g} = -\frac{1}{\frac{R_1}{R_2 \parallel R_3} \frac{R_4}{R_4 + R_2 \parallel R_3}},$$

odnosno otpornost  $R_1$ ,

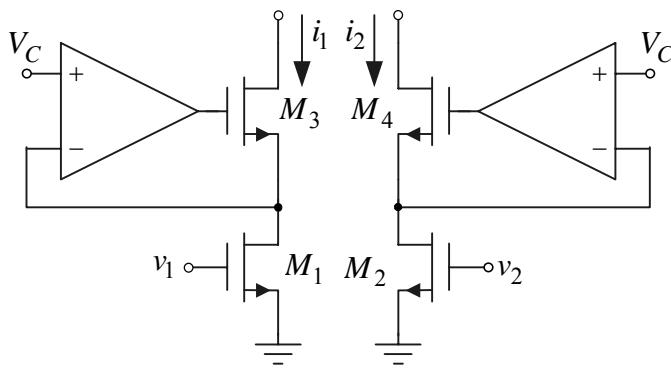
$$R_1 = -\frac{1}{\frac{a}{R_2 \parallel R_3} \frac{R_4}{R_4 + R_2 \parallel R_3}} = 12,2 k\Omega.$$

- c) Prema šemi za male signale otpornost koju vidi pobudni generator je

$$R_u = R_1 = 12,2 k\Omega,$$

a pošto je operacioni pojačavač idealan, otpornost koju vidi potrošač  $R_P$  je

$$R_i = 0.$$



Slika 2.36

2.36. U kolu sa slike 2.36 svi tranzistori su identičnih parametara, a operacioni pojačavači su idealni.

- a) Ako su tranzistori  $M_1$  i  $M_2$  u triodnoj oblasti, odrediti zavisnost  $i_I = f(v_1 - v_2)$ ,  $i_I = i_1 - i_2$ .
- b) Ako je  $v_1 = v_2 = V$ , odrediti opseg vrednosti napona  $V_{min} \leq V \leq V_{max}$  u kojem važi prethodna zavisnost.

**Rešenje:**

a) S obzirom da je u kolu ostvarena negativna povratna sprega i da su operacioni pojačavači idealni, to je

$$v_{DS1} = v_{DS2} = V_C.$$

Prema I Kirhofovom zakonu je

$$i_1 = i_{D3} = i_{D1} \text{ i } i_2 = i_{D4} = i_{D2},$$

a pošto su tranzistori  $M_1$  i  $M_2$  u triodnoj oblasti, to je

$$\begin{aligned} i_1 &= B_1 \left( v_{GS1} - V_T - \frac{v_{DS1}}{2} \right) v_{DS1} = B \left( v_1 - V_T - \frac{V_C}{2} \right) V_C \text{ i} \\ i_2 &= B_2 \left( v_{GS2} - V_T - \frac{v_{DS2}}{2} \right) v_{DS2} = B \left( v_2 - V_T - \frac{V_C}{2} \right) V_C, \end{aligned}$$

odakle se dobija

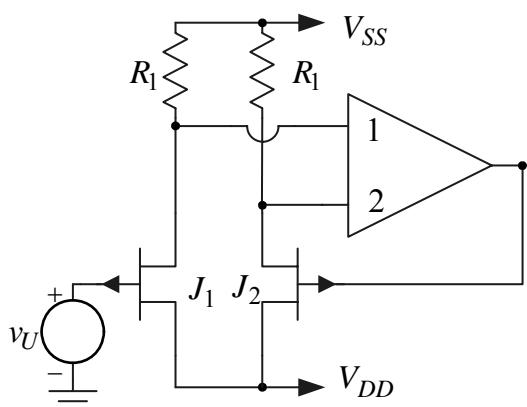
$$i_I = i_1 - i_2 = BV_C \left( \left( v_1 - V_T - \frac{V_C}{2} \right) - \left( v_2 - V_T - \frac{V_C}{2} \right) \right) = BV_C (v_1 - v_2).$$

b) Minimalna vrednost napona  $V$  određena je zakočenjem tranzistora  $M_1$  i  $M_2$

$$V_{\min} = V_T,$$

dok je maksimalna vrednost ovog napona određena izlaskom istih tranzistora iz triodne oblasti

$$V_{\max} = V_C + V_T.$$



Slika 2.37

**2.37.** U pojačavaču sa slike 2.37 operacioni pojačavač je idealan i napaja se iz baterija  $V_{SS} = -V_{DD} = 12 \text{ V}$ . Parametri JFET-ova su:  $V_P = 2 \text{ V}$ ,  $I_{DSS} = 4 \text{ mA}$  i  $\lambda \rightarrow 0$ , dok je  $R_L = 100 \text{ k}\Omega$ .

- a) Odrediti polaritet ulaznih priključaka operacionog pojačavača tako da u kolu bude ostvarena negativna reakcija.
- b) Ako su tranzistori u zasićenju, odrediti zavisnost  $v_I = f(v_U)$ .
- c) Odrediti opseg ulaznog napona  $v_{U\min} \leq v_U \leq v_{U\max}$  u kojem važi prethodna zavisnost.

**Rešenje:**

a) S obzirom na to da je gornji priključak tranzistora  $J_2$  sors, priključak 2 operacionog pojačavača treba da je minus priključak. Ovako se postiže da je fazni stav po kružnom toku signala  $\pi$ .

b) S obzirom da je pojačanje pojačavača  $a \rightarrow \infty$ , potencijali sorsa oba tranzistora su jednaki, a pošto su i otpornici u sorsu jednaki i struje drejna međusobno su im jednake, odnosno naponi gejt-sors. Na osnovu prethodnog se zaključuje da je

$$v_I = v_U.$$

c) Kada su tranzistori u zasićenju struje drejna su im jednake. Minimalna vrednost ulaznog napona određena je ulaskom tranzistora  $J_1, J_2$  u triodnu oblast

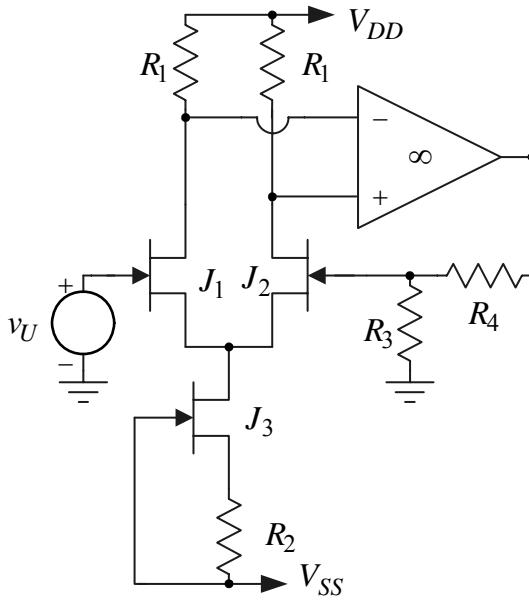
$$v_{U\min} = V_{DD} - v_{DG\max} = V_{DD} + V_P = -10 \text{ V}.$$

Maksimalna vrednost ulaznog napona može biti određena ulaskom u zakočenje tranzistora  $J_1, J_2$ ,

$$v_{U\max} = V_{SS} + v_{GS\max} = V_{SS} + V_P = 14 \text{ V}.$$

Međutim, ovo nije ograničavajući faktor. Pošto će pre toga izlaz operacionog pojačavača otici u pozitivno zasićenje, ovo određuje maksimalnu vrednost ulaznog napona

$$v_{U \max} = v_{I \max} = V_{SS} = 12 \text{ V}.$$



Slika 2.38

jednaki, pa je u mirnoj radnoj tački

$$V_U = 0 \Rightarrow V_I = 0.$$

Tranzistor  $J_3$  sa otpornikom  $R_2$  čini strujni izvor, tako da je

$$I_{D3} = 2I_{D1} \Rightarrow R_2 = \frac{V_P \left(1 - \sqrt{I_{D3}/I_{DSS}}\right)}{I_{D3}} = \frac{V_P \left(1 - \sqrt{2I_{D1}/I_{DSS}}\right)}{2I_{D1}} = 1,33 \text{ k}\Omega.$$

Pošto su naponi na gejtovima diferencijalnog para jednaki, to je

$$v_{G2} = v_{G1} = v_U \text{ i } \frac{v_U}{R_3} = \frac{v_I}{R_3 + R_4} \Rightarrow \frac{v_I}{v_U} = 1 + \frac{R_4}{R_3}.$$

Iz uslova da je naponsko pojačanje

$$a = v_i / v_u = 10 = 1 + R_4 / R_3,$$

dobija se otpornost  $R_4$ ,

$$R_4 = R_3(a - 1) = 9R_3 = 9 \text{ k}\Omega.$$

**b)** Zbog negativne povratne sprege i pored različitih napona praga struje drezna diferencijalnog para ostaju međusobno jednake. Pošto je

$$I_{D1} + I_{D2} = 2I_{D1} = I_{D3} \Rightarrow I_{D1} = I_{D2} = I_{D3}/2.$$

Napon na gejtu JFET-a  $J_2$  u mirnoj radnoj tački je

$$V_{G2} = V_{GS2} - V_{GS1} = V_{P2} \left(1 - \sqrt{\frac{I_{D1}}{I_{DSS}}}\right) - V_{P1} \left(1 - \sqrt{\frac{I_{D1}}{I_{DSS}}}\right) = (V_{P1} - V_{P2}) \left(\sqrt{\frac{I_{D1}}{I_{DSS}}} - 1\right),$$

pa je izlazni napon

$$V_I = \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) V_{G2} = \left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) (V_{P1} - V_{P2}) \left(\sqrt{\frac{I_{D1}}{I_{DSS}}} - 1\right) = 164 \text{ mV}.$$

**2.39.** U kolu sa slike 2.39 operacioni pojačavači su idealni, napajaju se iz baterija  $V_{CC} = -V_{EE} = 12 \text{ V}$ , dok je  $R = 10 \text{ k}\Omega$ .

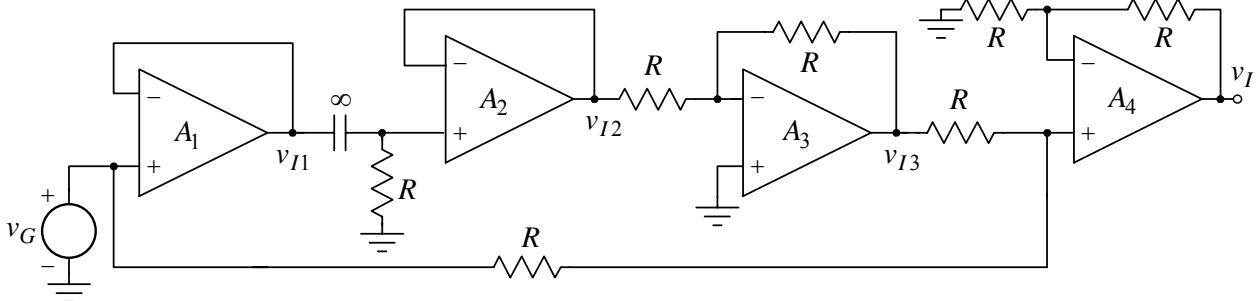
**2.38.** U pojačavaču sa slike 2.38 operacioni pojačavač je idealan i napaja se iz baterija  $V_{DD} = -V_{SS} = 12 \text{ V}$ . Parametri JFET-ova su:  $V_P = -1,2 \text{ V}$ ,  $I_{DSS} = 2,5 \text{ mA}$  i  $\lambda \rightarrow 0$ , dok je  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$  i  $R_3 = 1 \text{ k}\Omega$

- a) Odrediti otpornosti  $R_2$  i  $R_4$  tako da je struja drezna u mirnoj radnoj tački  $I_{D1} = 250 \mu\text{A}$ , a naponsko pojačanje  $a = v_i / v_u = 10$ .
- b) Ako je  $V_{P1} = 1,01V_P$  i  $V_{P2} = 0,99V_P$ , odrediti vrednost izlaznog napona u mirnoj radnoj tački.

### Rešenje:

a) U kolu je primenjena negativna povratna sprega usled čega su struje drezna međusobno jednake. Naponi gejt-sors diferencijalnog para takođe su

- a) Ako je  $v_G = V_{G0} + V_m \sin(2\pi ft)$ ,  $V_{G0} = 5\text{V}$  i  $f = 1\text{kHz}$ , odrediti napone na izlazima svih operacionih pojačavača.
- b) Odrediti maksimalnu amplitudu napona pobudnog generatora  $V_{m\max}$ , za koju se na izlazima svih operacionih pojačavača dobija neizobličen napon.
- c) Odrediti otpornost koju vidi pobudni generator.

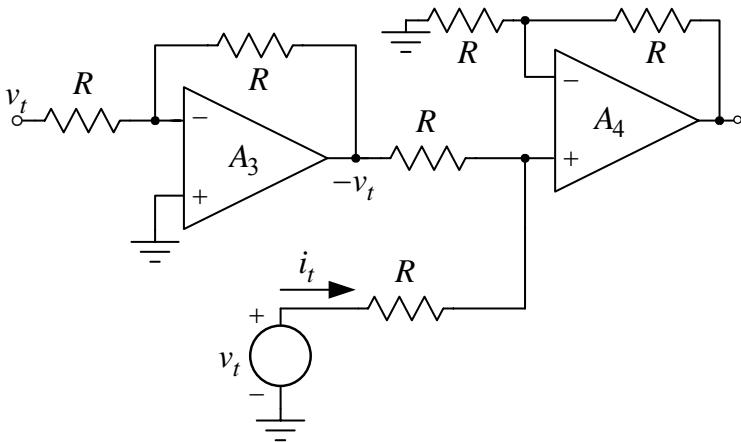


Slika 2.39

**Rešenje:**

a) Pošto su operacioni pojačavači idealni, a u kolu je ostvarena negativna povratna sprega, to je

$$\begin{aligned} v_{I1}(t) &= v_G(t), \quad v_{A2}^+(t) = V_m \sin(2\pi ft), \quad v_{I2}(t) = v_{A2}^+(t) = V_m \sin(2\pi ft), \\ v_{I3}(t) &= -\frac{R}{R} v_{I2}(t) = -v_{I2}(t) = -V_m \sin(2\pi ft), \quad v_{A4}^+(t) = \frac{v_G(t) + v_{I3}(t)}{2} = \frac{V_{G0}}{2} = 2,5\text{V} \text{ i} \\ v_I(t) &= \left(1 + \frac{R}{R}\right) v_{A4}^+(t) = 2v_{A4}^+(t) = V_{G0} = 5\text{V} \end{aligned}$$



Slika 2.39a

određuje otpornost koju vidi pobudni generator. Prema ovoj slici je

$$v_{I1} = v_t, \quad v_{I2} = v_t, \quad v_{I3} = -v_t \text{ i } i_t = \frac{v_t - v_{I3}}{2R} = \frac{2v_t}{2R} = \frac{v_t}{R},$$

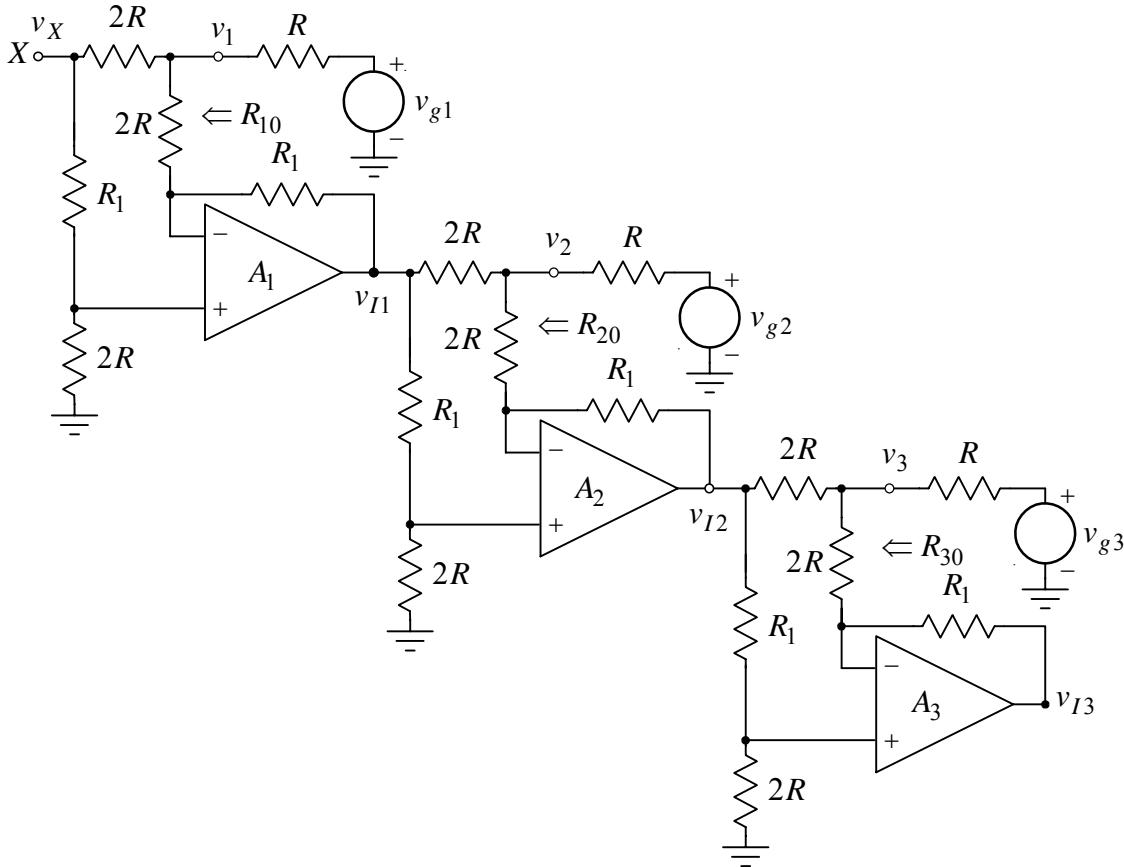
odakle se dobija da je otpornost koju vidi pobudni generator

$$R_u = v_t / i_t = R = 10\text{k}\Omega.$$

**2.40.** U kolu sa slike 2.40 operacioni pojačavači se mogu smatrati idealnim, a poznato je:  $R = 50\Omega$  i  $R_1 = 323,6\Omega$ .

- a) Ako je  $v_X = 0$  odrediti otpornosti koje se vide na priključcima 1, 2 i 3,  $R_{10}, R_{20}$  i  $R_{30}$ .
- b) Ako je  $v_X = 0$ ,  $v_{g2} = 0$  i  $v_{g3} = 0$ , a  $v_{g1} = 1\text{V} \sin(2\pi ft)$  odrediti napone na priključcima  $v_2$  i  $v_3$ .

- c) Ponoviti prethodnu tačku ako je priključak 2 otvoren ( $i_{g2} = 0$ ).
- d) Ponoviti tačku b) ako je priključak 2 kratkospojen sa masom.
- e) Ako je izlaz poslednjeg operacionog pojačavača dovede na ulaz prvog operacionog,  $v_X = v_{I3}$ , ponoviti tačku b).
- f) Ako je  $v_{g1} = 0$ ,  $v_{g2} = 1V \sin(2\pi ft)$  i  $v_{g3} = 0$ , odrediti napone na priključcima  $v_1$  i  $v_3$ .



Slika 2.40

**Rešenje:**

- a) Operacioni pojačavači su idealni, pa su im izlazne otpornosti jednake nuli. Stoga je

$$R_{10} = R_{20} = R_{30} = 2R \parallel 2R = R = 50\Omega .$$

Pošto je ista i unutrašnja otpornost generatora  $v_{gj}, j=1,2,3$ , ostvareno je prilagođenje po snazi.

- b) S obzirom na prethodni rezultat

$$v_1(t) = \frac{R}{R+R} v_{g1}(t) = \frac{v_{g1}(t)}{2} = 0,5V \cdot \sin(2\pi ft) .$$

Napon na plus priključku operacionog pojačavača  $A_1$  je nula, pa je

$$v_{i1}(t) = -(R_1 / 2R) v_1(t) = -1,618V \cdot \sin(2\pi ft) .$$

Napon na plus priključku drugog operacionog pojačavača je

$$v_{A2}^+ = \frac{2R}{2R + R_1} v_{i1} ,$$

pa se primenom I Kirhofovog zakona dobija

$$\frac{v_{i1} - v_2}{2R} = \frac{v_2 - v_{A2}^+}{2R} + \frac{v_2}{R} \Rightarrow$$

$$v_2(t) = \frac{1}{4} \frac{4R + R_1}{2R + R_1} v_{i1}(t) = -\frac{R_1}{8R} \frac{4R + R_1}{2R + R_1} v_{g1}(t) = -\frac{1}{2} v_{g1}(t) = -0,5V \cdot \sin(2\pi ft) .$$

Kada se znaju naponi  $v_{i1}$  i  $v_2$ , primenom principa superpozicije dobija se

$$v_{i2} = \frac{2R}{2R+R_1} \left( 1 + \frac{R_1}{2R} \right) v_{i1} - \frac{R_1}{2R} v_2 = v_{i1} - \frac{R_1}{2R} v_2 = v_{i1} \left( 1 - \frac{R_1}{8R} \frac{4R+R_1}{2R+R_1} \right) = v_{i1} \frac{16R^2 + 4RR_1 - R_1^2}{8R(2R+R_1)} \Rightarrow \\ v_{i2} = 1,794 \cdot 10^{-5} v_{i1} \approx 0.$$

Po analogiji sa naponom  $v_2$  može se dobiti i napon na priključku 3:

$$v_3 = \frac{1}{4} \frac{4R+R_1}{2R+R_1} v_{i2} = 5,544 \cdot 10^{-6} v_{i1} \approx 0.$$

Napon na izlazu poslednjeg operacionog pojačavača je

$$v_{i3} = 1,794 \cdot 10^{-5} v_{i2} = (1,794 \cdot 10^{-5})^2 v_{i1} \approx 0.$$

c) Kada je otvoren priključak 2,  $i_{g2} = 0$ , napon na izlazu operacionog pojačavača  $A_1$  se ne menja ( $R_{i1} = 0$ )

$$v_1(t) = 0,5V \cdot \sin(2\pi ft), \quad v_{i1}(t) = -(R_1/2R)v_1(t) = -1,618V \cdot \sin(2\pi ft),$$

dok je

$$v_2(t) = \frac{1}{2} \left( v_{i1}(t) + \left( \frac{2R}{2R+R_1} \right) v_{i1}(t) \right) = \frac{1}{2} \frac{4R}{2R+R_1} v_{i1}(t) = -1V \cdot \sin(2\pi ft).$$

Kao što se vidi ova vrednost je dva puta veća od vrednosti kada je priključak 2 prilagođen potrošaču po snazi.

Napon na izlazu drugog operacionog pojačavača je

$$v_{i2}(t) = \frac{2R}{2R+R_1} \left( 1 + \frac{R_1}{4R} \right) v_{i1}(t) - \frac{R_1}{4R} v_{i1}(t) = v_{i1}(t) \frac{8R^2 - R_1^2}{4R(2R+R_1)} = -v_{i1}(t) = 1,618V \cdot \sin(2\pi ft),$$

odakle se dobija

$$v_3(t) = \frac{1}{4} \frac{4R+R_1}{2R+R_1} v_{i2}(t) = 0,309 \cdot v_{i2}(t) = 0,5V \cdot \sin(2\pi ft).$$

d) Kada je priključak dva uzemljen, tada je

$$v_{i2}(t) = \frac{2R}{2R+R_1} \left( 1 + \frac{R_1}{2R} \right) v_{i1}(t) = v_{i1}(t) = -1,618V \cdot \sin(2\pi ft) \text{ i} \\ v_3(t) = \frac{1}{4} \frac{4R+R_1}{2R+R_1} v_{i2}(t) = 0,309 \cdot v_{i2}(t) = -0,5V \cdot \sin(2\pi ft).$$

e) Kada se izlaz operacionog pojačavača  $A_3$  doveđe na ulaz X, naponi u kolu se neće promeniti u odnosu na tačku b)

$$v_1 = 0,5V \cdot \sin(2\pi ft), \quad v_2 = -0,5V \cdot \sin(2\pi ft) \text{ i } v_3(t) \approx 0.$$

f) Sada je priključak 2 generator dok su priključci 1 i 3 prilagođeni potrošači. Zbog simetrije kola sada je

$$v_2 = 0,5V \cdot \sin(2\pi ft), \quad v_3 = -0,5V \cdot \sin(2\pi ft) \text{ i } v_1(t) \approx 0.$$

Kolo obavlja funkciju cirkulatora.

**2.41.** U kolu sa slike 2.41 upotrebljeni su idealni operacioni pojačavači koji se napajaju iz baterije  $V_{CC} = 5V$ , dok je:  $v_g = V_m \sin(2\pi ft)$ ,  $f = 1\text{kHz}$ ,  $R = 10\text{k}\Omega$ ,  $R_1 = 50\Omega$  i  $R_P = 600\Omega$ .

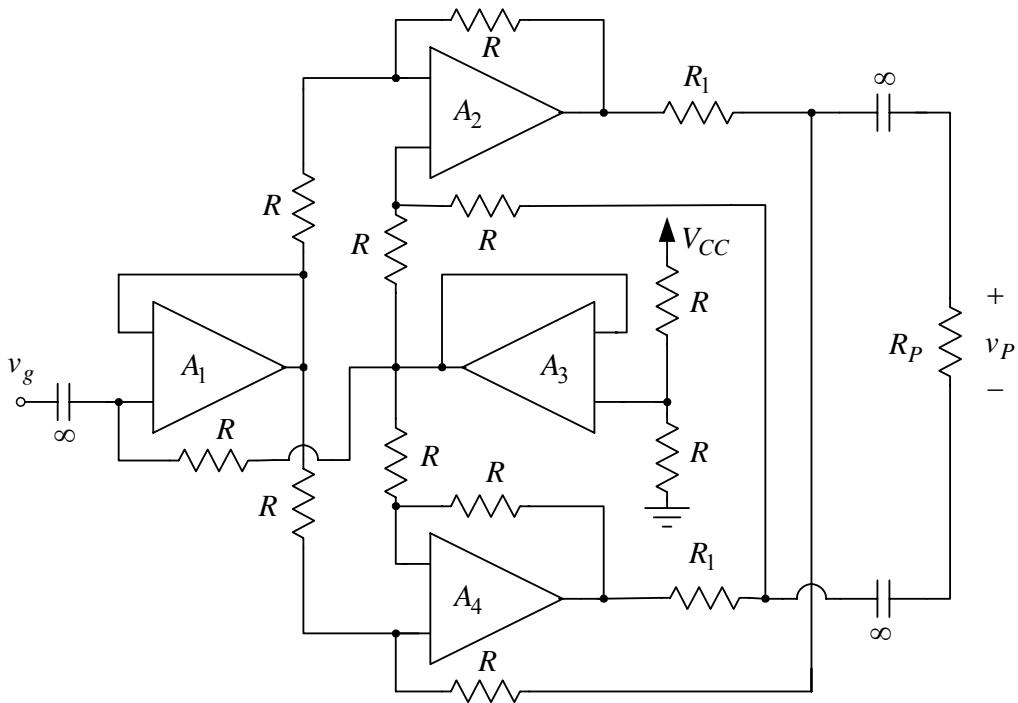
a) Odrediti polaritet ulaznih priključaka operacionih pojačavača  $A_1 - A_4$  tako da u kolu bude ostvarena negativna povratna sprega.

Pod uslovom iz tačke a) odrediti:

b) zavisnost  $v_P(v_g)$  u funkciji parametara kola;

c) otpornost koju vidi potrošač  $R_P$ ;

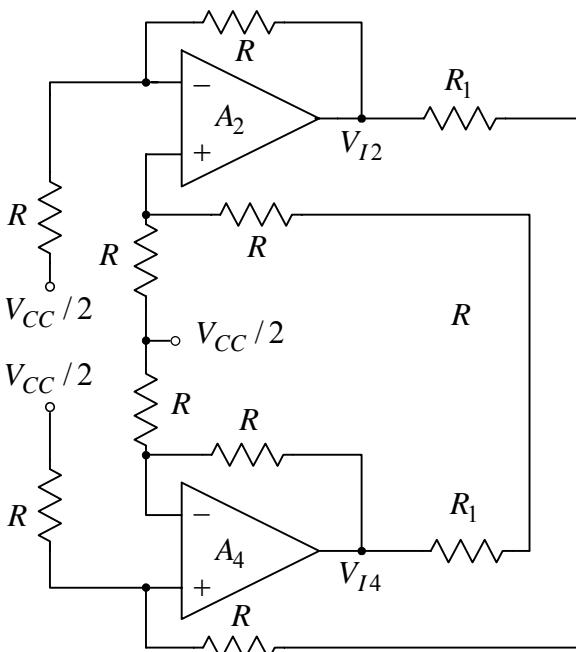
d) maksimalnu vrednost amplitude  $V_{m\max}$  pri kojoj još uvek važi zavisnost iz tačke b).



Slika 2.41

### Rešenje:

a) Operacioni pojačavači  $A_1$  i  $A_3$  imaju povratnu spregu vraćenu samo na jedan ulaz. Po kružnom toku signala fazni stav treba da je  $\pi$ , pa su stoga gornji ulazni priključci ovih pojačavača minus priključci. Na osnovu faznih stavova i vrednosti otpornosti u kolu pojačavača za primenu negativne povratne sprege potrebno da gornji ulazni priključci pojačavača  $A_2$  i  $A_4$  budu minus priključci.



Slika 2.41a

b) Zbog ostvarene negativne povratne sprege kolo je linearno. Stoga ćemo primeniti princip superpozicije delovanja baterije za napajanje i pobudnog generatora  $v_g$ . Kada deluje samo baterija  $V_{CC}$  ekvivalentno kolo pojačavača je prikazano na slici 2.41a. Prema ovoj slici je:

$$V_{I1} = V_{I3} = V_{CC}/2 = 2,5 \text{ V},$$

$$V_{A2}^+ = \frac{1}{2} \left( \frac{V_{CC}}{2} + V_{I4} \right) \text{ i } V_{I2} = -\frac{V_{CC}}{2} + 2V_{A2}^+,$$

odakle se dobija da je

$$V_{I2} = V_{I4}.$$

Pošto je

$$V_{A4}^+ = \frac{R}{2R + R_1} V_{I2} + \frac{R + R_1}{2R + R_1} \frac{V_{CC}}{2} \text{ i}$$

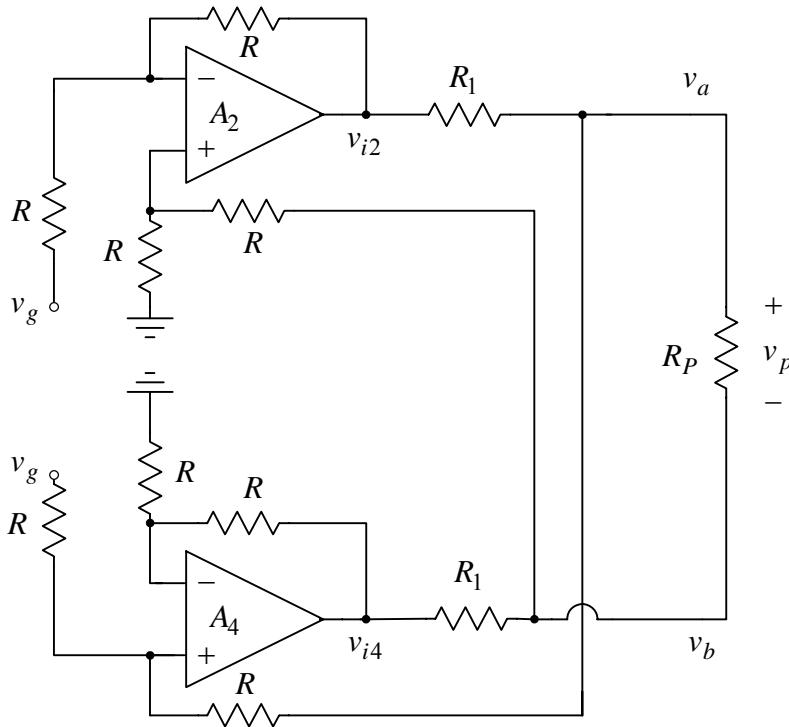
$$V_{I4} = -\frac{V_{CC}}{2} + 2V_{A4}^+,$$

smenom se dobijaju jednosmerne vrednosti napona na izlazima pojačavača  $A_2$  i  $A_4$ :

$$V_{I2} = V_{I4} = V_{CC}/2 = 2,5 \text{ V}.$$

S obzirom da je potrošač kapacitivno spregnut sa kolom pojačavača

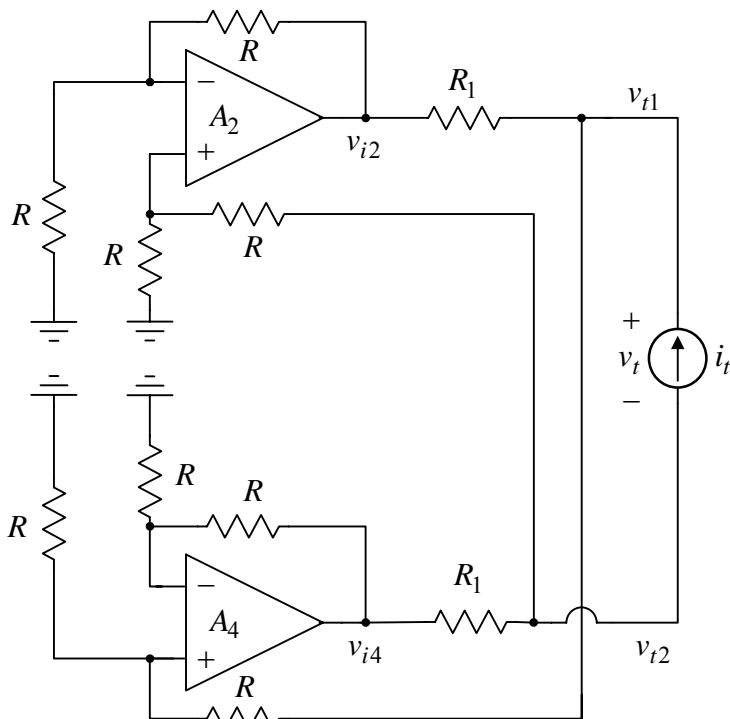
$$V_P(V_{CC}) = 0.$$



Slika 2.41b

sabiranjem i oduzimanjem se dobija

$$2v_a = v_g (1 - 0,92) \text{ i } 2v_b = v_g (1 + 0,92) \Rightarrow v_a = 0,04v_g \text{ i } v_b = 0,96v_g \Rightarrow \\ v_{i4} = v_g + v_a = 1,04v_g \text{ i } v_{i2} = -v_g + 0,96v_g = -0,04v_g.$$



Slika 2.41c

d) Primenom principa superpozicije za napone na izlazima operacionih pojačavača se dobija

Ekvivalentna šema kola kada u8 kolu deluje samo generator  $v_g$  prikazana je na slici 2.41b. Prema ovoj slici je

$$v_{i2} = -v_g + v_b, \quad v_{i4} = v_g + v_a,$$

$$\frac{v_{i2} - v_a}{R_1} = \frac{v_a - v_g}{2R} + \frac{v_i}{R_P} \text{ i}$$

$$\frac{v_{i4} - v_b}{R_1} = \frac{v_b - v_g}{2R} - \frac{v_i}{R_P}.$$

Sabiranjem prethodne dve jednakosti dobija se

$$v_a + v_b = v_g,$$

dok njihovo oduzimanje daje

$$\frac{v_p}{v_g} = \frac{\frac{1}{2R} - \frac{2}{R_1}}{\frac{1}{2R} + \frac{2}{R_1} + \frac{2}{R_P}} \approx -0,92.$$

Pošto je

$$v_a + v_b = v_g \text{ i } v_a - v_b = v_p,$$

c) Na slici 2.41c prikazana je šema iz koje se određuje otpornost koju vidi potrošač  $R_P$ . Prema ovoj slici je

$$i_t = \frac{v_{t1}}{2R} + \frac{v_{t1} - v_{t2}}{R_1} \text{ i}$$

$$i_t = -\frac{v_{t2}}{2R} + \frac{v_{t1} - v_{t2}}{R_1}.$$

Sabiranjem prethodnih jednakosti dobija se

$$2i_t = \frac{v_{t1} - v_{t2}}{2R} + \frac{2}{R_1}(v_{t1} - v_{t2}),$$

odnosno

$$2i_t = v_t \left( \frac{1}{2R} + \frac{2}{R_1} \right),$$

odakle se dobija otpornost koju vidi potrošač

$$R_i = \frac{v_t}{i_t} = \frac{2}{\frac{1}{2R} + \frac{2}{R_1}} = \frac{2(2RR_1)}{4R + R_1} \Rightarrow$$

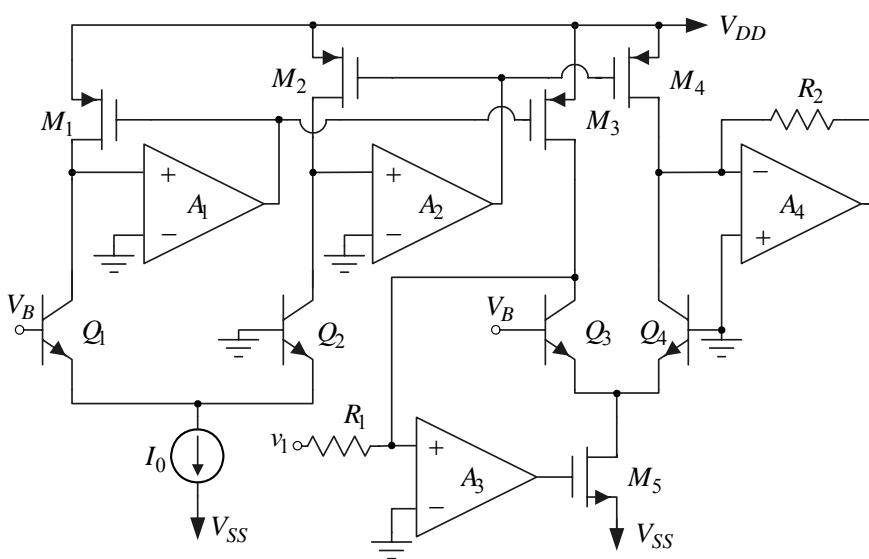
$$R_i = 4R \parallel R_1 \approx R_1 = 50\Omega.$$

$$v_{I1} = \frac{V_{CC}}{2} + v_g, \quad v_{I2} = \frac{V_{CC}}{2} - 0,04v_g, \quad v_{I3} = \frac{V_{CC}}{2} \text{ i } v_{I4} = \frac{V_{CC}}{2} + 1,04v_g.$$

Očito je da je maksimalna amplituda napona pobudnog generatora određena ulaskom operacionog pojačavača  $A_4$  u zasićenje:

$$V_{m\max} = \frac{V_{CC}/2}{1,04} = 2,4V.$$

**2.42.** U kolu sa slike 2.42 operacioni pojačavači su idealni, svi bipolarni tranzistori su identičnih karakteristika sa  $\beta_F \rightarrow \infty$  i  $V_{CES} = 0,2V$ , parametri MOS tranzistora su:  $B = 1\text{mA/V}^2$ ,  $|V_T| = 1V$  i  $\lambda \rightarrow 0$ , dok je:  $V_{DD} = -V_{SS} = 5V$ ,  $I_0 = 500\mu\text{A}$  i  $R_1 = R_2 = 10\text{k}\Omega$ .



Slika 2.42

- a) Ako je  $V_B = 0$  i  $v_1 = 0$  odrediti sve struje drenova, kao i sve kolektorske struje u kolu.
- b) Ako su svi tranzistori u aktivnim režimima, odrediti zavisnost  $v_2 = f(v_1, V_B)$ , a zatim objasniti funkciju kola.
- c) Ako je  $V_B = 0$ , odrediti opseg vrednosti napona  $v_{1\min} < v_1 < v_{1\max}$ , za koji važi zavisnost iz prethodne tačke. Smatrati da je  $v_{BE\max} = 0,75V$ .

### Rešenje:

a) Kada je  $v_B = 0$  kolektorske struje tranzistora  $Q_1$  i  $Q_2$  međusobno su jednake

$$i_{C1} = i_{C2} = I_0 / 2 = 250\mu\text{A}.$$

Tranzistori  $M_1 - M_3$  i  $M_2 - M_4$  čine strujno ogledalo, te je

$$i_{D1} = i_{C1} = i_{D3} = 250\mu\text{A} \text{ i } i_{D2} = i_{C2} = i_{D4} = 250\mu\text{A}.$$

Pošto je

$$v_1 / R_1 = 0 \Rightarrow i_{C3} = i_{C4} = i_{D3} = i_{D4} = 250\mu\text{A} \Rightarrow$$

$$v_2 = 0 \text{ i } i_{D5} = i_{C3} + i_{C4} = 2i_{C3} = I_0 = 500\mu\text{A}.$$

b) Sva četiri bipolarna tranzistora rade u direktnom aktivnom režimu pošto je  $v_{CB} = 0$ , te je

$$v_B = v_{BE1} - v_{BE2} = V_T \ln \frac{i_{C1}}{I_{S1}} - V_T \ln \frac{i_{C2}}{I_{S2}} = V_T \ln \frac{i_{C1}}{i_{C2}},$$

$$v_B = v_{BE3} - v_{BE4} = V_T \ln \frac{i_{C3}}{I_{S3}} - V_T \ln \frac{i_{C4}}{I_{S4}} = V_T \ln \frac{i_{C3}}{i_{C4}},$$

odakle se dobija

$$i_{C1} i_{C4} = i_{C3} i_{C2}.$$

Dalja primena Kirhofovih zakona daje:

$$i_{D3} = i_{D1} = i_{C1}, \quad i_{D4} = i_{D2} = i_{C2}, \quad i_{D3} + \frac{v_1}{R_1} = i_{C3} \text{ i } i_{D4} + \frac{v_2}{R_2} = i_{C4},$$

a posle smene postaje

$$\begin{aligned} \frac{i_{C1}}{i_{C2}} &= \frac{i_{C3}}{i_{C4}} = \frac{i_{D3} + \frac{v_1}{R_1}}{i_{D4} + \frac{v_2}{R_2}} = \frac{i_{C1} + \frac{v_1}{R_1}}{i_{C2} + \frac{v_2}{R_2}} \Rightarrow i_{C1} \left( i_{C2} + \frac{v_2}{R_2} \right) = i_{C2} \left( i_{C1} + \frac{v_1}{R_1} \right) \Rightarrow \\ v_2 &= \frac{R_2}{R_1} v_1 \frac{i_{C2}}{i_{C1}} = \frac{R_2}{R_1} v_1 e^{-\frac{v_B}{V_t}} = v_1 e^{-\frac{v_B}{V_t}}. \end{aligned}$$

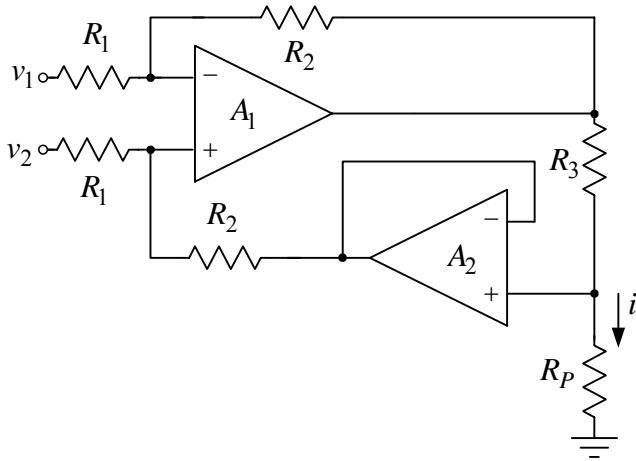
Na osnovu poslednjeg izraza se zaključuje da kolo predstavlja kontrolisani pojačavač (oslabljivač), čije se pojačanje podešava kontrolnim naponom  $v_B$ .

c) Minimalna vrednost napona  $v_1$  određena je zakočenjem tranzistora  $Q_3, Q_4$ :

$$v_{1\min} = -R_1 I_0 / 2 = -2,5 \text{ V},$$

dok je maksimalna vrednost ovog napona određena zasićenjem operacionog pojačavača  $A_4$ :

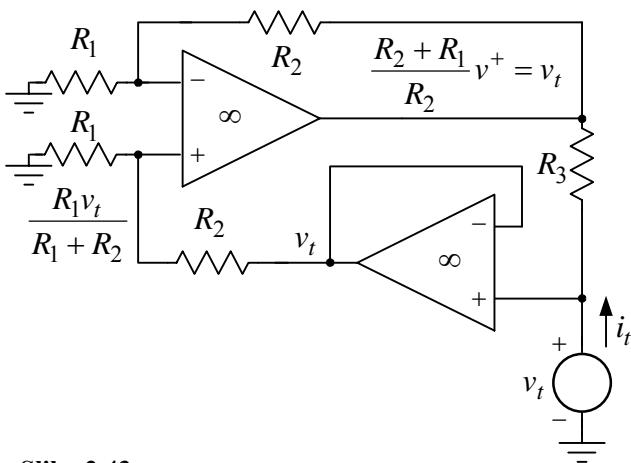
$$v_{1\max} = v_{2\max} = V_{CC} = 5 \text{ V}.$$



Slika 2.43

Pošto je

$$\frac{v_1 - v_{A1}}{R_1} = \frac{v_{A1} - v_{I1}}{R_2} \text{ i } \frac{v_2 - v_{A1}}{R_1} = \frac{v_{A1} - v_{I2}}{R_2} \text{ i } i = \frac{v_{I1} - v_{I2}}{R_3},$$



Slika 2.43a

**2.43.** U kolu sa slike 2.43 operacioni pojačavači se mogu smatrati idealnim.

- a) Odrediti zavisnost struje potrošača u funkciji napona  $v_1$  i  $v_2$ ,  $i = f(v_1, v_2)$ .
- b) Odrediti otpornost  $R_i$  koju vidi potrošač  $R_P$ .
- c) Odrediti diferencijalnu ulaznu otpornost  $R_u$ .

#### Rešenje:

- a) S obzirom da u kolu postoji negativna povratna sprega, to je

$$v_{A1}^+ = v_{A1}^- = v_{A1}, \quad v_{A2}^+ = v_{A2}^- = v_{I2}.$$

$$v_{A1}^+ = v_{A1}^- = v_{A1}, \quad v_{A2}^+ = v_{A2}^- = v_{I2},$$

smenom se dobija

$$v_{I1} = -\frac{R_2}{R_1} v_1 + \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) v_{A1},$$

$$v_{I2} = -\frac{R_2}{R_1} v_2 + \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) v_{A1} \text{ i}$$

$$i = \frac{v_{I1} - v_{I2}}{R_3} = \frac{R_2}{R_1 R_3} (v_2 - v_1).$$

Struja potrošača proporcionalna je razlici napona  $v_2$  i  $v_1$  i ne zavisi od otpornosti potrošača, što znači da je kolo naponski kontrolisani strujni izvor.

**b)** Na slici 2.43a prikazana je šema za male signale iz koje se određuje izlazna otpornost  $R_i = v_t / i_t$ . Prema oznakama na slici zaključuje se da je struja test generatora

$$i_t = \frac{v_t - v_{i1}}{R} = \frac{v_t - v_t}{R} = 0 \Rightarrow R_i = v_t / i_t \rightarrow \infty.$$

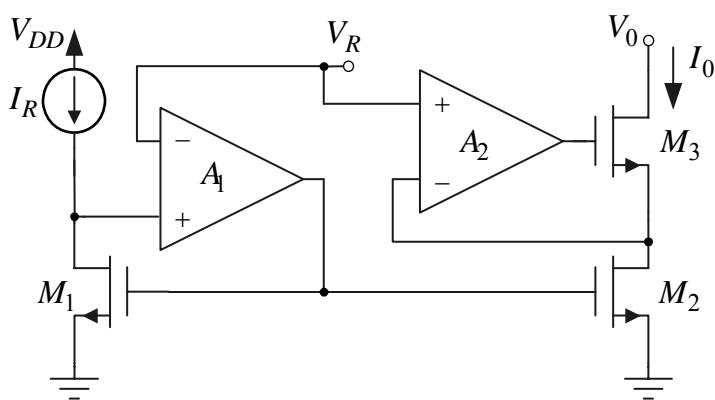
**c)** S obzirom da je

$$v_{A1}^+ = v_{A1}^- = v_{A1},$$

diferencijalna ulazna otpornost je

$$R_u = 2R_1.$$

**2.44.** U kolu strujnog izvora upotrebljeni su tranzistori sa:  $B = \mu_n C_{ox} W / L = 2 \text{ mA/V}^2$ ,  $V_T = 0,7 \text{ V}$  i  $\lambda = 0,04 \text{ V}^{-1}$ , dok je  $V_{DD} = 3 \text{ V}$  i  $I_R = 50 \mu\text{A}$ .



Slika 2.44

- a) Ako su operacioni pojačavači idealni, odrediti struju strujnog izvora  $I_0$ .
- b) Odrediti vrednost napona  $V_R$  tako da se ostvari najmanja minimalna vrednost napona  $V_0$  za koju su svi MOS tranzistori u zasićenju. Zanemariti uticaj Earlyjevog efekta.  
Ako je naponsko pojačanje operacionih pojačavača  $a = 50$ , dok su im sve ostale karakteristike idealne, odrediti:
- c) izlaznu otpornost strujnog izvora  $R_o$ ;
- d) otpornost  $R_R$  koju vidi strujni izvor  $I_R$ .

### Rešenje:

**a)** Struje drejna tranzistora  $M_1$  i  $M_2$  su

$$I_{D1} = \frac{B}{2}(V_{GS1} - V_T)(1 + \lambda V_{DS1}) \text{ i } I_{D2} = \frac{B}{2}(V_{GS2} - V_T)(1 + \lambda V_{DS2}),$$

$$B_1 = B_2 = B, V_{T1} = V_{T2} = V_T, \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda.$$

Zbog ostvarene negativne povratne sprege u kolu, naponi drejn-sors tranzistora  $M_1$  i  $M_2$  međusobno su jednaki

$$V_{DS1} = V_{DS2} = V_R, V_{GS1} = V_{GS2} \text{ i } I_{D1} = I_R,$$

tako da je

$$\frac{I_{D1}}{I_{D2}} = \frac{\frac{B}{2}(V_{GS1} - V_T)(1 + \lambda V_{DS1})}{\frac{B}{2}(V_{GS2} - V_T)(1 + \lambda V_{DS2})} = 1 \Rightarrow I_0 = I_{D3} = I_{D2} = I_{D1} = I_R = 50 \mu\text{A}.$$

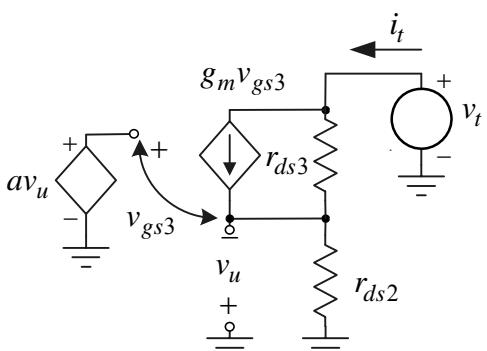
Jakom negativnom povratnom spregom izjednačavaju se naponi drejn-sors tranzistora  $M_1$  i  $M_2$ , čime se postiže precizno podešavanje odnosa referentne i struje strujnog izvora  $I_0$ .

**b)** Minimalna vrednost napona  $V_{0\min}$  odredena je ulaskom tranzistora  $M_3$  u triodnu oblast

$$V_{0\min} = V_R + V_{DS3\min} = V_R + \sqrt{2I_R/B}.$$

Ova vrednost postaje minimalna kada se  $V_R$  izabere tako da tranzistor  $M_2$  bude na granici triodne oblasti i zasićenja. Tada je

$$V_R = V_{DS2\min} = \sqrt{2I_R/B} \Rightarrow (V_{0\min})_{\min} = V_{R\min} + V_{DS3\min} = 2\sqrt{2I_R/B} = 447 \text{ mV}.$$



c) Na slici 2.44a je prikazana šema za male signale na osnovu koje se određuje izlazna otpornost strujnog izvora. Prema ovoj slici je

$$v_u = -r_{ds2}i_t \text{ i } v_{gs3} = (a+1)v_u \Rightarrow v_{gs3} = -r_{ds2}(a+1)i_t,$$

$$v_t = r_{ds2}i_t + r_{ds3}(i_t - g_m v_{gs3}) \Rightarrow$$

$$v_t = i_t(r_{ds2} + r_{ds3}(1 + g_m(a+1)r_{ds2})),$$

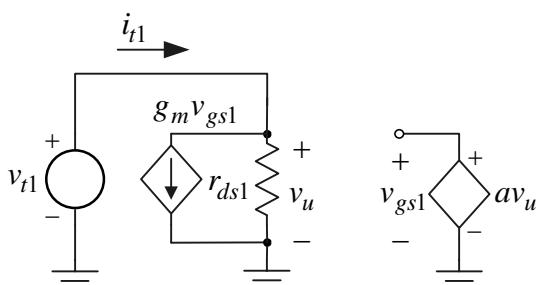
tako da je izlazna otpornost strujnog izvora

$$R_0 = \frac{v_t}{i_t} = r_{ds2} + r_{ds3}(1 + g_m(a+1)r_{ds2}) \Rightarrow$$

$$R_0 \approx g_m r_{ds2} r_{ds3} a = \sqrt{2I_0 B} \frac{a}{(\lambda I_0)^2} = 5,6 \text{ G}\Omega.$$

Slika 2.44a

Zbog negativne povratne sprege izlazna otpornost ovog strujnog izvora približno je  $a$  puta veća od izlazne otpornosti kaskodnog strujnog izvora.



Slika 2.44b

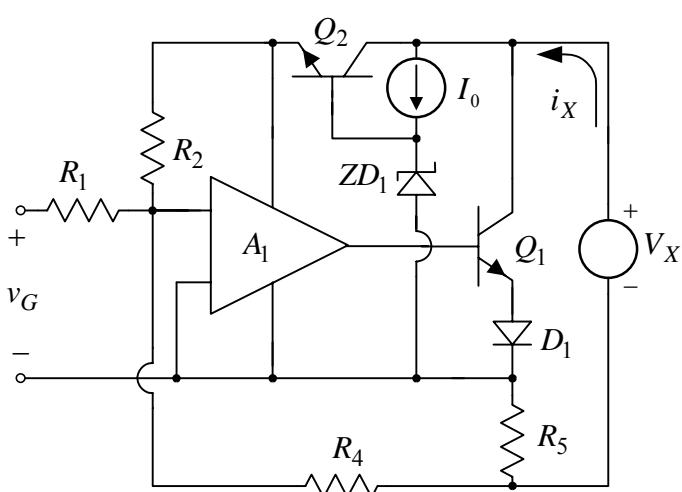
d) Na slici 2.44b prikazana je šema za male signale iz koje se određuje otpornost  $R_R = v_{t1}/i_{t1}$ . Prema ovoj slici je

$$v_{t1} = v_u \text{ i } v_{gs1} = av_u = av_{t1} \Rightarrow$$

$$i_{t1} = \frac{v_{t1}}{r_{ds1}} + g_m v_{gs1} = \frac{v_{t1}}{r_{ds1}} + g_m a v_{t1},$$

odakle se dobija otpornost  $R_R$ ,

$$R_R = \frac{v_{t1}}{i_{t1}} = \frac{1}{g_m a + 1/r_{ds1}} \approx \frac{1}{a g_m} = \frac{1}{a \sqrt{2I_R B}} = 44,7 \Omega.$$



Slika 2.45

2.45. U kolu sa slike 2.45 operacioni pojačavač je idealan, Zener dioda je idealna sa  $V_Z = 5,6 \text{ V}$ , dioda ima  $V_D = 0,6 \text{ V}$ , dok su parametri tranzistora:  $\beta_F \rightarrow \infty$ ,  $V_A \rightarrow \infty$ ,  $v_{BE} \approx 0,6 \text{ V}$  i  $V_{CES} \approx 0$ . Poznato je:  $R_1 = 5 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 1 \text{ M}\Omega$ ,  $R_4 = 80 \text{ k}\Omega$  i  $R_5 = 100 \text{ }\Omega$ . Strujni izvor  $I_0 = 100 \mu\text{A}$  realizovan je kao prosto strujno ogledalo. Ako je  $V_x = 10 \text{ V}$  i  $0 \leq v_G \leq 100 \text{ mV}$ , odrediti:

- a) polaritet ulaznih priključaka operacionog pojačavača tako da u kolu bude ostvarena negativna povratna sprega;
- b) zavisnost  $i_X = f(v_G)$ .

c) Ako se  $V_x$  promeni od  $V_{x1} = 10 \text{ V}$  do  $V_{x2} = 20 \text{ V}$ , odrediti promenu struje  $i_X$ .

d) Odrediti minimalnu vrednost napona  $V_{x\min}$  pri kome još uvek važi zavisnost iz tačke b).

### Rešenje:

a) Pošto se signal sa izlaza vraća od baze do emitora tranzistora  $Q_1$ , pa na ulaz pojačavača, kako bi

po kružnom toku signala fazni stav bio  $(2k+1)\pi, k \in Z$ , donji ulazni priključak operacionog pojačavača treba da bude minus priključak.

**b)** U kolu je ostvarena negativna povratna sprega. Referencirajući se na minus priključak operacionog pojačavača, može se pisati:

$$\frac{v_G}{R_1} = i_4 + \frac{-(V_Z - V_{BE})}{R_2}, R_4 i_4 = R_5 i_5 \text{ i } i_4 + i_5 = i_X,$$

odakle je

$$i_5 = i_4 \frac{R_4}{R_5} \Rightarrow i_4 = \frac{i_X}{1 + (R_4/R_5)} \Rightarrow i_X = \frac{v_G}{R_1} \left(1 + \frac{R_4}{R_5}\right) + \frac{V_Z - V_{BE}}{R_2} \left(1 + \frac{R_4}{R_5}\right).$$

Smenom brojnih vrednosti se dobija

$$i_X(v_G = 0) = 4 \text{ mA i } i_X(v_G = 0,1 \text{ V}) = 20 \text{ mA}.$$

Dakle, kolo radi kao naponski kontrolisani strujni izvor (standardni industrijski opseg strujnih davača je od 4mA do 20mA).

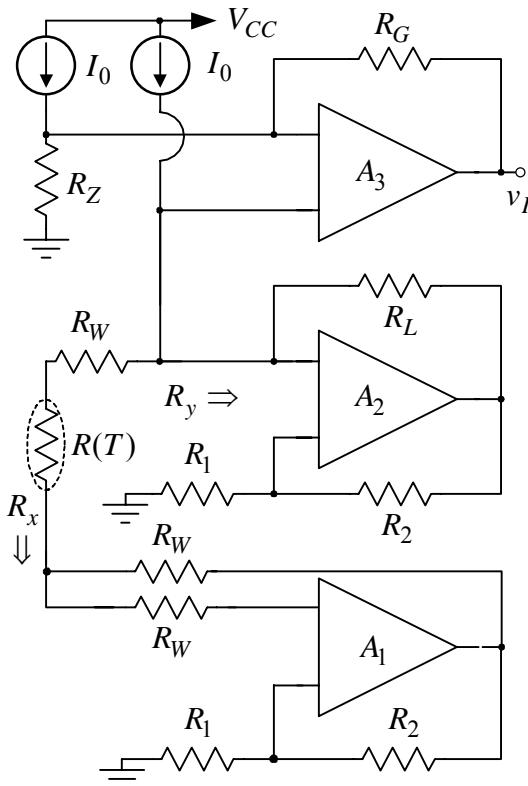
**c)** Na osnovu prethodnog razmatranja se zaključuje da struja  $i_X$  ne zavisi od napona  $v_X$ , tako da nema promene ove struje kada se  $v_X$  menja od 10V do 20V (osim kada je Earlyjev efekat uključen u razmatranje).

**d)** Pošto je strujni izvor realizovan kao prosto strujno ogledalo, minimalni pad napona za njegov ispravan rad je

$$V_{0\min} = V_{CES}.$$

Ovim uslovom je određen minimalni napon napajanja  $v_X$ , u najgorem slučaju, odnosno pri maksimalnoj struji kroz otpornik  $R_5$ ,  $i_{5\max}$ . Tada je

$$v_{X\min} = R_5 i_{5\max} + V_Z + V_{0\min} \approx R_5 i_{X\max} + V_Z + V_{CES} = (0,1 \cdot 20) \text{ V} + 5,6 \text{ V} + 0 = 7,6 \text{ V}.$$



Slika 2.46

**2.46.** Na slici 2.46 je prikazano kolo koje se koristi za merenje temperature, pri čemu se kao temperaturno osetljiva otpornost koristi otpornik  $R(t) = R_0(1 + At + Bt^2)$ , gde je  $R_0 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $A = 4 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$  i  $B = -6 \cdot 10^{-7} \text{ }^\circ\text{C}^{-2}$ , dok se temperatura ambijenta, u  $^\circ\text{C}$ , u kojem se otpornost nalazi menja u opsegu od  $0 \text{ }^\circ\text{C}$  do  $800 \text{ }^\circ\text{C}$ . Poznato je:  $R_1 = R_2 = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_L = 22 \text{ k}\Omega$ ,  $R_W \ll R_L$ ,  $I_0 = 100 \mu\text{A}$  i  $V_{CC} = 12 \text{ V}$ , a upotrebljeni operacioni pojačavači su idealni i napajaju se iz baterija  $V_{CC} = -V_{EE}$ .

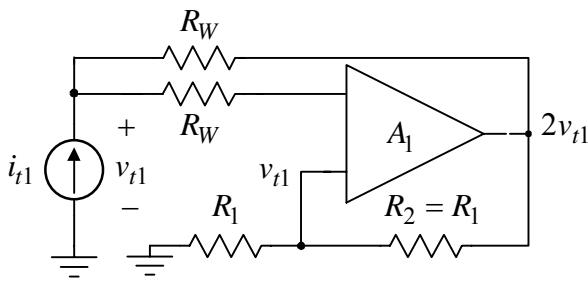
**a)** Smatrujući da je u kolu ostvarena negativna povratna sprega, odrediti otpornosti  $R_x$  i  $R_y$ .

Na osnovu rezultata iz tačke a) odrediti:

**b)** polaritet ulaznih priključaka upotrebljenih operacionih pojačavača tako da u kolu bude ostvarena negativna povratna sprega;

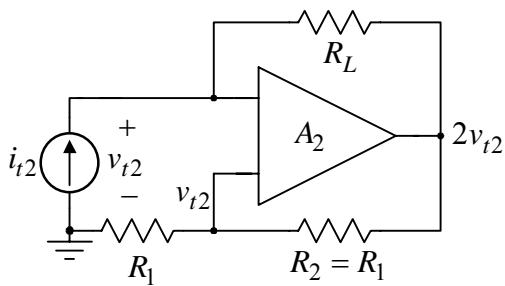
**c)** zavisnost izlaznog napona  $v_I$  u funkciji temperature i

**d)** vrednosti nepoznatih otpornosti tako da zadatoj temperaturnoj promeni odgovara promena izlaznog napona od 0 do 10V.



Slika 2.46a

**b)** Raskinimo povratnu spregu u kolu pojačavača  $A_2$ , npr. na izlazu pojačavača, i postavimo u smeru toka signala test generator čija je *ems*  $v_t$ . Usled ovoga će donji priključak biti na potencijalu



Slika 2.46b

**Rešenje:**

a) Prema slici 2.46a je

$$i_{t1} = \frac{v_{t1} - 2v_{t1}}{R_W} \Rightarrow R_x = \frac{v_{t1}}{i_{t1}} = -R_W.$$

Prema slici 2.46b je

$$R_y = \frac{v_{t2}}{i_{t2}} = -R_L.$$

b) Raskinimo povratnu spregu u kolu pojačavača  $A_2$ , npr. na izlazu pojačavača, i postavimo u smeru

toka signala test generator čija je *ems*  $v_t$ . Usled ovoga će donji priključak biti na potencijalu

$$v_{d2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v_t = \frac{v_t}{2},$$

dok je potencijal gornjeg priključka

$$v_{g2} = \frac{-R_W + R(T) + R_W}{-R_W + R(T) + R_W + R_L} v_t = \frac{R(T)}{R(T) + R_L} v_t.$$

Na osnovu vrednosti otpornosti

$$R(t = 0^\circ\text{C}) = R_0 \text{ i } R(t = 800^\circ\text{C}) = 3,816 \text{ k}\Omega,$$

zaključuje se da je zadovoljen uslov

$$R(t) < R_L.$$

Posle ovoga se zaključuje da je

$$v_{g2} < v_{d2},$$

što znači da gornji ulazni priključak pojačavača  $A_2$  treba da je plus.

Raskidanjem povratne sprege u kolu pojačavača  $A_1$ , na njegovom izlazu i stavljanjem test generatora u smeru toka signala, na donjem priključku ovog pojačavača će biti

$$v_{d1} = v_t / 2.$$

Otpornost koja se vidi između gornjeg priključka pojačavača  $A_1$  i mase je

$$R_{g1} = R(T) + R_W - R_L,$$

tako da je potencijal gornjeg priključka

$$v_{g1} = \frac{R_{g1}}{R_{g1} + R_W} v_t = \frac{R(T) + R_W - R_L}{R(T) + R_W - R_L + R_W} \approx v_t, R_W \ll R_L.$$

S povećanjem napona na izlazu potencijal gornjeg priključka više raste, a da bi napon na izlazu pojačavača opadao potrebno je da gornji priključak bude minus.

Kod pojačavača  $A_3$  postoji samo jedan put po kome se vraća signal sa izlaza, a pritom ne obrće fazu signala. Stoga je potrebno da gornji ulazni priključak ovog pojačavača bude minus priključak.

c) Primenom principa superpozicije dobija se da je izlazni napon

$$v_I(T) = \left(1 + \frac{R_G}{R_Z}\right) \left(R(T) \parallel (-R_L)\right) - R_G I_0.$$

d) Na osnovu prethodnog rezultata i uslova

$$v_I(t = 0^\circ\text{C}) = \left(1 + \frac{R_G}{R_Z}\right) \left(R_0 \parallel (-R_L)\right) - R_G I_0 = 0 \text{ i}$$

$$v_I(t = 800^\circ\text{C}) = \left(1 + \frac{R_G}{R_Z}\right) \left(R(t = 800^\circ\text{C}) \parallel (-R_L)\right) - R_G I_0 = 10\text{V},$$

dobijaju se tražene otpornosti  $R_G = 29,35 \text{ k}\Omega$  i  $R_Z = 1,086 \text{ k}\Omega$ .