

# ŠUM U ELEKTRONSKIM KOLIMA

Pod šumom u širem smislu se podrazumeva svaka smetnja, koja se u električnom kolu superponira na korisni signal. Prema izvoru koji ih generiše, šumovi se dele na spoljašnje i unutrašnje.

## SPOLJAŠNJI ŠUMOVI

Spoljašnji šumovi se često označavaju kao smetnje. Oni nastaju usled neželjenih sprega između električnog kola i njegove okoline. Te sprege mogu biti električne, magnetne, elektromagnetne, termičke, mehaničke. Na primer, žice kojima su povezane komponente u električnom kolu deluju kao antene i primaju signale radiodifuznih stanica, koji se pojačavaju i superponiraju na korisni signal. Isto tako, moguća je pojava signala mrežnog napona superponiranog na korisni signal usled nedovoljnog kvaliteta izvora za napajanje. Priroda smetnji je najčešće deterministička. To su signali poznatih zakonitosti u ponašanju. Međutim, nekada je priroda smetnji slučajna u smislu da se veličina smetnje u narednom trenutku ne može predvideti. Smetnje u elektronskim kolima, bez obzira na svoju prirodu, mogu da se stave pod kontrolu korišćenjem raznih tehnika za eliminisanje sprege između kola i okoline. Na primer, kola se oklapaju protiv elektromagnetnih smetnji. Temperaturne smetnje se eliminišu postavljanjem uređaja u termostate. Mrežne smetnje se otklanjaju upotrebom filtera i kvalitetnih uzemljenja.

## UNUTRAŠNJI ŠUMOVI

Unutrašnji šumovi se označavaju kao šum u užem smislu. Njegova priroda je slučajna, a uzroci leže u slučajnim fluktuacijama (kolebanjima, lelujanjima) fizičkih procesa u komponentama električnog kola. Unutrašnji šumovi se dele na prirodne i tehničke.

### PRIRODNI ŠUMOVI

Prirodni šumovi su (termički šum) i fliker (flicker) šum. Oni nastaju kao posledica diskretne prirode naelektrisanja (elementarno naelektrisanje je nedeljivo). Zbog slučajnog (mušičavog, Braunovog) termičkog kretanja elektrona, u materijalu elektronske komponente se generiše slučajni signal, koji predstavlja termički šum. Fliker šum se označava i kao kontaktni šum. Uzrok ovom šumu su nesavršenosti (neuniformnosti) u materijalu koje stvaraju zamke za slobodne nosioce, ili fluktuacije površine i intenzitetu dodira između čestica zrnaste strukture koja provodi električnu struju. Zbog toga se u materijalu u kome teče neka struja  $I$ , javlja i slučajni signal koji pokazuje fluktuacije trenutne vrednosti struje. Taj signal se označava kao fliker šum. Prirodni šumovi su neizbežni, jer imaju koren u diskretnoj prirodi naelektrisanja.

## TEHNIČKI ŠUMOVI

Tehnički šumovi se javljaju kao nepoželjan nuzprodukt pri konstrukciji elektronskih sklopova, usled stvaranja nekih specijalnih okolnosti. Tako nastaju:

- Šum sačme (shot noise) pri fluktuacijama broja nosilaca koji prolaze kroz direktno polarisan PN spoj;
- Generaciono-rekombinacioni šum (burst or popcorn noise) usled fluktuacija trenutnog broja slobodnih nosilaca naelektrisanja u poluprovodniku pri raskidanju i uspostavljanju valentnih veza;
- Lavinski šum (avalanche noise) u inverzno polarisanom PN spoju kao posledica slučajnih fluktuacija u broju generisanih slobodnih nosilaca kod lavinske multiplikacije, odnosno slučajnih fluktuacija valentnih veza kod Ceneroyog. proboja. Tehnički šumovi se, dakle, stvaraju gradnjom određenih elektronskih sklopova. Postoje i druge vrste tehničkih šumova, ali su one od manjeg interesa za poluprovodničke komponente.

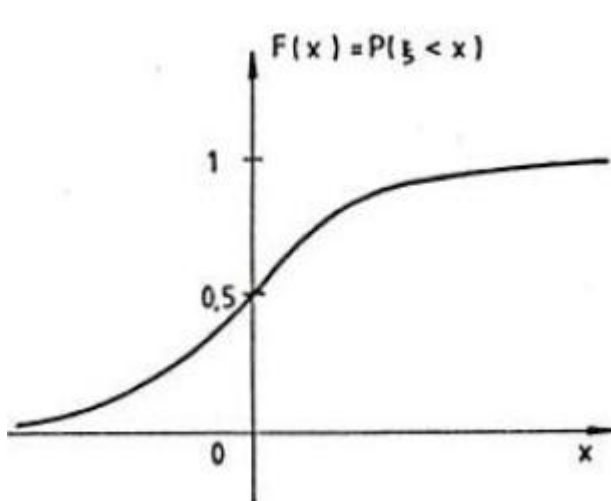
## SLUČAJNA PRIRODA ŠUMA I NJEGOV STATISTIČKI TRETMAN

Statistički tretman slučajnih procesa se u elektronici primenjuje za neke specijalne probleme vezane za. šumove, rasipanje karakteristika komponenata u tehnološkom postupku izrade i pouzdanost. U ovom delu lekcije su definisani osnovni elementi statističke analize relevantni za analizu šuma. Date su definicije i osnovne zakonitosti uz tumačenje njihovog fizičkog značenja i primene u elektronici.

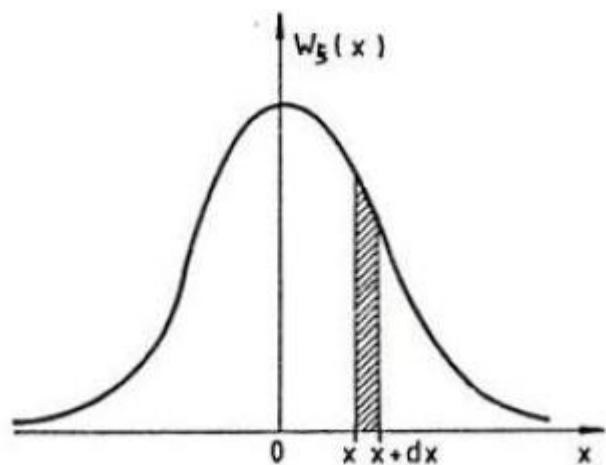
Kontinualna slučajna promenljiva  $\xi$  uzima vrednosti  $\alpha$  koje leže u intervalu  $(-\infty, +\infty)$ . Verovatnoća da slučajna promenljiva  $\xi$  uzme neku vrednost manju od specificirane vrednosti  $\alpha$  se obeležava sa:

$$P(\xi < \alpha)$$

Ako se  $\alpha$  usvoji kao argument dobija se funkcija  $F(\alpha) = P(\xi < \alpha)$ , koja se naziva funkcija raspodele verovatnoće. To je neopadajuća funkcija jednaka jedinici za  $\alpha = \infty$ .



Primer funkcije raspodele verovatnoće.



Primer funkcije gustine verovatnoće.

Pod pretpostavkom da je funkcija raspodele verovatnoće diferencijabilna, njen prvi izvod predstavlja funkciju gustine verovatnoće:

$$w_{\xi}(\alpha) = \frac{dP(\xi \leq \alpha)}{d\alpha} = \frac{dF(\alpha)}{d\alpha}$$

Prema definiciji, funkcija gustine verovatnoće predstavlja verovatnoću da se slučajna promenljiva nađe u intervalu  $(\alpha, \alpha + d\alpha)$ . Verovatnoća da slučajna promenljiva leži u intervalu  $(a, b)$  iznosi:

$$P(a \leq \xi < b) = \int_a^b w_{\xi}(\alpha) d\alpha$$

Ako je posmatrani interval beskonačan  $(-\infty, +\infty)$ , verovatnoća je jedan, što znači da je tada integral funkcije gustine verovatnoće ravan jedinici:

$$\int_{-\infty}^{\infty} w_{\xi}(\alpha) d\alpha = 1$$

Najčešće korišćeni statistički parametri u analizi slučajnog procesa su srednja vrednost i varijansa.

Srednja vrednost kontinualne slučajne promenljive  $\xi$ , čija je gustina verovatnoće  $w_{\xi}(\alpha)$ , se definiše kao integralna suma proizvoda njenih vrednosti i verovatnoće da se te vrednosti pojave na beskonačnom intervalu:

$$\bar{\xi} = \int_{-\infty}^{\infty} \alpha w_{\xi}(\alpha) d\alpha$$

Varijansa kontinualne slučajne promenljive  $\xi$  predstavlja srednju vrednost kvadrata odstupanja slučajne promenljive od njene srednje vrednosti:

$$\sigma_{\xi}^2 = \overline{(\xi - \bar{\xi})^2} = \int_{-\infty}^{\infty} (\alpha - \bar{\xi})^2 w_{\xi}(\alpha) d\alpha$$

Vidi se da je varijansa statistički parametar sa kojim se mere fluktuacije slučajne promenljive oko njene srednje vrednosti. Kvadratni koren iz varijanse se definiše kao standardna devijacija. Razvijanjem izraza za kvadrat varijanse, nakon kvadriranja, pokazuje se da je varijansa jednaka razlici srednje vrednosti kvadrata slučajne promenljive i kvadrata njene srednje vrednosti:

$$\sigma_{\xi}^2 = \bar{\xi^2} - \bar{\xi}^2$$

$$\bar{\xi^2} = \int_{-\infty}^{\infty} \alpha^2 w_{\xi}(\alpha) d\alpha$$

U analizi šuma u elektronskim kolima, slučajna promenljiva je veličina napona ili struje koja se menja u vremenu. Mi ćemo razmatrati stacionarne slučajne procese. To su procesi čiji statistički parametri ostaju isti nezavisno od trenutka od koga se definiše početak intervala posmatranja. Uzmimo u razmatranje napon termičkog šuma nekog otpornika. Njegova veličina se slučajno

menja u vremenu. Da bi se iz analize isključilo vreme, zamislimo eksperiment u kome se u istom trenutku posmatra napon na krajevima velikog broja (ansambla) otpornika identičnih sa posmatranim. Veličine izmerenih napona su konkretne vrednosti  $\alpha$  slučajne promenljive, koju predstavlja napon šuma. Pošto je termički šum stacionaran proces, trenutak posmatranja napona na ansamblu otpornika je nebitan. Ovakva analiza vremenski zavisnog slučajnog signala se označava kao tretman po ansamblu.

Interpretacija varijanse kod slučajnog električnog signala (šuma) se svodi na snagu koju na jediničnom otporniku stvaraju fluktuacije šuma oko njegove srednje vrednosti. Pri tome umanjilac na desnoj strani jednačine:

$$\sigma_{\xi}^2 = \overline{\xi^2} - \bar{\xi}^2,$$

koji je eksplicitno definisan izrazom:

$$\overline{\xi^2} = \int_{-\infty}^{\infty} \alpha^2 w_{\xi}(\alpha) d\alpha$$

predstavlja ukupnu srednju snagu slučajnog procesa, a umanjilac njegovu jednosmernu snagu.

Dakle, ukupna snaga šuma u elektronskom kolu se definiše prema prethodnom izrazu kao

$$E_n^2 = \int_{-\infty}^{\infty} e_n^2 w_{\xi}(e_n) de_n$$

za napon, odnosno:

$$I_n^2 = \int_{-\infty}^{\infty} i_n^2 w_{\xi}(i_n) di_n$$

za struju. Veličine  $E_n$  i  $I_n$ , se označavaju i kao efektivni napon i struja šuma.

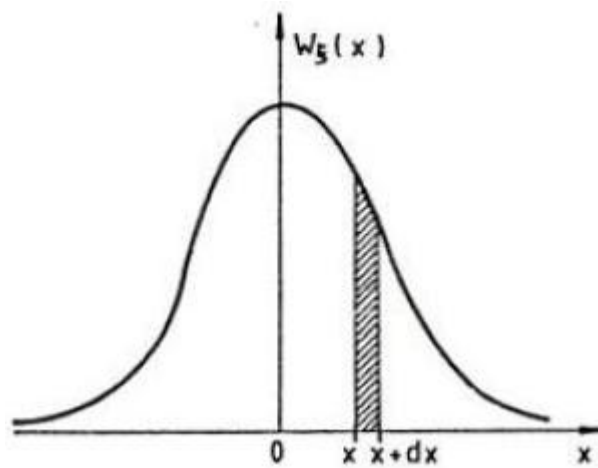
Funkcija gustine verovatnoće ima različit oblik kod signala šuma u elektronskim kolima. Najčešće se sreću normalna ili Gausova raspodela i uniformna raspodela.

## GAUSOVA RASPODELA

Gausova raspodela je definisana kao:

$$w_{\xi}(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(\alpha-m)^2}{2\sigma^2}}$$

gde  $m$  predstavlja srednju vrednost slučajne promenljive  $\xi$ , a  $\sigma$  njenu standardnu devijaciju. Primer Gausove raspodele gustine verovatnoće za slučajnu promenljivu  $\xi$ , koja ima srednju vrednost ravnu nuli, je prikazan na narednoj slici.



Korišćenjem formule

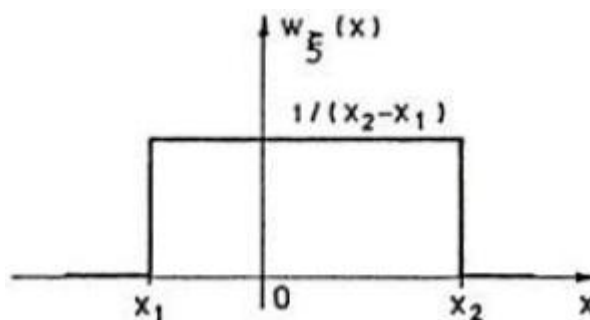
$$P(a \leq \xi < b) = \int_a^b w_{\xi}(\alpha) d\alpha$$

i analitičkog izraza za normalnu raspodelu, može se izračunati verovatnoća da slučajni signal uzme vrednost u opsegu od  $(m - \sigma)$  do  $(m + \sigma)$ . Ona iznosi 0.683. Za interval  $(m - 2\sigma)$  do  $(m + 2\sigma)$ , kao i za interval  $(m - 3\sigma)$  do  $(m + 3\sigma)$ , verovatnoće su 0.855 i 0.9973, respektivno. Prema tome, slučajna promenljiva  $\xi$  sa normalnom raspodelom gustine verovatnoće, uzima neku od vrednosti u intervalu  $(m - 3\sigma, m + 3\sigma)$  sa vrlo velikom verovatnoćom.

### UNIFORMNA RASPODELA

Druga, česta raspodela kod električnih signala je uniformna. Njena gustina verovatnoće je konstantna na određenom intervalu vrednosti slučajne promenljive  $\xi$ :

$$w_{\xi}(\alpha) = \begin{cases} \frac{1}{\alpha_2 - \alpha_1}, & \alpha_1 < \alpha < \alpha_2 \\ 0, & \text{ostalo} \end{cases}$$



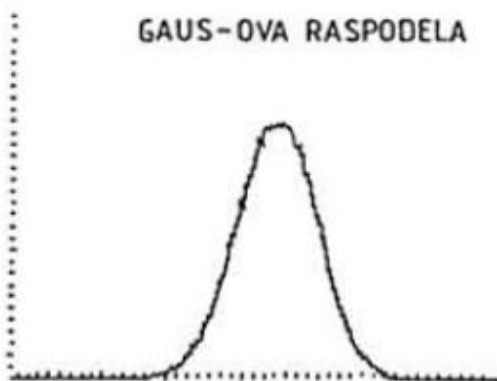
Srednja vrednost signala sa uniformnom gustinom verovatnoće, prema definiciji iznosi

$$(\alpha_1 + \alpha_2)/2,$$

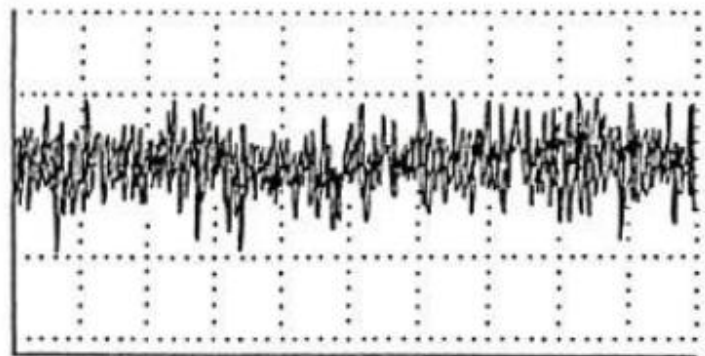
a standardna devijacija

$$(\alpha_2 - \alpha_1)/\sqrt{12}$$

Eksperimentalno snimljen šum sa normalnom (Gausovom) raspodelom amplituda je dat na narednim slikama:

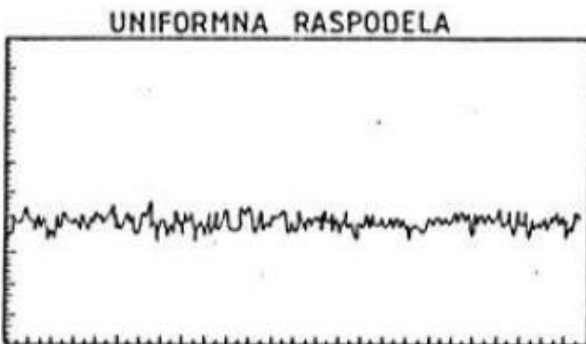


Funkcija gustine verovatnoće

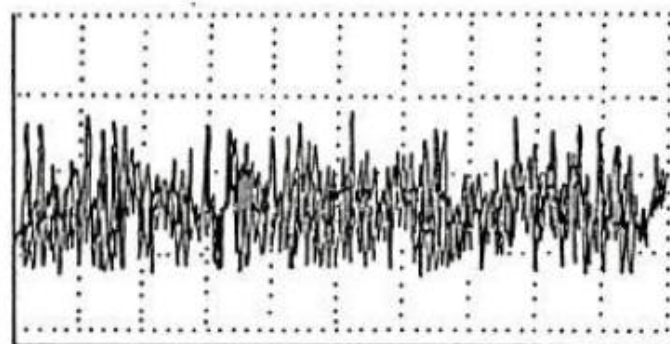


Vremenski dijagram

Eksperimentalno snimljen šum sa uniformnom raspodelom amplituda je dat na narednim slikama:



Funkcija gustine verovatnoće



Vremenski dijagram

## TRETMAN U VREMENU

Pored statističke analize po ansamblu, za praksu je interesantna i analiza preko vrednosti slučajnog signala u vremenu, jer se takva veličina može posmatrati osciloskopom ili meriti sa instrumentima za srednju vrednost, odnosno za efektivnu vrednost signala. Na primer, napon šuma jednog otpornika posmatran pomoću osciloskopa. Kada se uzme veoma širok vremenski interval, sa velikom verovatnoćom se može usvojiti da će se u njemu realizovati sve vrednosti slučajne promenljive u iznosima koji odgovaraju raspodeli određenoj funkcijom gustine verovatnoće. Zbog toga se srednja vrednost slučajnog procesa  $\xi$ , koji u vremenu zauzima vrednosti  $f(t)$ , može definisati izrazom:

$$\bar{\xi} = m = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$$

Na isti način se uvodi i varijansa slučajnog procesa posmatranog u vremenskom domenu:

$$\sigma_{\xi}^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T (f(t) - m)^2 dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T f(t)^2 dt - m^2 = \bar{\xi}^2 - m^2$$

gde izraz:

$$\bar{\xi}^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T f(t)^2 dt$$

predstavlja ukupnu srednju snagu slučajnog procesa. Ako je slučajna promenljiva električni signal, onda je njena ukupna snaga na jediničnom otporniku, prema prethodnoj definiciji, određena formulom:

$$E_n^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T e_n^2(t) dt$$

za napon, i izrazom:

$$I_n^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T i_n^2(t) dt$$

za struju šuma. Veličine  $E_n$  i  $I_n$  predstavljaju efektivnu vrednost napona i struje šuma, respektivno.

U ovom trenutku logično proizilazi pitanje kakav je odnos između srednje vrednosti utvrđene po ansamblu,

$$\bar{\xi} = \int_{-\infty}^{\infty} \alpha w_{\xi}(\alpha) d\alpha$$

i srednje vrednosti utvrđene u vremenu.

$$\bar{\xi} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$$

U prethodnom izlaganju je sugerisano da su te dve vrednosti jednake. Takvi stacionarni slučajni procesi se nazivaju ergodični. Kod ergodičnog stacionarnog slučajnog procesa srednja vrednost i varijansa slučajne promenljive su jednake, kada se računaju po ansamblu i u vremenu. Isti zaključak važi i za snagu slučajnih električnih signala. Zbog toga se ovi slučajni procesi mogu analizirati po oba pristupa: preko gustine verovatnoće, ili izračunavanjem, odnosno merenjem u vremenskom domenu, već prema tome kako je iz praktičnih razloga zgodnije.

Ukupna snaga slučajnog signala (šuma) računata po ansamblu je definisana preko:

$$E_n^2 = \int_{-\infty}^{\infty} e_n^2 w_{\xi}(e_n) de_n$$

$$I_n^2 = \int_{-\infty}^{\infty} i_n^2 w_{\xi}(i_n) di_n$$

Ukupna snaga slučajnog signala (šuma) računata u vremenu je definisana preko:

$$E_n^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T e_n^2(t) dt$$

$$I_n^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T i_n^2(t) dt$$

Za razliku od, na primer, sinusoide čija je snaga koncentrisana na samo jednoj učestanosti, šum ima snagu raspršenu na opseg frekvencija, usled njegove slučajne prirode. Zbog toga se uvodi pojam spektralne gustine snage šuma, koja predstavlja izvod snage šuma po učestanosti:

Egzaktna definicija spektralne gustine snage se izvodi preko Furljeove transformacije autokorelacione funkcije slučajnog procesa na osnovu Viner-Hinčinove teoreme (Wiener-Khinchin theorem).

$$e_n^2(f) \triangleq \frac{dE_n^2}{df} \left[ \frac{V^2}{Hz} \right]$$

$$i_n^2(f) \triangleq \frac{dI_n^2}{df} \left[ \frac{A^2}{Hz} \right]$$

Kada se poznaje spektralna gustina snage šuma, njegova snaga u nekom opsegu učestanosti od  $f_1$ , do  $f_2$ , se izračunava integraljenjem:

$$\Delta E_n^2 = \int_{f_1}^{f_2} e_n^2(f) df$$

$$\Delta I_n^2 = \int_{f_1}^{f_2} i_n^2(f) df$$

Ukupna snaga šuma se dobija integraljenjem spektralne gustine snage u celom opsegu učestanosti od  $f = 0$  do  $f = \infty$ :

$$E_n^2 = \int_0^{\infty} e_n^2(f) df$$



$$I_n^2 = \int_0^{\infty} i_n^2(f) df$$

Ovako definisana spektralna gustina snage se zove prirodna spektralna gustina ili spektralna gustina snage u jednom bočnom opsegu.

### IZVORI ŠUMA U ELEKTRONSKIM KOMPONENTAMA

U uvodu su nabrojani značajni šumovi u elektronskim komponentama. Na ovom mestu će biti definisani njihovi izvori i karakteristike.

Termički ili Džonsonov šum potiče od haotičnog termičkog kretanja slobodnih nosilaca u provodnoj sredini. Zbog toga se on javlja vezano za električnu otpornost (provodnost) i postoji nezavisno od prisustva spoljašnjeg električnog polja, odnosno izvora za usmeravanje kretanja nosilaca.

Spektralna gustina snage termičkog šuma je nezavisna od učestanosti:

$$e_R^2(f) = 4kTR [V^2/Hz],$$

gde je  $k$  Bolcmanova konstanta,  $T$  apsolutna temperatura, a  $R$  otpornost sredine u kojoj se šum stvara.

Šumovi koji imaju spektralnu gustinu snage nezavisnu od učestanosti se označavaju kao beli šumovi, bez obzira na proces koji ih generiše.

Otpornik, koji generiše šum, se modelira za potrebe analize raspodele signala šuma u električnim kolima sa naponskim:

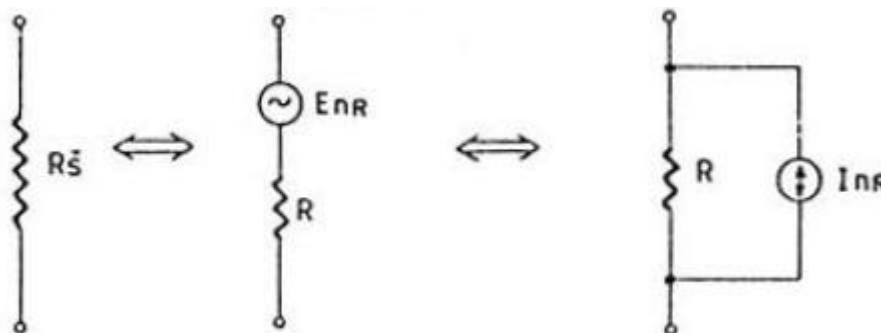
$$E_{nR} = \sqrt{4kTR\Delta f}$$

ili strujnim:

$$I_{nR} = \sqrt{4kT\Delta f/R}$$

generatorom i otpornikom bez šuma, u propusnom opsegu  $\Delta f$ . Smer generatora nema smisla, jer je faza šuma slučajna.

Funkcija gustine verovatnoće amplituda termičkog šuma je Gausova.



Fliker šum se manifestuje pri proticanju jednosmerne struje  $I$  u vidu fluktuacija njene trenutne vrednosti. Uzrok šuma su nesavršenosti materijala, koje dovode do stvaranja zamki za hvatanje i oslobađanje nosilaca, što daje slučajne promene njihovog broja. Pored toga fluktuacije u intenzitetu struje mogu nastati i zbog kolebanja provodnosti zrnaste strukture, kroz koju protiče struja kada se menja broj i kvalitet dodira između zrnaca. Takav mehanizam postoji u ugljenim otpornicima, pa imaju veliki nivo fliker šuma. Egzistencija fliker šuma je uslovljena postojanjem jednosmerne struje u komponenti. Spektralna gustina snage fliker šuma je obrnuto proporcionalna sa učestanosti  $f$ :

$$i_F^2(f) = K \frac{I^a}{f}$$

gde su:  $K$  konstanta određenog primerka komponente,  $I$  jednosmerna struja i  $a$  koeficijent čija je vrednost u intervalu  $(0.5; 2)$ . Fliker šum se označava i kao  $1/f$  šum. Njegova snaga je koncentrisana na nižim učestanostima.

Fliker šum se modelira strujnim generatorom čija se efektivna vrednost prema izrazu:

$$I_{nF} = \sqrt{\int_{f_1}^{f_2} i_F^2(f) df}$$

Funkcija gustine verovatnoće amplituda fliker šuma može biti Gausova, ali se u mnogim eksperimentima dobijaju i druge raspodele.

Šum sačme nastaje zbog fluktuacije broja slobodnih nosilaca pri prolasku direktno polarisanog PN spoja kroz koji protiče jednosmerna struja  $I_D$ . Iz prethodne analize je poznato da je prolazak nosilaca kroz barijeru čisti slučajni proces, a jednosmerna struja PN spoja predstavlja statističku srednju vrednost tog procesa. Egzistencija šuma sačme je uslovljena postojanjem jednosmerne struje PN spoja. Njegova spektralna gustina snage je nezavisna od učestanosti:

$$i_S^2(f) = 2qI_D$$

gde je  $q$  elementarno naelektrisanje. Zbog toga šum sačme spada u kategoriju belog šuma.

Šum sačme se modelira strujnim generatorom:

$$I_{nS} = \sqrt{2qI_D \Delta f}$$

koji se vezuje u paralelu sa idealnim direktno polarisanim PN spojem.

Funkcija gustine verovatnoće amplituda šuma sačme je Gausova. Dakle, ista kao za termički šum. Pošto su oba šuma iz kategorije belih šumova, a imaju istu raspodelu amplituda, teško se može izvršiti razdvajanje njihovog doprinosa u ukupnom šumu komponente.

Generaciono-rekombinacioni šum nastaje u poluprovodnicima usled fluktuacija trenutnog broja slobodnih nosilaca izazvanih slučajnim raskidanjem i uspostavljanjem valentnih veza zbog prisustva jona teških metala. Te fluktuacije dovode do pojave šuma superponiranog na jednosmernu struju  $I$ , koja protiče kroz poluprovodnik.

Spektralna gustina snage generaciono-rekombinacionog šuma opada sa porastom učestanosti:

$$i_G^2(f) = K_1 \frac{I^b}{1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2}$$

gde su  $K_1$  konstanta određenog primerka komponente,  $f_0$  konstanta razmatranog slučajnog procesa (šuma), i  $b$  konstanta u opsegu (0.5;2). Efektivna vrednost struje generaciono-rekombinacionog šuma se određuje preko formule

$$I_{nF} = \sqrt{\int_{f_1}^{f_2} i_G^2(f) df}$$

Funkcija gustine verovatnoće amplituda generaciono-rekombinacionog šuma nije Gausova.

Lavinski šum nastaje pri radu PN spoja u naponskom probuju dejstvom lavinskog ili Cenerovog mehanizma.

Kod lavinskog probuja, slobodni nosioci izazivaju generisanje elektrona i šupljina u zoni oblasti prostornog tovara, što predstavlja slučajni proces. Ovaj šum je vezan za proticanje jednosmerne struje kroz inverzno polarisani PN spoj i ima visok nivo snage.

Kod Cenerovog probuja fluktuiraju broj razgrađenih valentnih veza. Za razliku od šuma kod lavinskog mehanizma, koji je vezan za proticanje struje, šum u Cenerovom probuju se predstavlja ekvivalentnim naponskim generatorom vezanim na red sa idealnom diodom.

Spektralna gustina snage lavinskog šuma je uniformna, a funkcija gustina verovatnoće amplituda generalno nije Gausova.

### MODEL ŠUMA U ELEKTRONSKIM KOMPONENTAMA

Šum realnih elektronskih komponenata zavisi od fizičkih procesa koji se u njoj odvijaju. On se najčešće modelira ekvivalentnim naponskim ili strujnim generatorima-lociranim na ulaznim priključcima idealne komponente.

Otpornici pokazuju različit šum zavisno od načina izrade. Integrisani i metal-slojni otpornici imaju samo termički šum. Ugljeni otpornici, pored termičkog, generišu i fliker šum.

Kondenzatori i kalemovi ne sadrže izvore šuma, ako su idealni. Realne reaktanse pokazuju parazitnu otpornost, koja generiše šum kao i standardni otpornici.

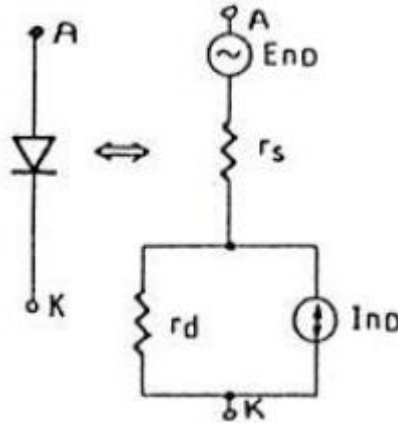
Poluprovodnička dioda ima šum sačme usled prolaska nosilaca kroz PN spoj i fliker šum. Ta dva šuma se predstavljaju ekvivalentnim strujnim generatorom  $I_{nD}$  čija je spektralna gustina snage:

$$i_{nD}^2(f) = 2qI_D + K \frac{I_D^a}{f}$$

gde je  $I_D$  jednosmerna struja diode. Zbog otpornosti  $r_s$  silicijumskog materijala, dioda pokazuje i termički šum, koji se predstavlja naponskim generatorom  $E_{nD}$ , čija je spektralna gustina snage:

$$e_{nD}^2(f) = 4kTr_s$$

Model diode za analizu šuma je pokazan na narednoj slici. Dinamička otpornost diode  $r_D$  ne generiše šum, jer to nije fizička otpornost materijala, već model kojim se povezuju priraštaji napona i struje u diodi.



Cenerove diode daju izuzetno veliki lavinski šum zbog rada u proboju. Zbog toga se one ne koriste u kolima sa malim nivoom šuma.

Bipolarni tranzistor sadrži sve vrste pobrojanim šumova, osim lavinskog šuma, kada radi izvan oblasti proboja. Ako radi u proboju, onda ima i lavinski šum.

Kolektorska struja pokazuje šum sačme nastao prolaskom sporednih nosilaca kroz kolektorski spoj. On se modelira strujnim generatorom  $I_{nC}$  između kolektora i emitora, koji ima spektralnu gustinu snage:

$$i_{nC}^2(f) = 2qI_C,$$

gde je  $I_C$  jednosmerna kolektorska struja u mirnoj radnoj tački.

Bazna struja pokazuje šum sačme nastao prelaskom glavnih nosilaca iz baze u emitor. Pored toga, eksperimentalno je pokazano da se fliker šum i generaciono-rekombinacioni šum bipolarnog tranzistora mogu ekvivalentno prikazati strujnim generatorom vezanim između baze i emitora. Ukupna struja  $I_{nB}$  takvog generatora ima spektralnu gustinu snage:

$$i_{nB}^2(f) = 2qI_B + K \frac{I_B^a}{f} + K_1 \frac{I_B^b}{1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2}$$

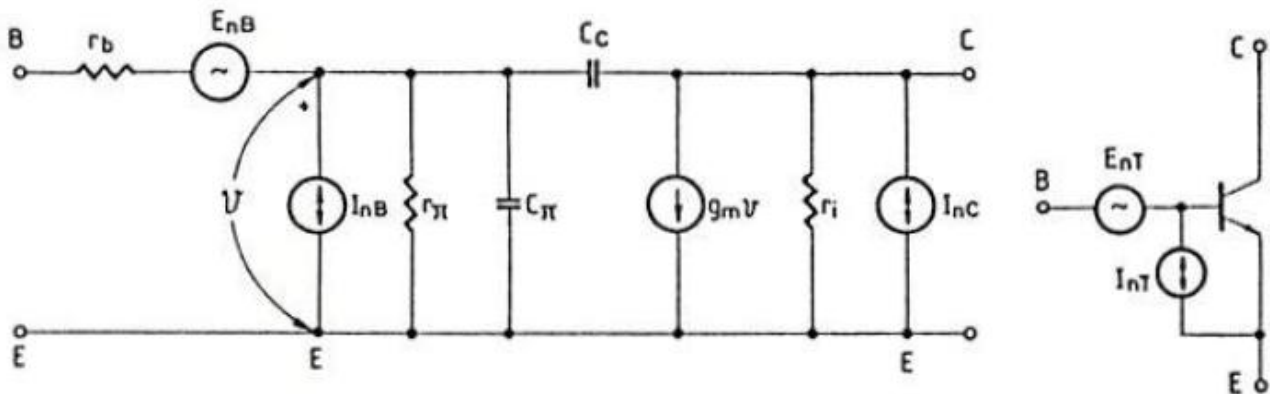
gde je  $I_B$  jednosmerna struja baze u mirnoj radnoj tački.

## MODEL ŠUMA BIPOLARNOG TRANZISTORA

Zbog postojanja otpornosti  $r_b$  poluprovodnika od koga je baza napravljena, u njoj se generiše termički šum  $E_{nB}$  čija je spektralna gustina snage:

$$e_{nB}^2 = 4kTr_b$$

Model tranzistora za analizu šuma je pokazan na narednoj slici. Otpornici  $r_\pi$  i  $r_i$  predstavljaju ekvivalentne modele za odnose promenljivih komponenata napona i struja u tranzistoru, pa zbog toga ne generišu termički šum.



Osnovni model šuma prema mestu nastanka šuma

Izvedeni model svođenjem šuma na ulaz

Iz praktičnih razloga, šum se u elektronskim kolima preračunava na ulaz. To znači da se kolo sa izvorima šuma ekvivalentno predstavlja tranzistorom bez šuma i ulaznim generatorima šuma. Ova procedura svođenja šuma na ulaz će biti objašnjena u narednom odeljku. Za bipolarni tranzistor, spektralne gustine snage ekvivalentnog naponskog i strujnog generatora na ulazu imaju vrednosti:

$$e_{nT}^2(f) = 4kT \left( r_b + \frac{1}{2g_m} \right)$$

$$i_{nT}^2(f) = 2qI_B + K \frac{I_B^a}{f} + K_1 \frac{2qI_C}{|\beta(jf)|^2}$$

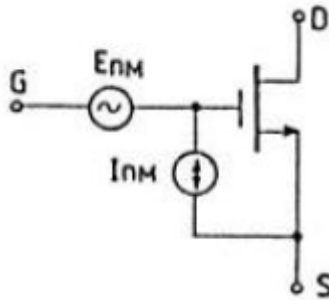
gde izraz  $|\beta(jf)|$  predstavlja moduo koeficijenta strujnog pojačanja. Prethodni izraz je izveden zanemarivanjem generaciono-rekombinacionog šuma.

Doprinosi naponskog i strujnog ulaznog generatora šuma nivou šuma na izlazu zavise od impedanse pobudnog generatora. Ako je pobuda naponska, strujni izvor šuma je kratko spojen. Kada je pobuda strujna, naponski izvor šuma je otvoren i ne doprinosi veličini šuma na izlazu. Kada je otpornost pobudnog izvora konačna i različita od nule, oba generatora šuma deluju na izlaz.

Izraz za spektralnu gustinu snage ekvivalentnog naponskog generatora na ulazu ima manju vrednost kada je baza tranzistora jače dopirana, što daje manju otpornost  $r_b$ , ali i manji koeficijent strujnog pojačanja. Isto tako, veća struja u mirnoj radnoj tački podiže  $g_m$  tranzistora i obara napon šuma. Isti uslovi, odnosno velika struja u mirnoj radnoj tački i mali koeficijent strujnog pojačanja, daju veliki nivo spektralne gustine snage šuma ekvivalentnog strujnog generatora. Ovi protivrečni zahtevi se balansiraju prema otpornosti pobudnog generatora.

## MODEL ŠUMA MOSFET-A

Model šuma MOSFET-a preko ekvivalentnih naponskih i strujnih generatora na ulazu je prikazan na narednoj slici:



Mosfetovi daju termički šum zbog otpornosti kanala, šum sačme u ulaznoj struji curenja na gejtu i fliker šum. Spektralne gustine snage ekvivalentnog ulaznog naponskog  $E_{nM}$  i strujnog  $I_{nM}$  generatora šuma su:

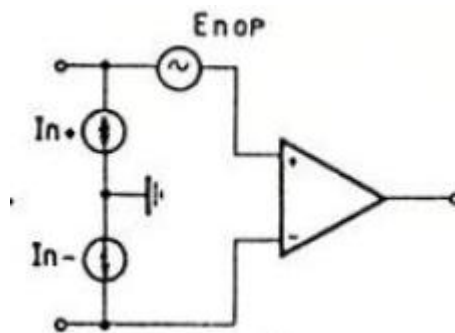
$$e_{nM}^2(f) = 4kT \frac{2}{3g_m} + K \frac{1}{WLf}$$

$$i_{nM}^2(f) = 2qI_G,$$

gde je  $W$  širina, a  $L$  dužina kanala MOSFET-a. Ulazna struja šuma je zanemarljivo mala na niskim temperaturama. Naponski ulazni šum mosfeta ima termičku komponentu koja je veća nego kod bipolarnih tranzistora i dodatni fliker šum, čija vrednost opada sa porastom podužne površine kanala  $WL$ , odnosno sa povećanjem zauzeća površine substrata.

## MODEL ŠUMA OPERACIONOG POJAČAVAČA

Model šuma operacionog pojačavača preko ekvivalentnih naponskih i strujnih generatora na ulazu je prikazan na narednoj slici:



Operacioni pojačavači poseduju šum čija je vrednost određena vrstom upotrebljenih komponenta i njihovom međusobnom vezom. Šum operacionog pojačavača se izračunava kada se modelira šum svakog njegovog sastavnog dela, prema postupku objašnjenom u narednom poglavlju. Za praktične potrebe, šum se prikazuje preko ekvivalentnih naponskih i strujnih generatora  $E_{nOP}$ ,  $I_{n+}$ ,  $I_{n-}$  na ulazu. Njihove spektralne gustine snage se daju kao izmereni podaci u katalogima proizvođača.

## IZRAČUNAVANJE UKUPNOG ŠUMA U ELEKTRONSKOM KOLU

U prethodnom odeljku su pokazani modeli šuma u elektronskim komponentama. Kada se one povežu u neko električno kolo, potrebno je izračunati ukupan šum na njegovom izlazu. Rešenje ovog problema će biti razmotreno u daljem tekstu samo za linearna kola.

Prvi važan korak u analizi se odnosi na određivanje varijanse zbira dva slučajna procesa. Ako su  $e_{n1}(t)$  i  $e_{n2}(t)$  dva statistički nezavisna nekorelisana slučajna signala, onda varijansa njihovog zbira

$$e_n(t) = e_{n1}(t) + e_{n2}(t)$$

iznosi:

$$\sigma_n^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T (e_{n1}(t) + e_{n2}(t))^2 dt = \sigma_{n1}^2 + \sigma_{n2}^2 + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T 2e_{n1}(t)e_{n2}(t) dt = \sigma_{n1}^2 + \sigma_{n2}^2$$

Kada je reč o električnim signalima, prethodni rezultat znači da je efektivna vrednost struje ili napona zbira dva slučajna signala jednaka korenu iz zbira kvadrata efektivnih vrednosti svakog signala pojedinačno:

$$E_n = \sqrt{E_{n1}^2 + E_{n2}^2}$$

Tvrđnja važi i za zbir više od dva signala. Očigledno je da jedna efektivna vrednost, koja je veća od svake druge, dominantno određuje zbirnu komponentu.

Drugi važan korak u izračunavanju ukupnog šuma kola je određivanje spektralne gustine snage  $e_{ni}^2(f)$  izlaznog signala, koji se dobija pri pobudi kola slučajnim signalom poznate spektralne gustine snage  $e_{ng}^2(f)$ .

$$e_{ni}^2(f) = |A(jf)|^2 e_{ng}^2(f)$$

i važi za linearno kolo čija je amplitudna karakteristika prenosne funkcije jednaka  $|A(jf)|$ . Na osnovu prethodna dva izraza, dobija se:

$$E_{ni} = \sqrt{\int_0^{\infty} |A(jf)|^2 e_{ng}^2(f) df}$$

kada su poznate spektralna gustina snage ulaznog šuma i prenosna funkcija kola. Spektralna gustina snage izlaznog signala se izračunava kvadriranjem amplitudne karakteristike i njenim množenjem sa spektralnom gustinom snage ulaznog signala.

Korišćenjem rezultata opisanih prethodnim formulama, moguće je u linearnom kolu, koje ima dva statistički nezavisna izvora šuma izračunati ukupan izlazni napon šuma. Prvo se odredi prenosna funkcija kola  $A_1(jf)$  od mesta gde deluje prvi izvor šuma spektralne gustine snage  $e_{ng1}^2(f)$ , do izlaza. Koristeći formulu

$$e_{ni}^2(f) = |A(jf)|^2 e_{ng}^2(f)$$

izračunava se spektralna gustinina snage  $e_{ni1}^2(f)$  izlaznog signala. Istom procedurom se određuje spektralna gustina snage komponente izlaznog signala  $e_{ng2}^2(f)$ , stvorene usled prisustva drugog izvora šuma  $e_{ng2}^2(f)$  kome odgovara prenosna funkcija  $A_2(jf)$ . Pošto su slučajni procesi nekorelisani (statistički nezavisni), ukupna spektralna gustina snage izlaznog signala, koju generišu oba izvora, je prost zbir pojedinačnih spektralnih gustina:

$$e_{ni}^2(f) = e_{ni1}^2(f) + e_{ni2}^2(f) = |A_1(jf)|^2 e_{ng1}^2(f) + |A_2(jf)|^2 e_{ng2}^2(f)$$

Primenom prethodnih formula, izračunava se efektivna vrednost napona izlaznog šuma. Isti postupak se primenjuje kada ima više od dva statistički nezavisna signala šuma.

U praksi je posebno interesantno dobiti informaciju za neko kolo, koja kazuje kolika je najmanja amplituda  $A_0$  ulaznog korisnog signala, koji se može pojačati u prisustvu šuma tako, da se na izlazu odvoji od šuma. U tu svrhu se koristi prethodni rezultat za spektralnu gustinu snage ukupnog signala na izlazu. Njegovim deljenjem sa amplitudnom karakteristikom prenosne funkcije izračunate od ulaza do izlaza pojačavača, dobija se spektralna gustina snage  $e_{ng}^2(f)$  ekvivalentnog ulaznog generatora šuma, koji bi doveo do istog izlaznog šuma, kao generatori sa spektralnim gustinama  $e_{ng1}^2(f)$  i  $e_{ng2}^2(f)$ :

$$e_{ng}^2(f) = \frac{|A_1(jf)|^2 e_{ng1}^2(f) + |A_2(jf)|^2 e_{ng2}^2(f)}{|A(jf)|^2}$$

Integracijom prethodnog izraza, prema formuli,

$$E_{ni} = \sqrt{\int_0^{\infty} |A(jf)|^2 e_{ng}^2(f) df}$$

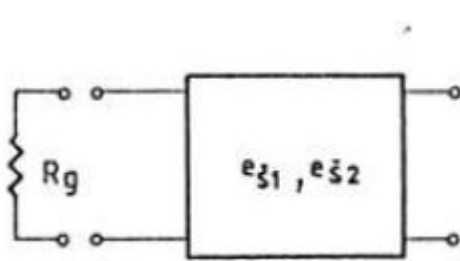
dobija se efektivna vrednost napona ekvivalentnog ulaznog šuma pojačavača  $E_{nge}$ . Prema tome, ako je amplituda ulaznog korisnog signala  $A_0$ , veća od ekvivalentnog ulaznog napona šuma pojačavača  $E_{nge}$ , onda je ulazni signal moguće odvojiti od šuma na izlazu kola. Ovaj kriterijum podrazumeva da se ne koriste dodatne tehnike obrade signala (filtriranje, kodovanje) u cilju njegovog izdvajanja iz šuma.

Radi jednostavnijeg proračuna, efektivna vrednost napona šuma pojačavača  $E_{nge}$  se, često, procenjuje približno. Efektivna vrednost napona ukupnog izlaznog šuma  $E_{nge}$  dobijena integracijom prethodna dva izraza se deli sa pojačanjem kola  $A_0$ , od ulaza do izlaza u propusnom opsegu:

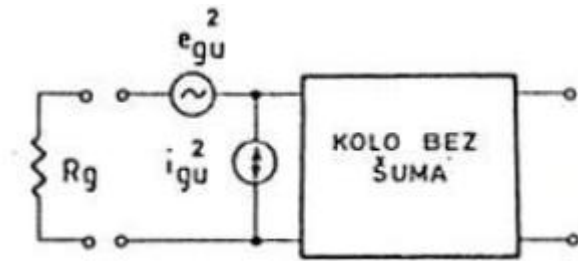
$$E_{nge} \approx \frac{E_{ng0}}{A_0}$$

Napon ekvivalentnog ulaznog šuma određen integracijom izraza, zavisi od otpornosti  $R_g$  pobudnog generatora, koji daje korisni signal. Zbog toga pri izmeni  $R_g$  ceo postupak računanja mora biti ponovljen. Da bi se taj nedostatak prevazišao, uvodi se ekvivalentno predstavljanje šuma nekog četvoropola preko ulaznog\_naponskog i strujnog generatora. Na narednoj slici levo je pokazan četvoropol koji ima više nekorelisanih izvora šuma.





Polazno kolo sa izvorima šuma



Ekvivalentno kolo sa ulaznim izvorima šuma

Isti četvoropol, ali bez izvora šuma, dat je na prethodnoj slici desno na kojoj je šum ekvivalentno predstavljen ulaznim naponskim generatorom šuma, čija je spektralna gustina snage  $e_{gu}^2(f)$ , i ulaznim strujnim generatorom spektralne gustine  $i_{gu}^2(f)$ . Vrednost spektralne gustine snage  $e_{gu}^2(f)$  se određuje prema postupku opisanom uz izraz

$$e_{ng}^2(f) = \frac{|A_1(jf)|^2 e_{ng1}^2(f) + |A_2(jf)|^2 e_{ng2}^2(f)}{|A(jf)|^2}$$

za ekvivalentni šum na ulazu kada su ulazni krajevi četvoropola kratko spojeni.

Spektralna gustina snage strujnog izvora  $i_{gu}^2(f)$  se dobija istim postupkom, ali kada su ulazni krajevi četvoropola otvoreni. U pogledu generisanja izlaznog šuma, kola na slikama su ekvivalentna pri svakoj vrednosti otpornosti  $R_g$  pobudnog generatora. Pošto potiču od istih slučajnih procesa, ekvivalentni šumovi  $e_{gu}^2(f)$  i  $i_{gu}^2(f)$  nisu statistički nezavisni (oni su korelisani). Račun sa korelisanim šumovima je složen, pa je ekvivalentiranje sa prethodne slike tada neupotrebljivo. Srećom u većini praktičnih slučajeva, spektralna gustina snage jednog od ulaznih generatora je izraženija, pa se korelacija može zanemariti.

## MERE ZA OCENU ŠUMA

Kvantitativna ocena šuma električnog kola se najčešće daje preko spektralne gustine snage ekvivalentnog ulaznog naponskog i strujnog generatora. Za neke specijalne situacije u oceni šuma, razvijene su i posebne mere, koje će biti opisane u daljem tekstu.

## ODNOS SIGNAL ŠUM

Odnos signal šum  $S/N$  se definiše na nekom mestu u električnom kolu kao količnik snage korisnog signala  $P_K = E_K^2$  i snage šuma  $E_n^2$ :

$$\frac{S}{N} = 10 \log \frac{P_K}{E_n^2} = 20 \log \frac{E_K}{E_n}$$

Njegova vrednost je izražena u decibelima. Odnos signal-šum se može definisati i preko količnika efektivnih vrednosti korisnog signala i šuma, ako se faktor proporcionalnosti u prethodnom izrazu promeni. Snaga šuma se određuje integraljenjem izraza za ukupnu spektralnu gustinu snage šuma kola u tački u kojoj se određuje odnos  $S/N$ .

## VRŠNI FAKTOR ŠUMA

Vršni faktor šuma CF (crest factor) se definiše kao količnik najvećeg očekivanog raspona trenutnih vrednosti  $e_{np}(t_0)$  signala šuma i njegove efektivne vrednosti  $E_m$ :

$$CF = \frac{e_{np}(t_0)}{E_m}$$

Strogo gledano, poznavanje CF faktora može biti nekorisno. Uzmimo, na primer, slučajni signal čija je raspodela amplituda Gausova. Prema izrazu za CF moguća je vrlo velika trenutna vrednost amplitude šuma, pa CF faktor ima uvek beskonačnu vrednost. Ova teškoća se izbegava uvođenjem verovatnoće da trenutna vrednost amplitude šuma ostane u granicama  $\pm 0.5 e_{np}(t_0)$  oko srednje vrednosti.

Za Gausovu raspodelu se obično koristi verovatnoća od 0.9973 za opseg amplituda  $\pm 3E_n = \pm 3\sigma$  oko srednje vrednosti  $m$  signala šuma, što daje CF faktor 6.

Vršni faktor šuma je bitan u merenju svojstava šuma, koji se javlja u posebnim primenama gde se informacija nalazi zapisana u trenutnoj vrednosti amplitude korisnog signala.

## EKVIVALENTNI PROPUSNI OPSEG ŠUMA

Ekvivalentni propusni opseg šuma (NEB) se definiše samo za beli šum (šum sa konstantnom spektralnom gustinom snage). Kada se beli šum spektralne gustine snage  $e_{ng}^2(f)$  dovede na ulaz niskopropusnog kola prvog reda, efektivna vrednost napona izlaznog šuma iznosi

$$E_{ni} = \sqrt{\int_0^{\infty} \frac{1}{1 + \left(\frac{f}{f_g}\right)^2} e_{ng}^2(f) df} = e_{ng} \sqrt{1.57 f_g}$$

Kada bi se isti ulazni šum doveo na ulaz idealnog niskopropusnog kola sa pravougaonom amplitudnom karakteristikom, njegov propusni opseg  $f'_g$  bi trebao da bude veći:

$$f'_g = 1.57 f_g = NEB$$

tako, da efektivna vrednost izlaznog napona šuma bude ista kao u realnom niskopropusnom kolu. Veličina  $f'_g$  se naziva ekvivalentni propusni opseg (NEB) šuma niskopropusnog kola prvog reda, čija je granična učestanost  $f_g$ . Niskopropusna kola sa maksimalno ravnom amplitudnom karakteristikom imaju vrednost NEB parametra  $1.11 f_g$ ,  $1.05 f_g$  i  $1.025 f_g$ , kada su drugog, trećeg i četvrtog reda, respektivno. Za propusnik opsega učestanosti od  $f_d$  do  $f_g$ , NEB parametar iznosi:

$$NEB = 1.57 \frac{f_g^2}{f_d + f_g}$$

## FAKTOR ŠUMA

Faktor šuma ( $F$ ) (noise figure) je mera ograničena na kola, koja se pobuđuju iz generatora čija je unutrašnja impedansa čisto otporna. On se široko koristi za ocenu šuma u telekomunikacionim kolima. Faktor šuma se definiše kao količnik odnosa signal-šum na ulazu i odnosa signal-šum na izlazu kola:

$$F = \frac{S_u/N_u}{S_i/N_i}$$

a njegova vrednost se obično izražava u decibelima. Pri tome se dobija isti rezultat kada je odnos  $S/N$  definisan preko snaga i preko efektivnih vrednosti. Razlika se može pojaviti samo kada se faktor šuma  $F$  izražava u decibelima. Kod snage, faktor ispred logaritma je 10, a kod napona 20. U daljem izlaganju ćemo uzeti da je faktor šuma definisan preko snage u odnosu signal-šum.

Smisao faktora šuma se uočava ako se pojačanje snage  $G = S_i/S_u$ , za korisni signal zameni u prethodni izraz:

$$F = \frac{S_u/N_u}{S_i/N_i} = \frac{S_u N_i}{S_i N_u} = \frac{N_i}{GN_u}$$

Odnos izlazne i ulazne snage šuma  $N_i/N_u$  nije jednak  $G$ , jer kolo pored pojačanog ulaznog šuma  $GN_u$ , dodaje i sopstveni šum. Na taj način faktor šuma, iskazan u decibelima, predstavlja šum koji unosi samo kolo.