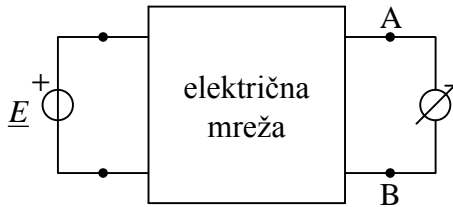


# MOSTOVI

— beleške za predavanja —

## 1. Opšta konfiguracija, generalizovana



$$\underline{U}_{AB} = f(\underline{E}, \underline{Z}_1, \dots, \underline{Z}_n)$$

$$\underline{Z}_i = g(L, C, M, R, f)$$

Ravnoteža mosta:

$$\underline{U}_{AB} = 0.$$

Osetljivost mosta, definicija:

$$\underline{S}_m = \frac{\partial \underline{U}_{AB}}{\partial \underline{Z}_X / \underline{Z}_X} = \underline{Z}_X \frac{\partial \underline{U}_{AB}}{\partial \underline{Z}_X}.$$

Od značaja u blizini ravnoteže mosta,  $\underline{U}_{AB} = 0$ .

Mostovi za jednosmernu struju imaju jednosmerni pobudni generator  $E$ , .

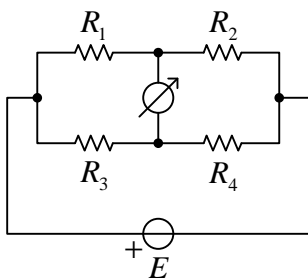
Mostovi za naizmeničnu struju se pobuđuju generatorom naizmeničnog napona  $\underline{E}$ , .

Indikator treba da bude osetljiv detektor nule. Unutrašnja otpornost je od manjeg značaja.

Indikator za jednosmerne mostove je galvanometar, osetljiv ampermetar ili voltmetar.

Indikator za naizmenične mostove može biti osciloskop, elektronski voltmetar, čak i slušalice, bilo šta što može precizno detektovati ravnotežu mosta. Instrument sa ispravljačem je loš izbor zbog male osetljivosti i značajnih parazitnih efekata pri malim naponima ili strujama. U slučaju da se koristi osciloskop, treba obratiti pažnju na uzemljenje pobudnog generatora.

## 2. Vitstonov most



Uslov ravnoteže:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}.$$

Ravnoteža ne zavisi od  $E$ .

Merenje otpornosti:

$$R_x = R_4 = R_3 \frac{R_2}{R_1}.$$

Zavisnost rezultata merenja od temperature:

$$R_x = R_E \frac{R_1(1 + \alpha_{T1}(T - T_0))}{R_2(1 + \alpha_{T2}(T - T_0))}.$$

Povoljno  $\alpha_{T1} = \alpha_{T2}$ , temperaturna stabilnost ravnoteže kada su otpornici od istog materijala. Etalonski otpornik treba da bude temperaturni stabilne otpornosti ili da mu temperatura bude kontrolisana.

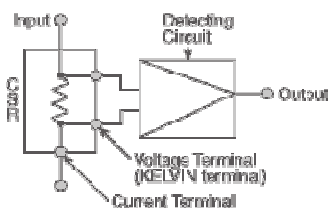
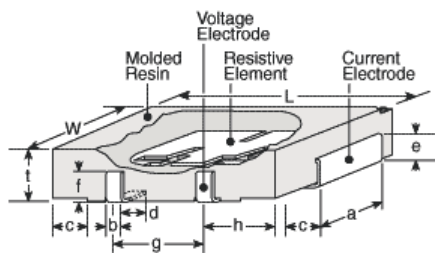
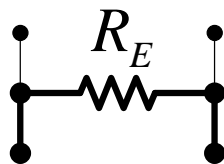
Osetljivost Vitstonovog mosta

$$S = E \frac{R_2/R_1}{(1 + R_2/R_1)^2},$$

ona zavisi od  $E$ .

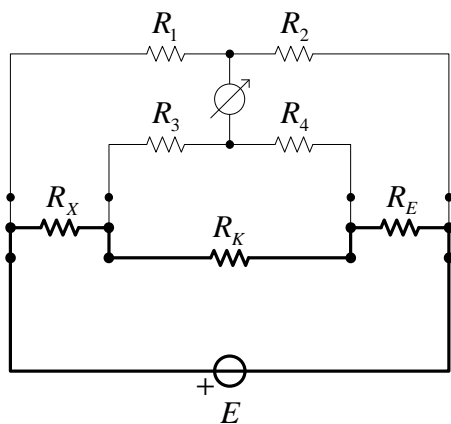
### 3. Precizni otpornici sa dva pristupa

Kod otpornika male otpornosti problem je u pristupnim vodovima, njihova otpornost postaje značajna. Kako bi se eliminisao uticaj otpornosti pristupnih vodova, prave se otpornici sa cetiri izvoda, dva strujna i dva naponska.



### 4. Tomsonov (Kelvinov) most

Služi za merenje malih otpornosti.



Usvojimo

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

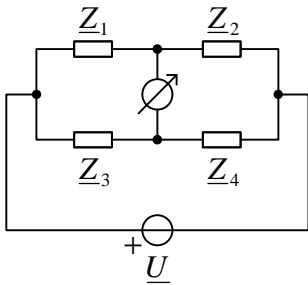
Tada je ravnoteža data sa

$$R_X = R_E \frac{R_1}{R_2}$$

Otpornost kablova,  $R_k$ , ne utiče na ravnotežu mosta.

## Mostovi za naizmeničnu struju

### 5. Opšta konfiguracija i uslovi ravnoteže



Uslov ravnoteže dat kompleksnom jednačinom

$$\underline{Z}_1 \underline{Z}_4 = \underline{Z}_2 \underline{Z}_3.$$

Ako se impedansa izrazi preko otpornosti i reaktanse

$$\underline{Z}_k = R_k + jX_k$$

uslov ravnoteže svodi se na dve realne jednačine

$$R_1 R_4 - X_1 X_4 = R_2 R_3 - X_2 X_3$$

i

$$R_1 X_4 + R_4 X_1 = R_2 X_3 + R_3 X_2.$$

Ako se impedansa izrazi u obliku modula i faznog stava

$$\underline{Z}_k = Z_k e^{j\varphi_k}$$

opet imamo dve realne jednačine

$$Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3$$

i

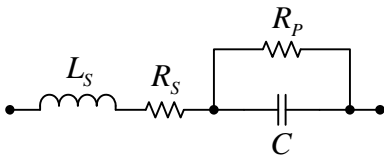
$$\varphi_1 + \varphi_4 = \varphi_2 + \varphi_3.$$

U opštem slučaju su dva promenljiva parametra neophodna za uravnoteženje mosta za naizmeničnu struju.

## Mostovi za merenje kapacitivnosti

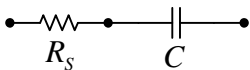
### 6. Ekvivalentna šema kondenzatora

Aproksimacija stvarne karakteristike elementa (jednačina koja povezuje napon i struju) kolom sa koncentrisanim parametrima. I dalje je to aproksimacija, ali sve do jako visokih frekvencija zadovoljava.

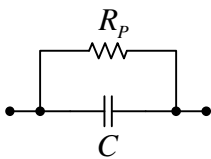


Pojednostavljenja:

“redna” kapacitivnost

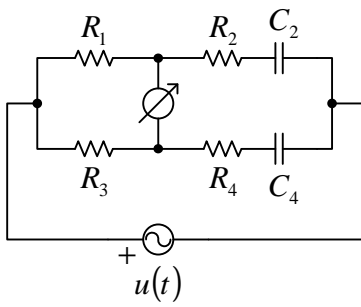


“paralelna” kapacitivnost



Na ma kojoj zadatoj frekvenciji se može uspostaviti ekvivalencija između ova dva modela. Međutim, frekvencijske zavisnosti su različite.

## 7. Most za poredenje redne kapacitivnosti

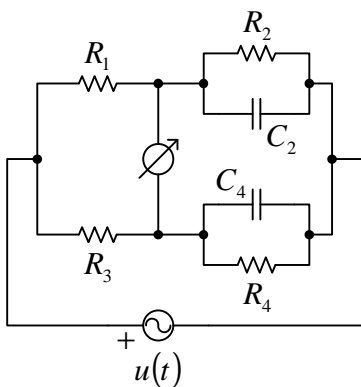


$$C_x = C_4 = C_2 \frac{R_1}{R_3}$$

$$R_x = R_4 = R_2 \frac{R_3}{R_1}$$

Ravnoteža je frekvencijski nezavisna, dosta značajna osobina.

## 8. Most za poredenje paralelne kapacitivnosti

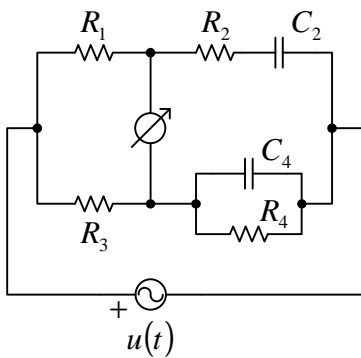


$$C_x = C_4 = C_2 \frac{R_1}{R_3}$$

$$R_x = R_4 = R_2 \frac{R_3}{R_1}$$

Opet frekvencijski nezavisan most.

## 9. Vinov most



1. Merjenje paralelne kapacitivnosti

$$C_x = C_4 = \frac{R_1}{R_3} \frac{C_2}{1 + (\omega R_2 C_2)^2}$$

$$R_x = R_4 = \frac{R_3}{R_1} \left( 1 + \frac{1}{(\omega R_2 C_2)^2} \right) R_2$$

2. Merjenje redne kapacitivnosti

$$C_x = C_2 = \frac{R_3}{R_1} \left( 1 + \frac{1}{(\omega R_4 C_4)^2} \right) C_4$$

$$R_x = R_2 = \frac{R_1}{R_3} \frac{R_4}{1 + (\omega R_4 C_4)^2}$$

3. Merjenje frekvencije

Usvojimo

$$R_2 = R_4 = R$$

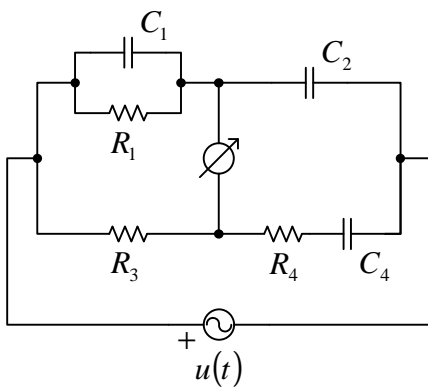
i

$$C_2 = C_4 = C.$$

Tada je

$$f = \frac{1}{2\pi RC}.$$

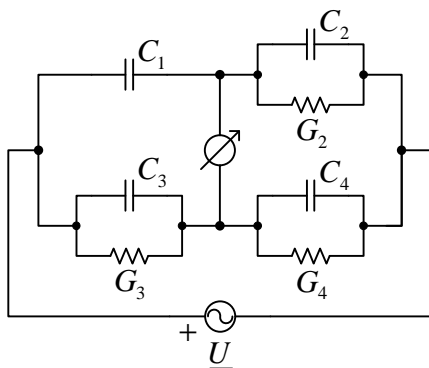
### 10. Šeringov most



$$C_4 = \frac{R_1}{R_3} C_2$$

$$R_4 = \frac{C_1}{C_2} R_3$$

### 11. Ogavin most



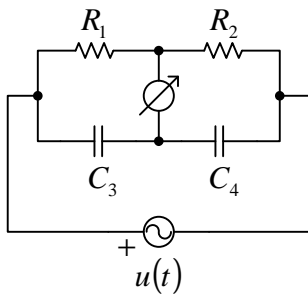
$$G_2 G_3 = \omega^2 (C_2 C_3 - C_1 C_4)$$

$$C_2 G_3 = C_1 G_4 - C_3 G_2$$

Napomena:  $G_k = 1/R_k$ .



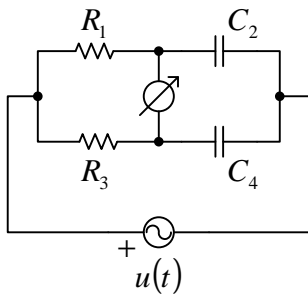
## 12. Sotijev most



$$C_x = C_4 = C_3 \frac{R_1}{R_2}$$

Nema drugog uslova ravnoteže, implicitno je zadovoljen pretpostavkom da su kondenzatori bez gubitaka.

U literaturi se može naći još jedna verzija Sotijevog mosta, poseban slučaj mosta za poređenje kapacitivnosti kada nema gubitaka:

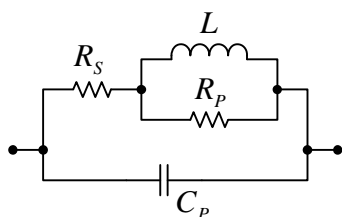


$$C_x = C_4 = C_2 \frac{R_1}{R_3}$$

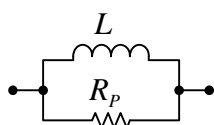
Druga verzija Sotijevog mosta se može izvesti primenom teoreme po kojoj se uslovi ravnoteže mosta ne menjaju ako indikator i generator zamene mesta.

## Merenje induktivnosti

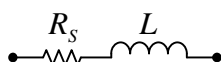
### 13. Ekvivalentna šema kalema



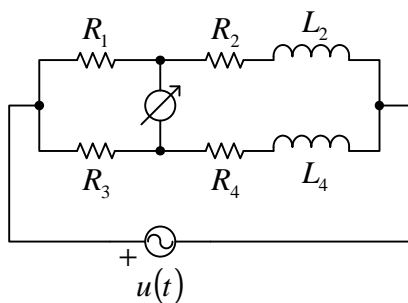
“paralelna” induktivnost



“redna” induktivnost



### 14. Most za poredenje redne induktivnosti



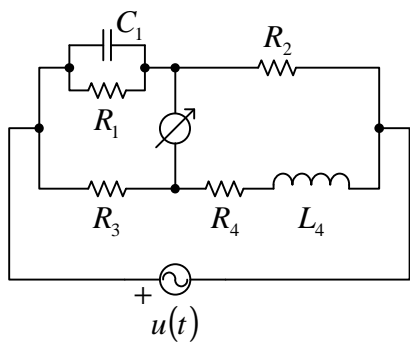
$$L_x = L_4 = L_2 \frac{R_3}{R_1}$$

$$R_x = R_4 = R_2 \frac{R_3}{R_1}$$

Problem međusobno sprezanje kalemova.

Analogno za paralelnu induktivnost.

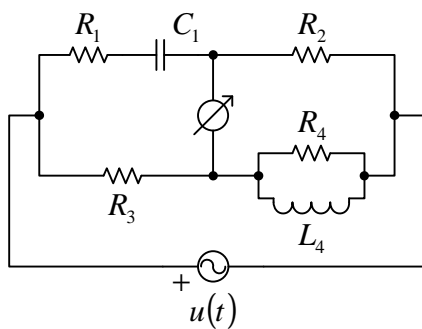
### 15. Maksvelov most



$$L_x = L_4 = R_2 R_3 C_1$$

$$R_x = R_4 = \frac{R_2 R_3}{R_1}$$

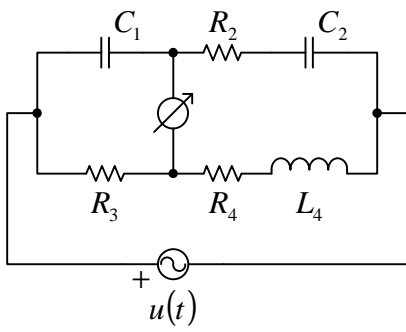
### 16. Hejov most



$$L_x = L_4 = R_2 R_3 C_1$$

$$R_x = R_4 = \frac{R_2 R_3}{R_1}$$

### 17. Owenov most

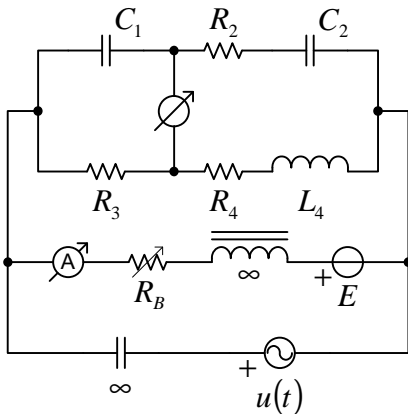


$$L_x = L_4 = R_2 R_3 C_1$$

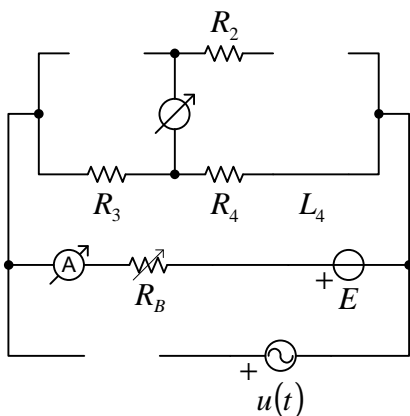
$$R_x = R_3 \frac{C_1}{C_2}$$

## 18. Ovenov most za merenje inkrementalne induktivnosti

Otpronik  $R_B$  zajedno sa elementima grane u kojoj se nalazi podešava “radnu tačku” kalema  $L_4$ , njegovu “struju polarizacije”, a to je jednosmerna komponenta struje kalema.

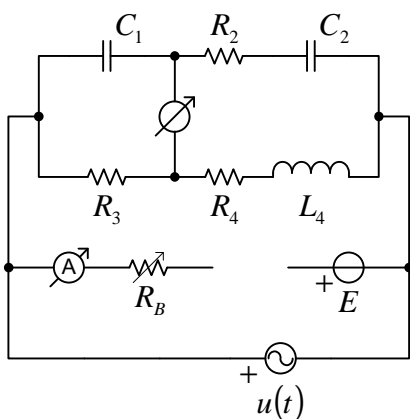


DC ekvivalentno kolo



Za DC su kalemovi kratak spoj, a kondenzatori otvorena veza. Vidi se da jednosmerna komponenta ne utiče na indikatorski instrument, on je “ne vidi” zahvaljujući kondenzatorima  $C_1$  i  $C_2$ .

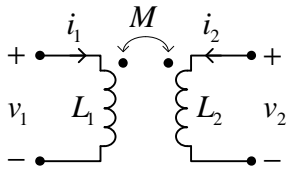
AC ekvivalentno kolo, veliki kalem se ponaša kao otvorena veza, veliki kondenzator kao kratka.



Ovo kolo je isto kao Ovenov most sa prethodne strane, isti uslovi ravnoteže.

## Merenje medusobne induktivnosti

### 19. Spregnuti kalemovi, karakteristika elementa

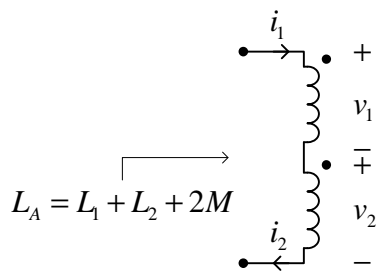


$$v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

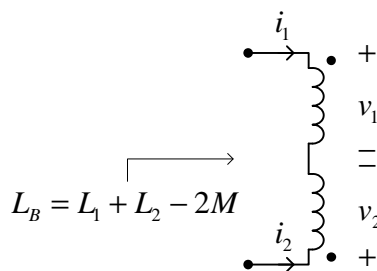
$$v_2 = M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt}$$

### 20. Merjenje medusobne induktivnosti metodom redne veze

1. Izmeriti ekvivalentnu induktivnost redne veze:



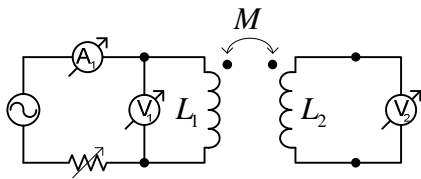
2. Izmeriti ekvivalentnu induktivnost "antiredne" veze:



3. Izračunati:

$$M = \frac{1}{4}(L_A - L_B)$$

## 21. Direktno merenje međusobne induktivnosti



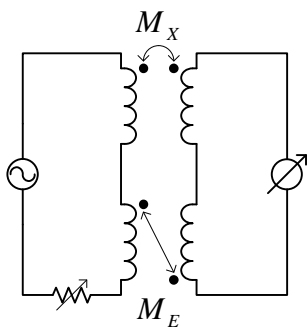
1. Izmeriti  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $I_1$ ; smatra se da je unutrašnja otpornost voltmetra beskonačno velika.

2. Izračunati:

$$\omega L_1 = \frac{V_1}{I_1}$$

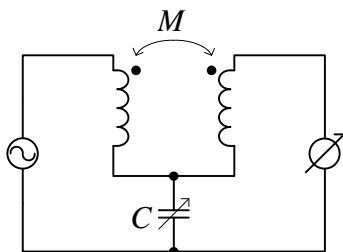
$$\omega M = \frac{V_2}{I_1}$$

## 22. Poređenje međusobnih induktivnosti



Idealno za brze provere u proizvodnji, poređenje sa etalomom.

## 23. Kembelovo kolo



Analizirati u ravnoteži, kada je struja indikatorskog instrumenta jednaka nuli. Tada je

$$M = \frac{1}{\omega^2 C}.$$

Može da služi za merenje međusobne induktivnosti i frekvencije.