

## □ Modeli MOS tranzistora u svim oblastima inverzije

Funkcija koja dobro opisuje ponašanje tranzistora u svim oblastima inverzije

$$I_D = 2n\mu_n C_{ox} U_T^2 \left( \frac{W}{L} \right) \ln^2 \left( 1 + e^{\frac{V_{GS} - V_T}{2nU_T}} \right) \quad n = 1 + \frac{C_{dep}}{C_{ox}} \quad U_T = kT / q$$

Kada se uvede normalizacija na koeficijent inverzije

$$IC = \ln^2 \left( 1 + e^{\frac{V_{GS} - V_T}{2nU_T}} \right) = \frac{I_D}{2n\mu_n C_{ox} U_T^2 (W / L)} \approx \frac{I_D}{2n\mu_{n0} C_{ox} U_T^2 (W / L)}$$

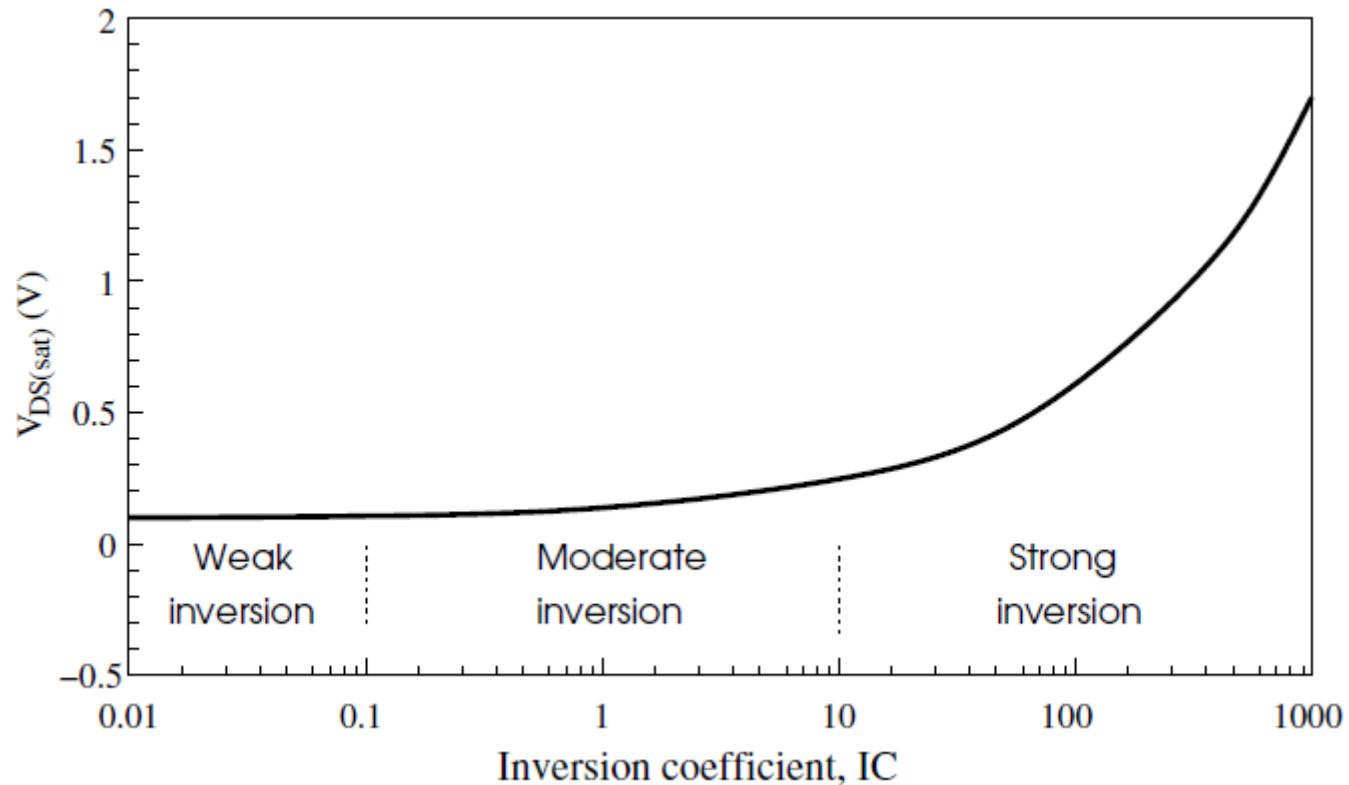
tada je

$$I_D = 2n\mu_n C_{ox} U_T^2 \left( \frac{W}{L} \right) IC$$

Za rad u zasićenju potrebno je da bude

$$V_{DS} \geq V_{DSsat} = V_{GS} - V_T = 2nU_T \ln \left( e^{\sqrt{IC}} - 1 \right)$$

## Zavisnost napona $V_{DS(sat)}$ u funkciji koeficijenta inverzije IC



Efikasnost transkonduktanse:

$$\frac{g_m}{I_D} = \frac{1}{I_D} \frac{\partial I_D}{\partial V_{GS}} = \frac{1}{nU_T \ln \left( 1 + e^{\frac{V_{GS}-V_T}{2nU_T}} \right)} \frac{e^{\frac{V_{GS}-V_T}{2nU_T}}}{1 + e^{\frac{V_{GS}-V_T}{2nU_T}}}$$

$$\frac{g_m}{I_D} = \frac{1 - e^{-\sqrt{I_C}}}{nU_T \sqrt{I_C}}$$

Iz prethodne relacije se ne može analitički dobiti zavisnost faktora inverzije u funkciji transkonduktanse i zato je EKV model uveo interpolacionu funkciju

$$\frac{g_m}{I_D} = \frac{1}{nU_T \sqrt{I_C + \frac{\sqrt{I_C}}{2} + 1}}$$

Inverzna funkcija prethodne zavisnosti je

$$I_C = \left( -\frac{1}{4} + \sqrt{\frac{1}{n^2 U_T^2 (g_m / I_D)^2} - \frac{15}{16}} \right)^2$$

U oblasti slabe inverzije je:

$$I_C \leq 0.1 \Rightarrow \frac{g_m}{I_D} \approx \frac{1}{nU_T}$$

Umerena inverzija:

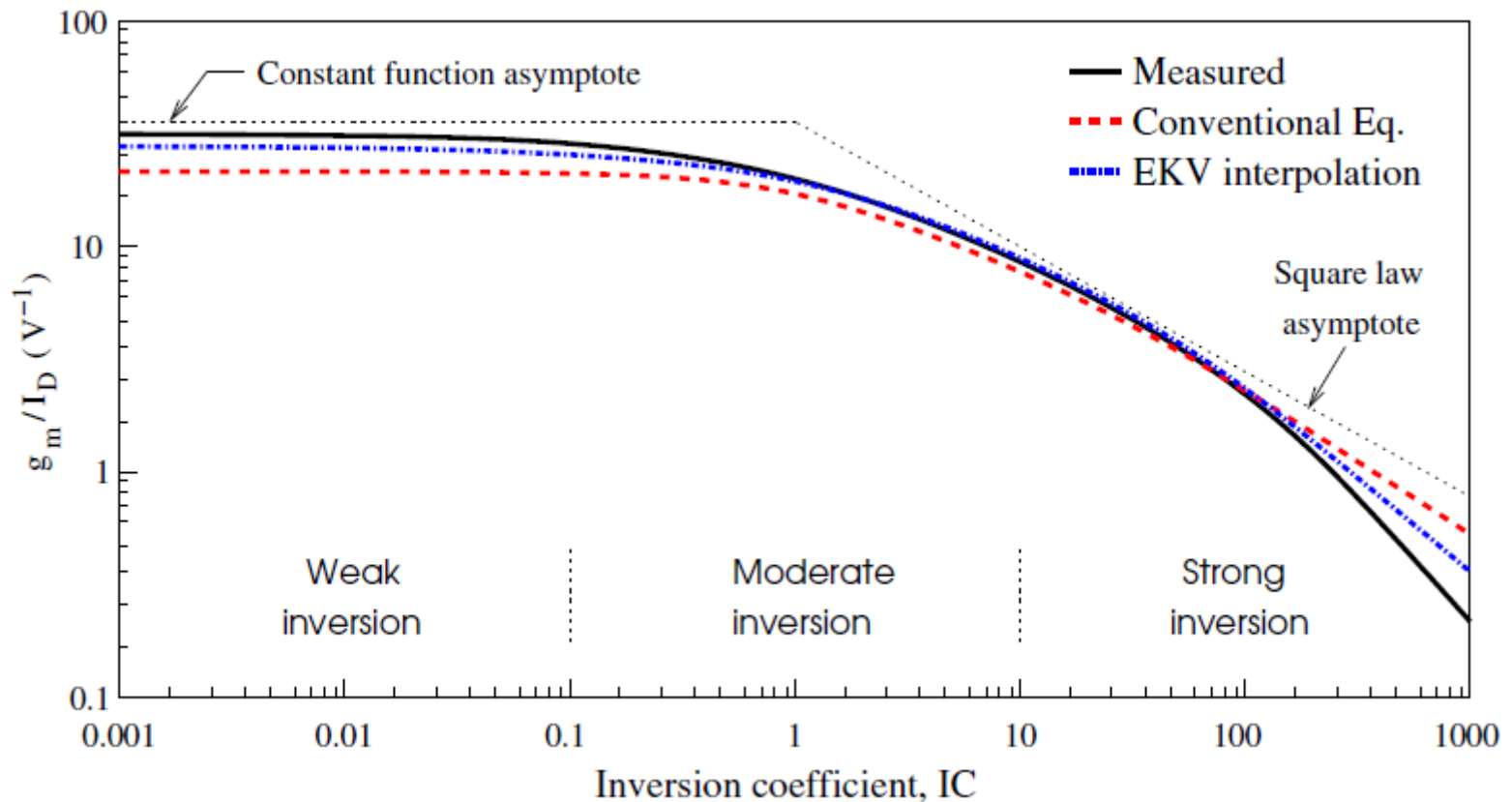
$$0.1 \leq I_C \leq 10$$

Jaka inverzija:

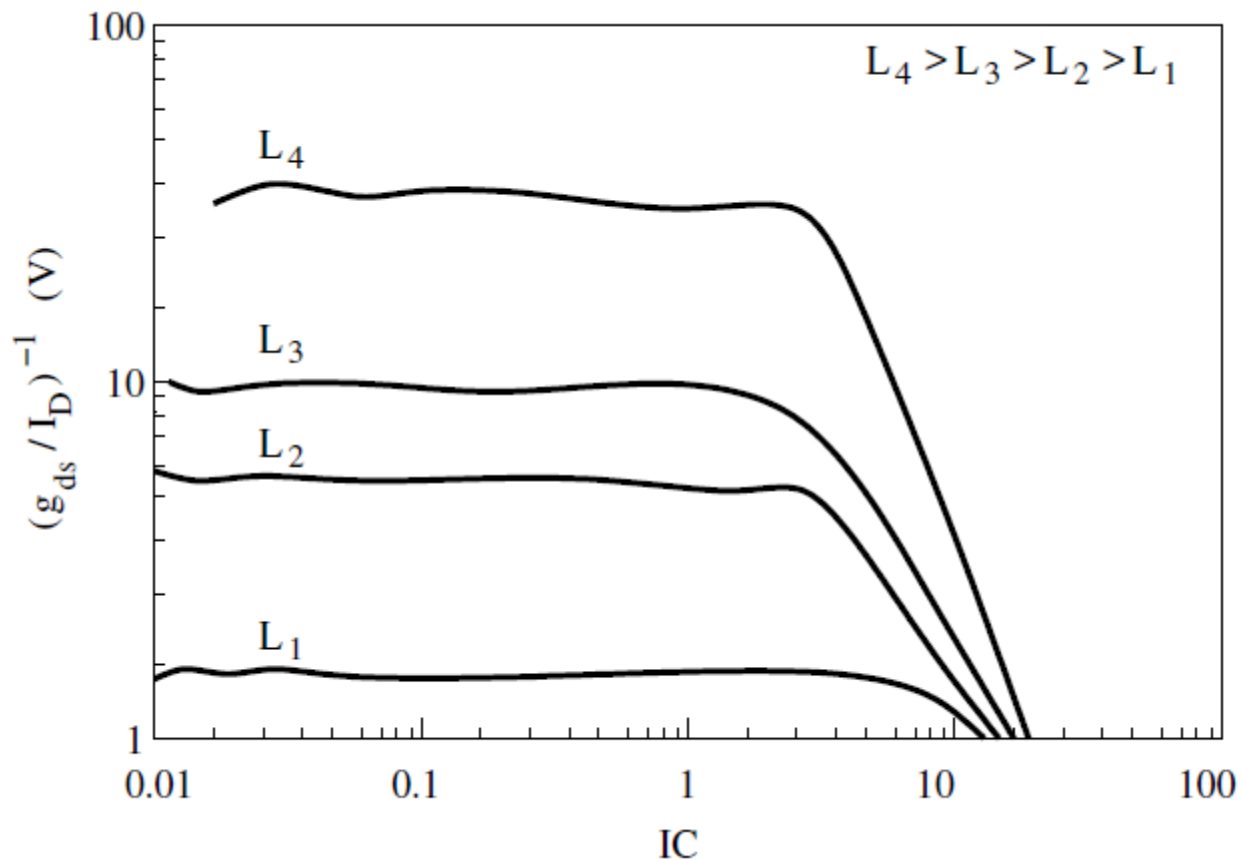
$$I_C \geq 10 \Rightarrow \frac{g_m}{I_D} \approx \frac{1}{nU_T \sqrt{I_C}}$$

Faktor substrata  $n$  se neznatno menja sa promenom nivoa inverzije. Tipična vrednost je 1.4-1.5 u oblasti slabe inverzije, u umerenoj inverziji je 1.35, a u jakoj inverziji 1.3.

Poređenje modela i eksperimenta:



- Uticaj Earlijevog efekta

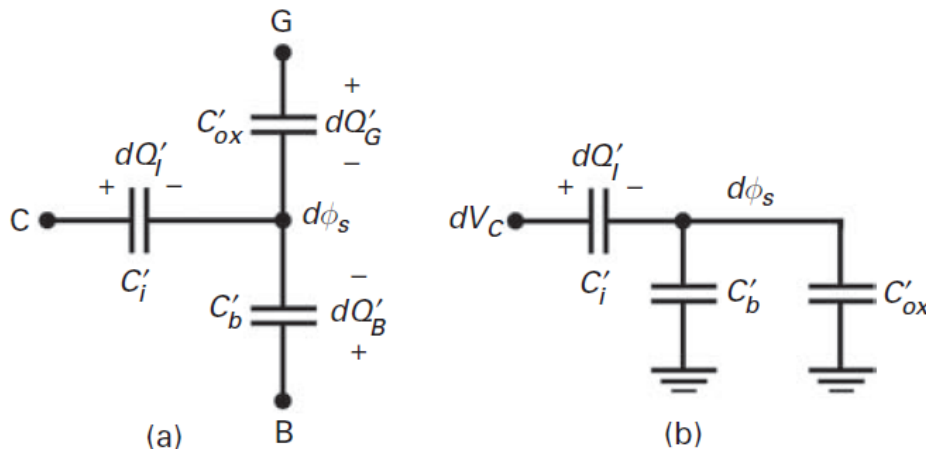


$(g_{ds}/I_D)^{-1}$  opada u oblasti jake inverzije zavisno od dužine kanala

## Advanced Compact Model (ACM)

Struja kanala od drejna ka sorsu ima dve komponente, usled električnog polja duž kanala i usled difuzionog kretanja

$$I_D = \mu_n W \left( -Q_i \frac{d\psi_s}{dy} + U_T \frac{dQ_i}{dy} \right)$$



$$C_{eq} = \frac{dQ_i}{dV_C} = \frac{(C_b + C_{ox})C_i}{C_b + C_{ox} + C_i}$$

$$dQ_i = (C_b + C_{ox})d\psi_s$$

$$n = 1 + \frac{C_b}{C_{ox}} \Rightarrow C_b + C_{ox} = nC_{ox}$$

$$\Rightarrow dQ_i = nC_{ox}d\psi_s$$

$$I_D = -\mu_n W \left( \frac{Q_i}{nC_{ox}} - U_T \right) \frac{dQ_i}{dy}$$

$$I_D = -\mu_n \frac{W}{L} \int_{Q_{IS}}^{Q_{ID}} \left( \frac{Q_i}{nC_{ox}} - U_T \right) dQ_i = \mu_n \frac{W}{L} \left[ \frac{Q_{IS}^2 - Q_{ID}^2}{2nC_{ox}} - U_T (Q_{IS} - Q_{ID}) \right]$$

Prvi član je driftovska komponenta struje drejna, a drugi difuziona komponenta

Struja drejna može da se napiše kao razlika direktne i inverzne komponente struje

$$I_D = I_F - I_R = \mu_n \frac{W}{L} \left[ \frac{Q_{IS}^2}{2nC_{ox}} - U_T Q_{IS} \right] - \mu_n \frac{W}{L} \left[ \frac{Q_{ID}^2}{2nC_{ox}} - U_T Q_{ID} \right]$$

Kada je  $V_{DB}$  veliki, dominantna je direktna komponenta struje drejn-sors

$$I_D = I_F = \mu_n \frac{W}{L} \left[ \frac{Q_{IS}^2}{2nC_{ox}} - U_T Q_{IS} \right]$$

Kada je  $V_{SB}$  veliki, dominantna je direktna komponenta struje drejn-sors

$$I_D = -I_R = -\mu_n \frac{W}{L} \left[ \frac{Q_{ID}^2}{2nC_{ox}} - U_T Q_{ID} \right]$$

Normalizacijom

$$q_S = -\frac{Q_{IS}}{2nC_{ox}U_T} \quad q_D = -\frac{Q_{ID}}{2nC_{ox}U_T}$$

se dobijaju pogodniji oblici struje drejna,

$$I_F = I_S \left[ q_S^2 + q_S \right] \quad I_R = I_S \left[ q_D^2 + q_D \right]$$

gde je  $I_S$  specifična struja,

$$I_S = 2\mu_n C_{ox} n U_T^2 \frac{W}{L}$$

dok su normalizovane direktna i inverzna komponenta struje drejna  $i_f = I_F / I_S$   $i_r = I_R / I_S$

Veza između naelektrisanja i potencijala dobija se pomoću Maxwell-Boltzmannove aproksimacije

$$Q_i \propto e^{\frac{\psi_s - \phi_F - V}{U_T}}$$

tako da je

$$\frac{dQ_i}{Q_i} = \frac{dq}{q} = \frac{d\psi_s - dV}{U_T}$$

Pošto je

$$d\left(-\frac{Q_i}{C_{ox}}\right) = -nd\psi_s \Rightarrow d\psi_s = -2U_T dq$$

$$\frac{dq}{q} = -\frac{2U_T dq + dV}{U_T} \Rightarrow dV = \left(2U_T + \frac{U_T}{q}\right) dq$$

Integraljenjem od  $V_{x,x=S,D}$  do referentnog napona  $V_P$  dobija se

$$V_P - V_x = U_T [2(q_x - 1) + \ln(q_x)]$$

Kada je  $V_x = V_P \Rightarrow q_x = 1$

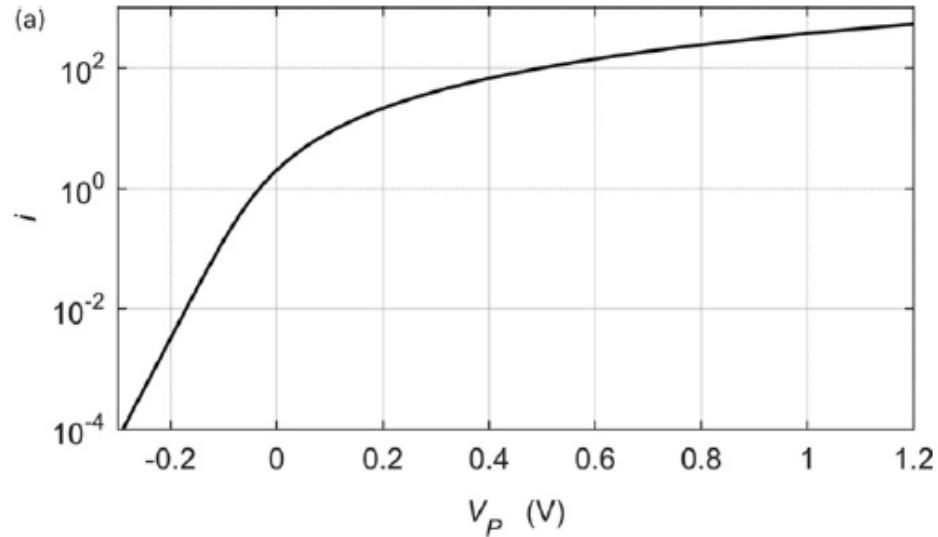
Tada su driftovska i difuziona komponenta podjednake i MOS tranzistor je u sredini umerene inverzije

Kada je  $V_x \gg V_P$  tranzistor je u oblasti slabe inverzije, dok je pri  $V_x \ll V_P$  u oblasti jake inverzije



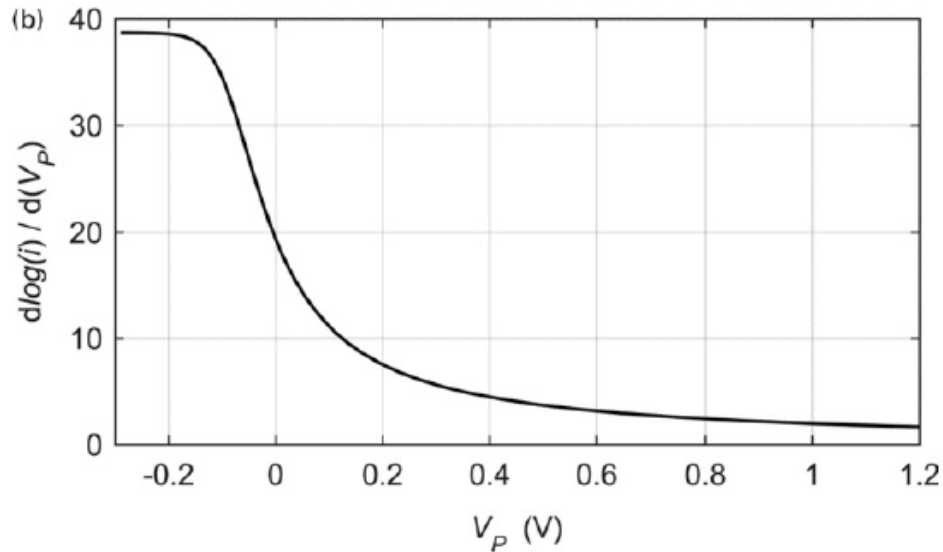
$$V_x = V_S = 0 \Rightarrow V_P = U_T [2(q_S - 1) + \ln(q_S)] = U_T [2(q - 1) + \ln(q)]$$

$$i = i_f = \frac{I_F}{I_S} = q_S^2 + q_S = q^2 + q$$

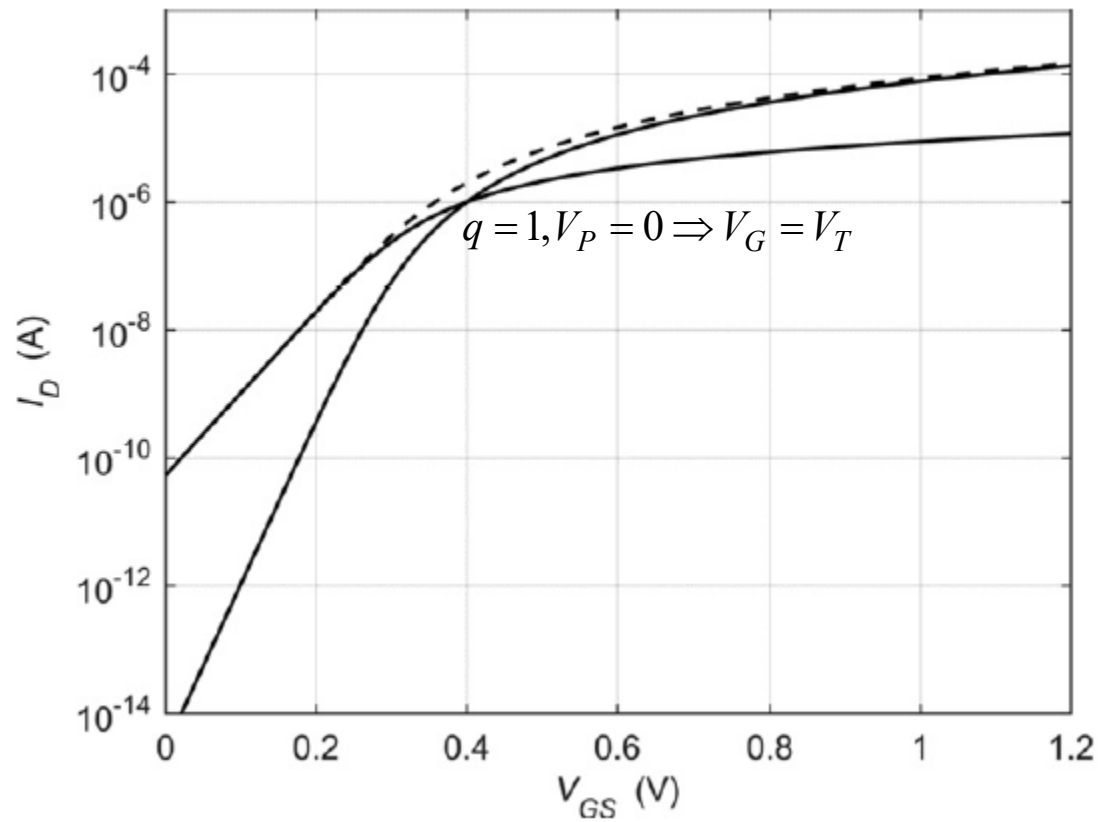


$$\frac{\partial \ln(i)}{\partial V_P} = \frac{1}{U_T} \frac{1}{q+1}$$

$$V_P = \frac{V_G - V_T}{n}$$



$$10^{-4} (WI) \leq q \leq 10 (SI) \quad n = 1.3 \quad I_S = 1 \mu\text{A} \quad V_T = 0.4 \text{V}$$

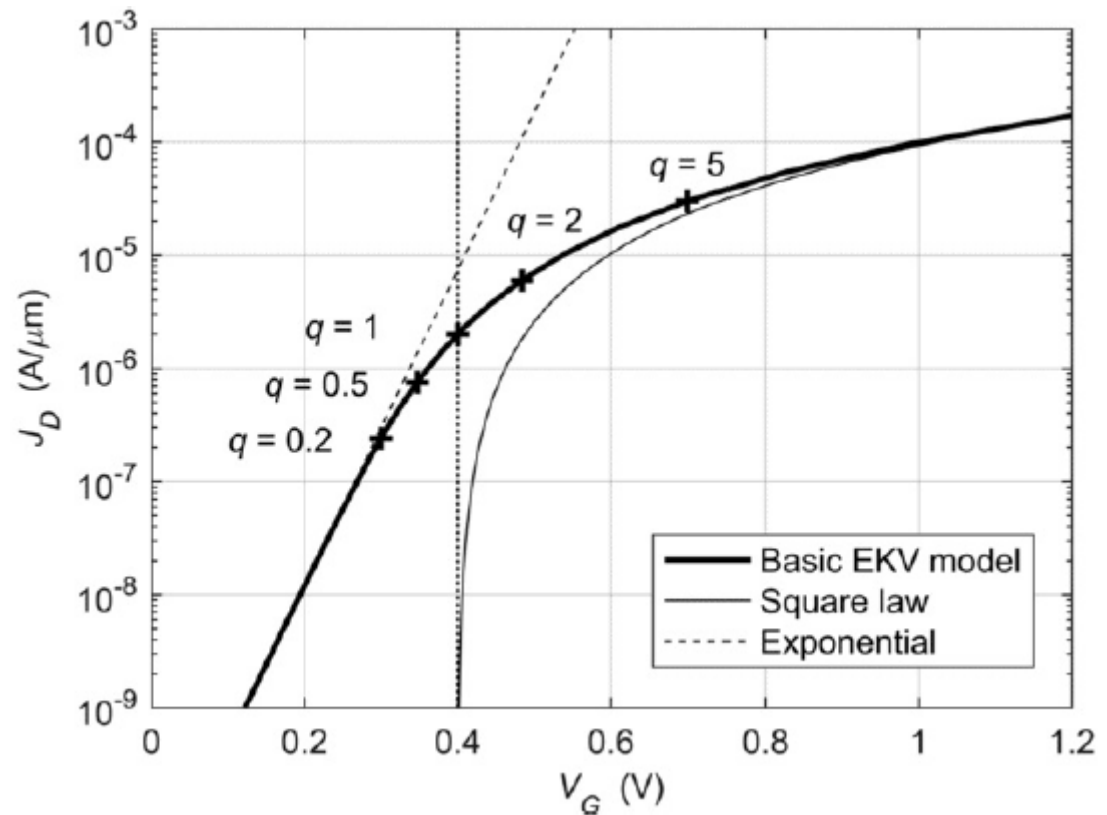


## Aproksimacija slabe inverzije i jake inverzije pomoću ACM modela

$$SI : q \gg 1 \Rightarrow V_P = 2U_T q = 2U_T \sqrt{i} = 2U_T \sqrt{\frac{I_D}{I_s}} \quad \Rightarrow I_D = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \frac{(V_G - V_T)^2}{2n}$$

$$WI : q \ll 1 \Rightarrow V_P = U_T (-2 + \ln(q)) = U_T (-2 + \ln(i)) = U_T \left( -2 + \ln\left(\frac{I_D}{I_s}\right) \right) \Rightarrow I_D = I_s e^{2\frac{V_T}{nU_T}} e^{\frac{V_G}{nU_T}} = I_0 e^{\frac{V_G}{nU_T}}$$

$$MI : 0.2 \leq q \leq 5$$



Parametri modela za male signale:

$$g_m = \frac{\partial I_D}{\partial V_G} = \frac{\partial I_D}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial V_G} = I_s (2q+1) \frac{1}{nU_T} \frac{2q}{2q+1} = \frac{I_s}{nU_T} q$$

$$\Rightarrow \frac{g_m}{I_D} = \frac{1}{nU_T} \frac{1}{q+1}$$

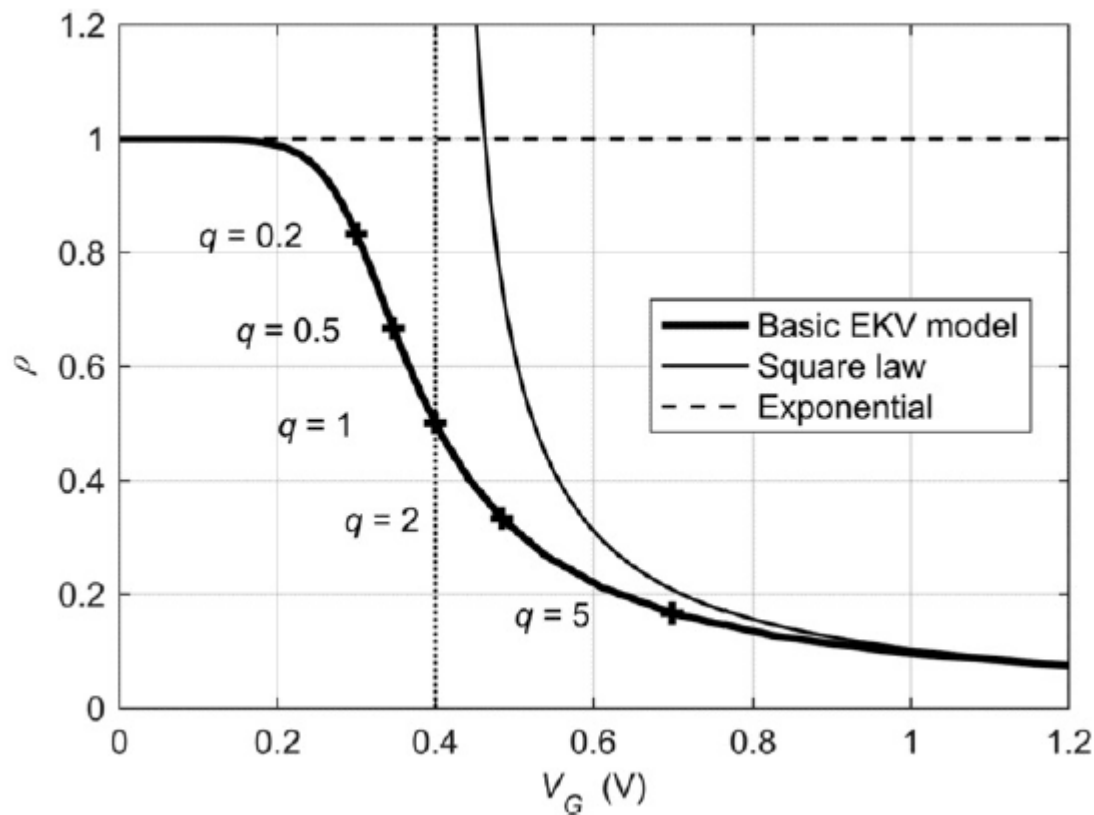
$$WI : q \ll 1 \Rightarrow \frac{g_m}{I_D} = \left( \frac{g_m}{I_D} \right)_{\max} = \frac{1}{nU_T}$$

$$\left( \frac{g_m}{I_D} \right)_{SI} = \frac{2}{V_{GS} - V_T}$$

$$i = q^2 + q \Rightarrow q^2 + q - i = 0$$

$$\Rightarrow q = \frac{-1 + \sqrt{1+4i}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{g_m}{I_D} = \frac{1}{nU_T} \frac{2}{\sqrt{1+4i} + 1}$$



## Ekstrakcija parametara ACM (EKV) modela

Procedura:

1. Na osnovu karakteristike  $I_D=f(V_{GS})$ , gde je struja  $I_D$  u logaritamskoj razmeri određujemo  $g_m/I_D$  (nalaženjem izvoda struje  $I_D$ ). Na osnovu maksimuma efikasnosti transkonduktanse ( $M$ ) ekstrahuje se parametar  $n$
2. Određivanje napona praga  $V_T$  i specifične struje  $I_s$  dobićemo selektovanjem još jedne tačke ( $V_{GS}=V_{GS0}$ ,  $I_{D0}$ ,  $(g_m/I_D)_0$ )
3. Kada je poznat parametar  $n$ , može se odrediti normalizovana gustina mobilnog naelektrisanja u kanalu tranzistora  $q_0$
4. Na osnovu  $q_0$  izračunava se normalizovana struja drejna  $i_0$  i pinch-off voltage  $V_{p0}$
5. Na osnovu  $V_{p0}$  i  $V_{GS0}$  izračunava se napon praga, dok se na osnovu  $I_{D0}$  i  $i_0$  izračunava specifična struja  $I_s$ .

