

# **Sinteza električnih filtara**

Dr Miroslav Lutovac

# Funkcija prenosa

- Sistem je **relaksiran**, jedan ulaz i jedan izlaz iz sistema, kontinualni LTI sistem, opisan diferencnim jednačinama sa konstantnim koeficijentima
- **Funkcija prenosa (transfer function)**,  $H(s)$ , je količnik Laplasove transformacije izlaznog signala,  $Y(s)$ , i Laplasove transformacije pobudnog signala,  $X(s)$

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)}$$

# $H(s)$ je racionalna funkcija po $s$

- TFunkcija prenosa je količnik dva polinoma po kompleksnoj učestanosti  $s$
- Za  $s = j\omega$ ,  $H(s)$  je **frekvencijska karakteristika** LTI sistema

$$H(s) = \frac{B(s)}{A(s)}, \quad B(s) = \sum_{l=0}^L b_l s^l, \quad A(s) = \sum_{m=0}^M a_m s^m$$

# Polovi i nule

- Koreni imenioca funkcije prenosa,  $A(s)$ , nazivaju se ***polovi***
- Izračunavaku se rešavanjem jednačine  $A(s) = \text{denominator}(H(s)) = 0$
- Koreni brojioca funkcije prenosa,  $B(s)$ , nazivaju se ***nulama***
- Izračunavaku se rešavanjem jednačine  $B(s) = \text{numerator}(H(s)) = 0$

# Predstavljanje preko nula i polova

$$H(s) = H_0 \frac{\prod_k (s - s_{zk})}{\prod_i (s - s_{pi})}$$

Faktor skaliranja

$s_{z1}, s_{z2}, s_{z3}, \dots$

nule

$s_{p1}, s_{p2}, s_{p3}, \dots$

polov

i

Polinomi  $A(s)$  i  $B(s)$  imaju realne koeficijente, i zato su nule i polovi ili realni ili se pojavljuju kao konjugovano kompleksni parovi

# Sekcija prvog reda i bikvadi

$$H(s) = \frac{b_1s + b_0}{a_1s + a_0}, \quad a_1 \neq 0$$

Funkcija prenosa  
prvog reda

$$H(s) = \frac{b_2s^2 + b_1s + b_0}{a_2s^2 + a_1s + a_0}, \quad a_2 \neq 0$$

Funkcija prenosa  
drugog reda

Sistem opisan funkcijom  
prenosa prvog reda nazivamo  
**sekcija prvog reda**

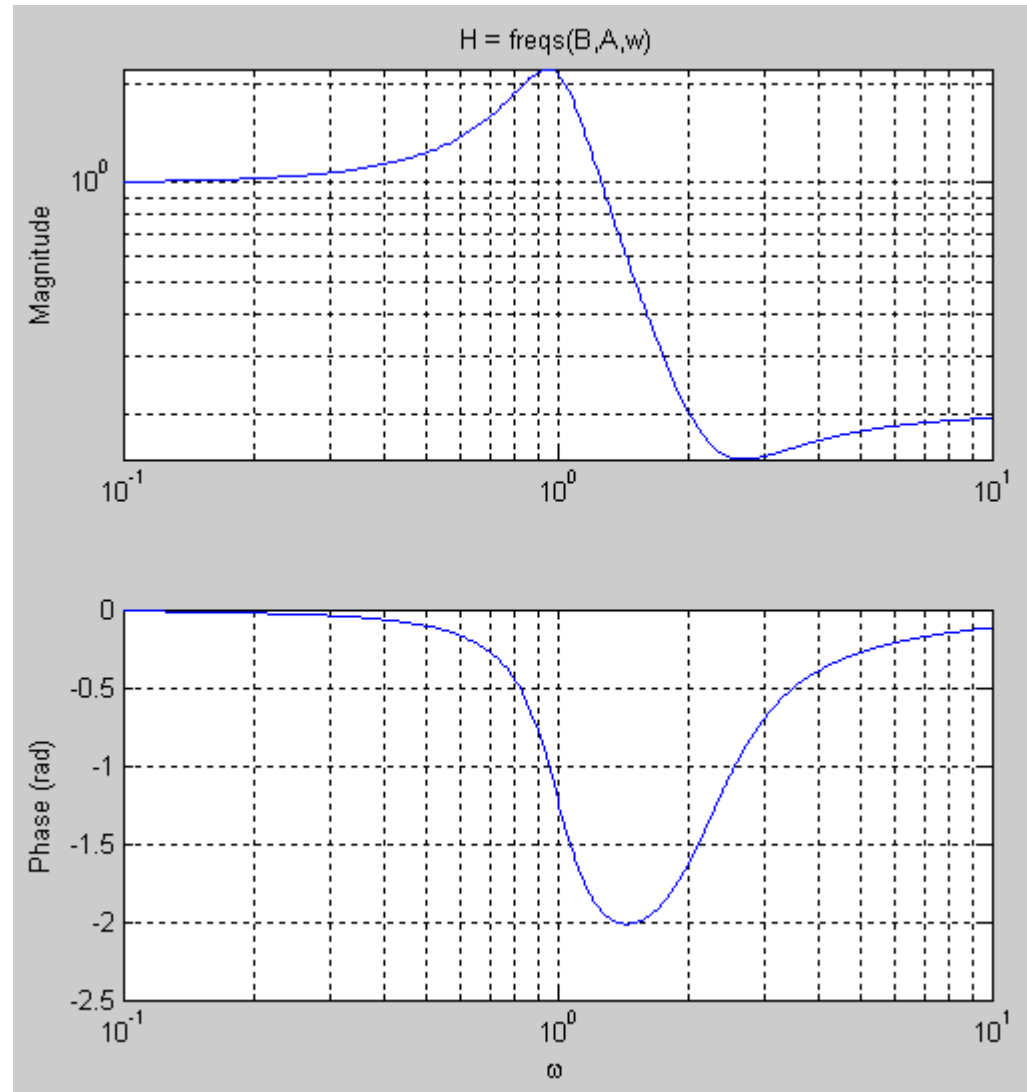
Sistem opisan funkcijom prenosa  
drugog reda nazivamo  
**bikvadratna sekcija** ili  
**bikvad - bajkvod**

Bilo koja funkcija prenosa može da se predstavi proizvodom funkcija prenosa prvog i drugog reda, što znači da bilo koji LTI sistem može da se rastavi na rednu vezu sekcija prvog i drugog reda

# freqs

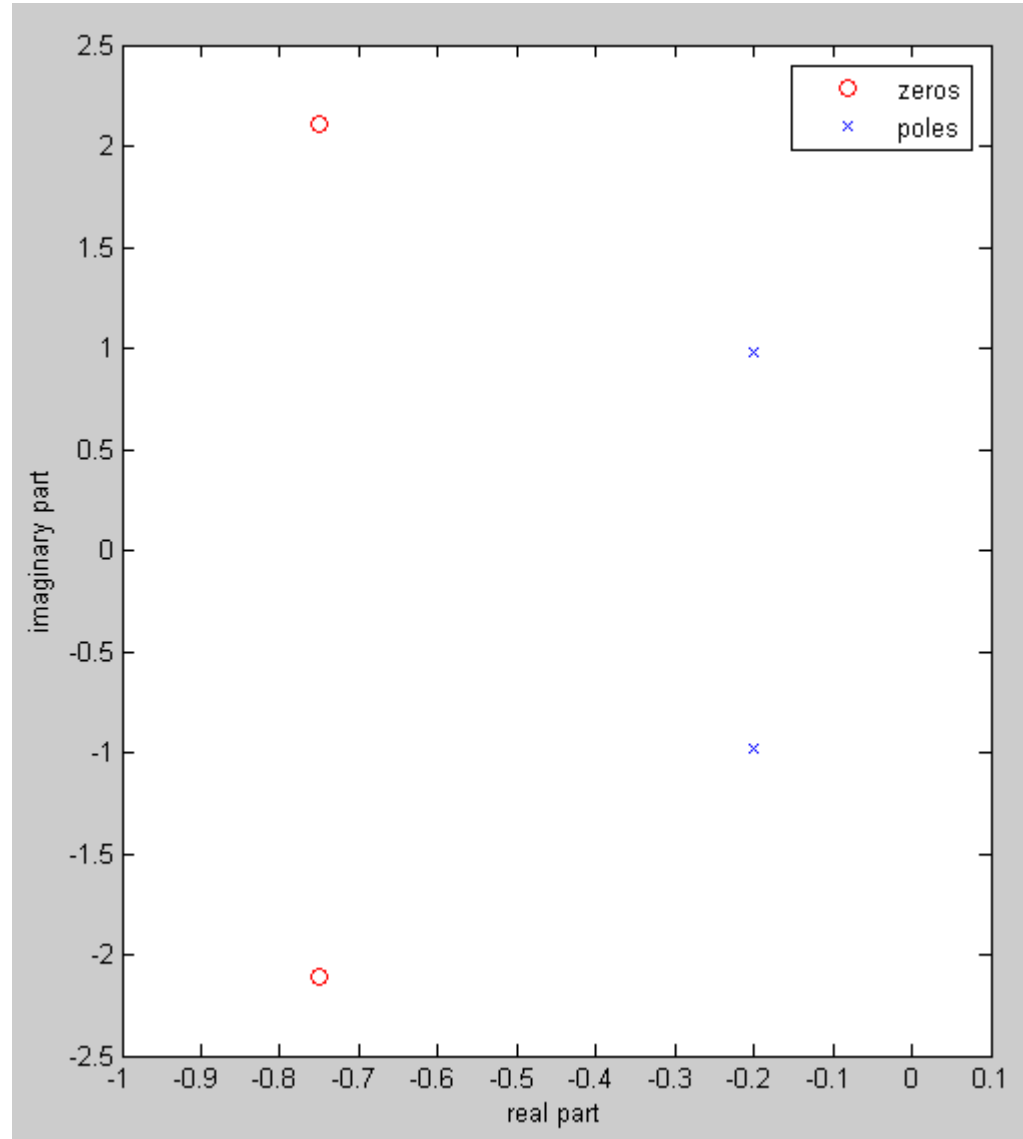
$$H(s) = \frac{0.2s^2 + 0.3s + 1}{s^2 + 0.4s + 1}$$

```
A = [1 0.4 1];  
B = [0.2 0.3 1];  
w = 0.1:0.01:10;  
H = freqs(B,A,w);  
M = abs(H);  
P = angle(H);  
subplot(2,1,1);  
loglog(w,M); grid;  
ylabel('Magnitude');  
title('H =  
freqs(B,A,w)');  
subplot(2,1,2);  
semilogx(w,P); grid;  
ylabel('Phase (rad)');  
xlabel('\omega');
```



# roots

```
A = [1 0.4 1];  
B = [0.2 0.3 1];  
z = roots(B);  
p = roots(A);  
plot(real(z), imag(z), 'ro', ...  
      real(p), imag(p), 'bx')  
axis([-1 0.1 -2.5 2.5])  
xlabel('real part')  
ylabel('imaginary part')  
legend('zeros', 'poles')
```





# Quality factor (Q-faktor)

$$H(s) = K \frac{(s - s_{z1})(s - s_{z2}) \cdots (s - s_{zm})}{(s - s_{p1})(s - s_{p2}) \cdots (s - s_{pn})}$$

$$s_i = \operatorname{Re}(s_i) + j\operatorname{Im}(s_i)$$

$$s_{i+1} = \operatorname{Re}(s_i) - j\operatorname{Im}(s_i)$$

Konjugovano  
kompleksni par

$$(s - s_i)(s - s_{i+1}) = s^2 + \frac{\omega_i}{Q_i}s + \omega_i^2$$

$$\omega_i = |s_i|$$

$$Q_i = -\frac{|s_i|}{2 \operatorname{Re}(s_i)}$$

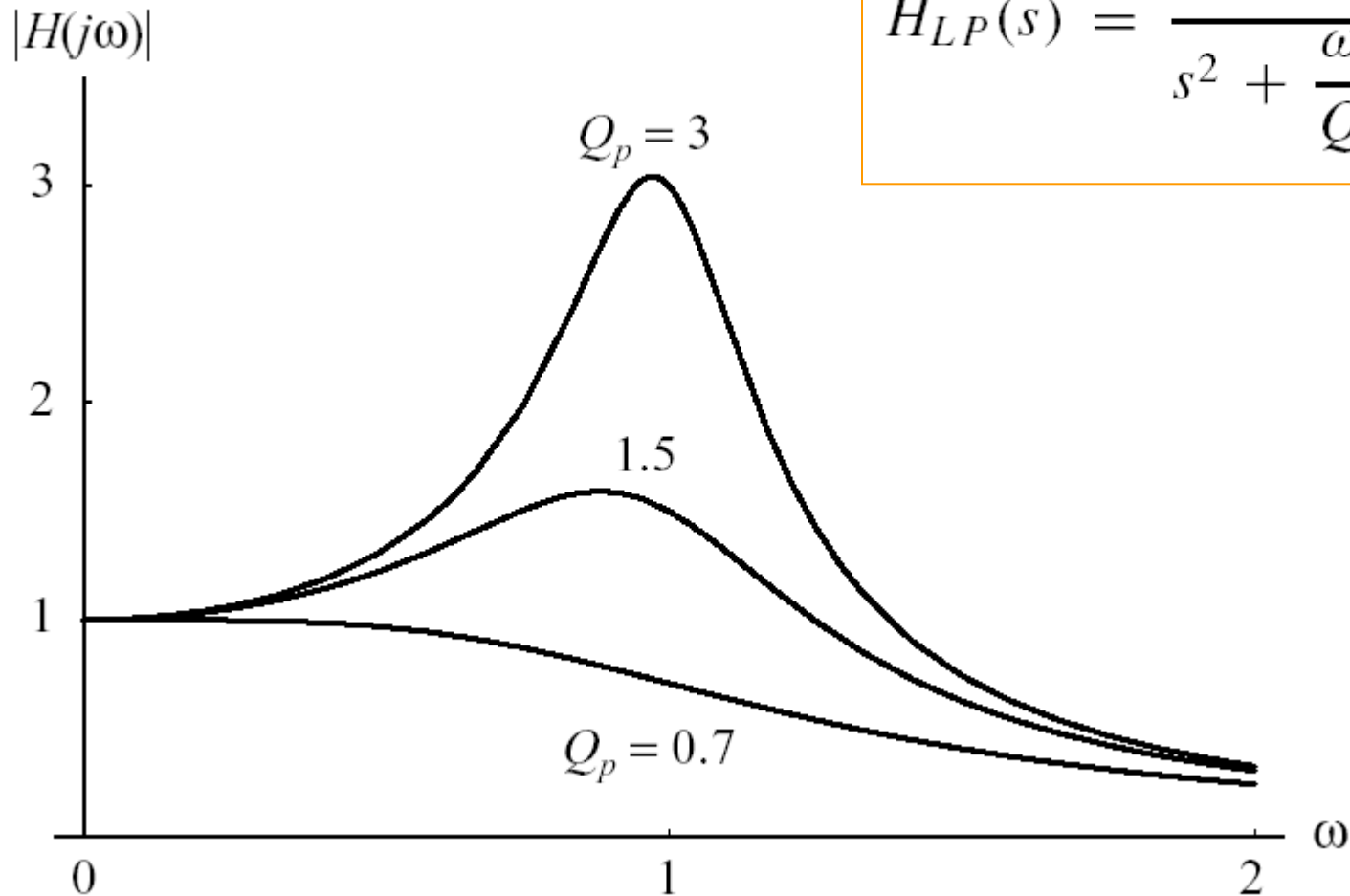
# Sekcija sa kompleksnim nulama i polovima

$$H_i(s) = \frac{s^2 + \frac{\omega_{zi}}{Q_{zi}}s + \omega_{zi}^2}{s^2 + \frac{\omega_{pi}}{Q_{pi}}s + \omega_{pi}^2}$$

$$H(s) = \prod_{i=1}^N H_i(s)$$

Da bi se smanjio uticaj promene vrednosti koeficijenata na funkciju prenosa, preporučljivo je da se funkcija prenosa predstavi kao proizvod funkcija prenosa prvog i drugog reda

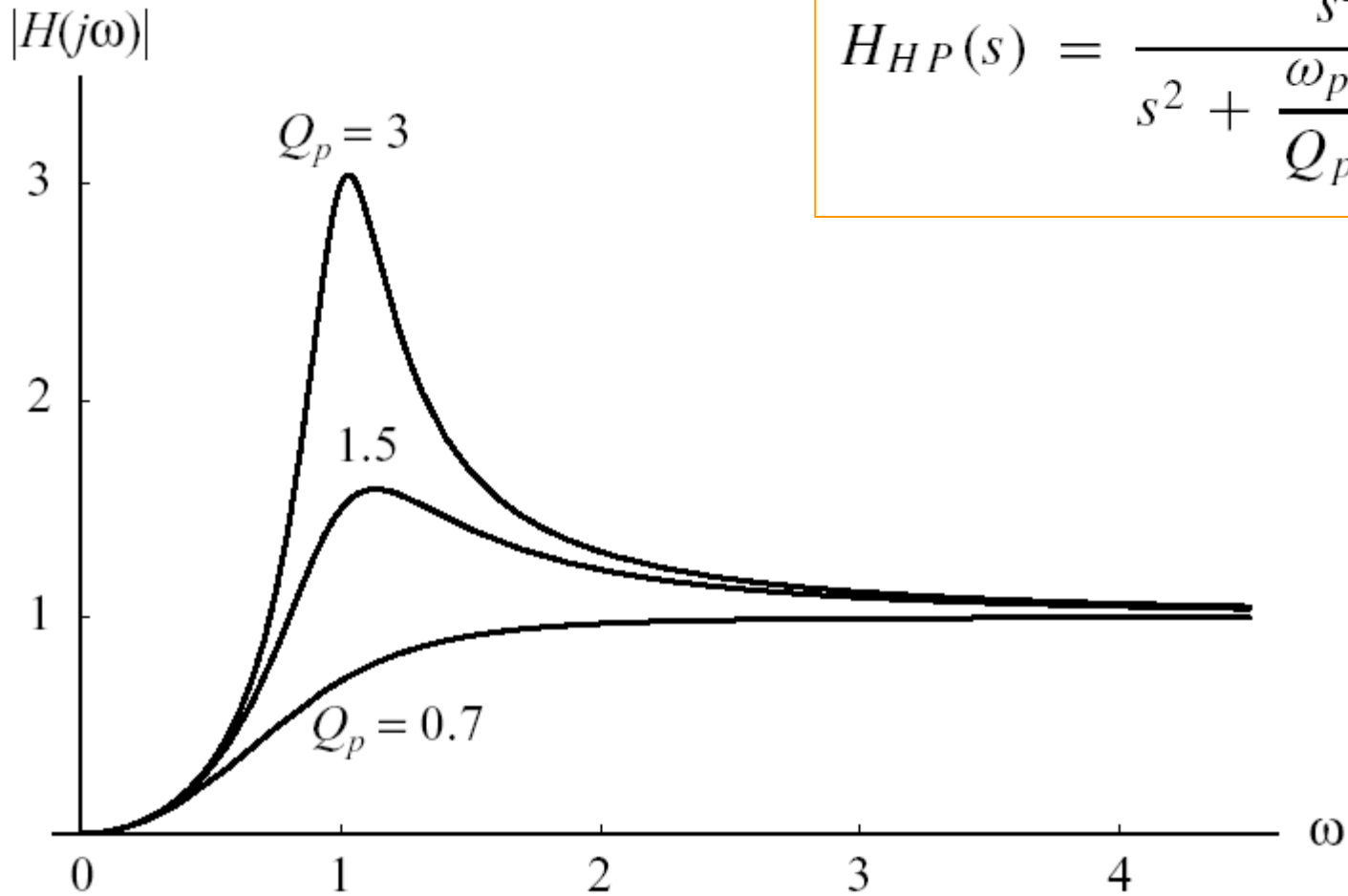
# Funkcija prenosa filtra propusnika niskih učestanosti



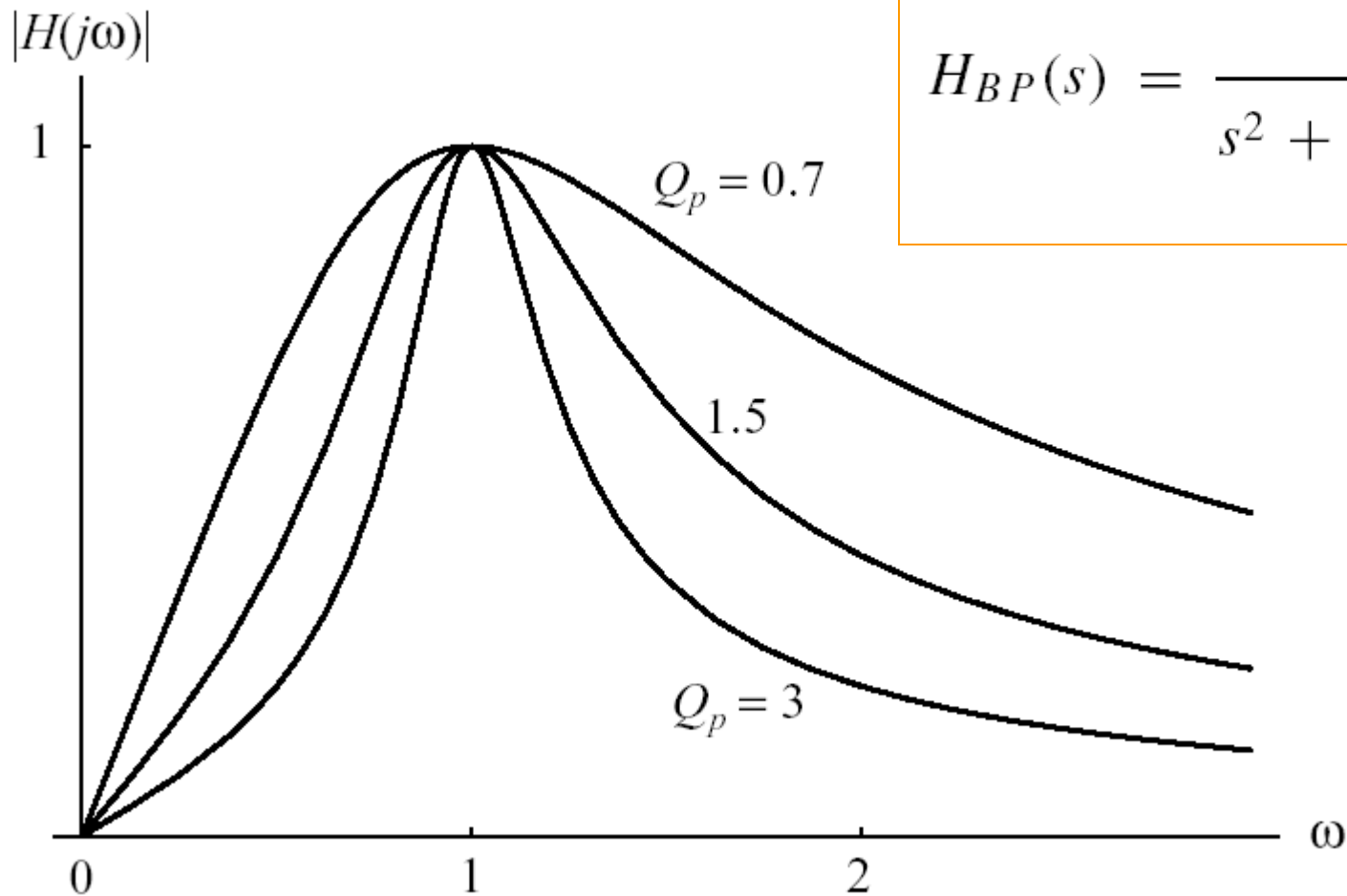
$$H_{LP}(s) = \frac{\omega_p^2}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p}s + \omega_p^2}$$

# Funkcija prenosa filtra propusnika visokih učestanosti

$$H_{HP}(s) = \frac{s^2}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p}s + \omega_p^2}$$

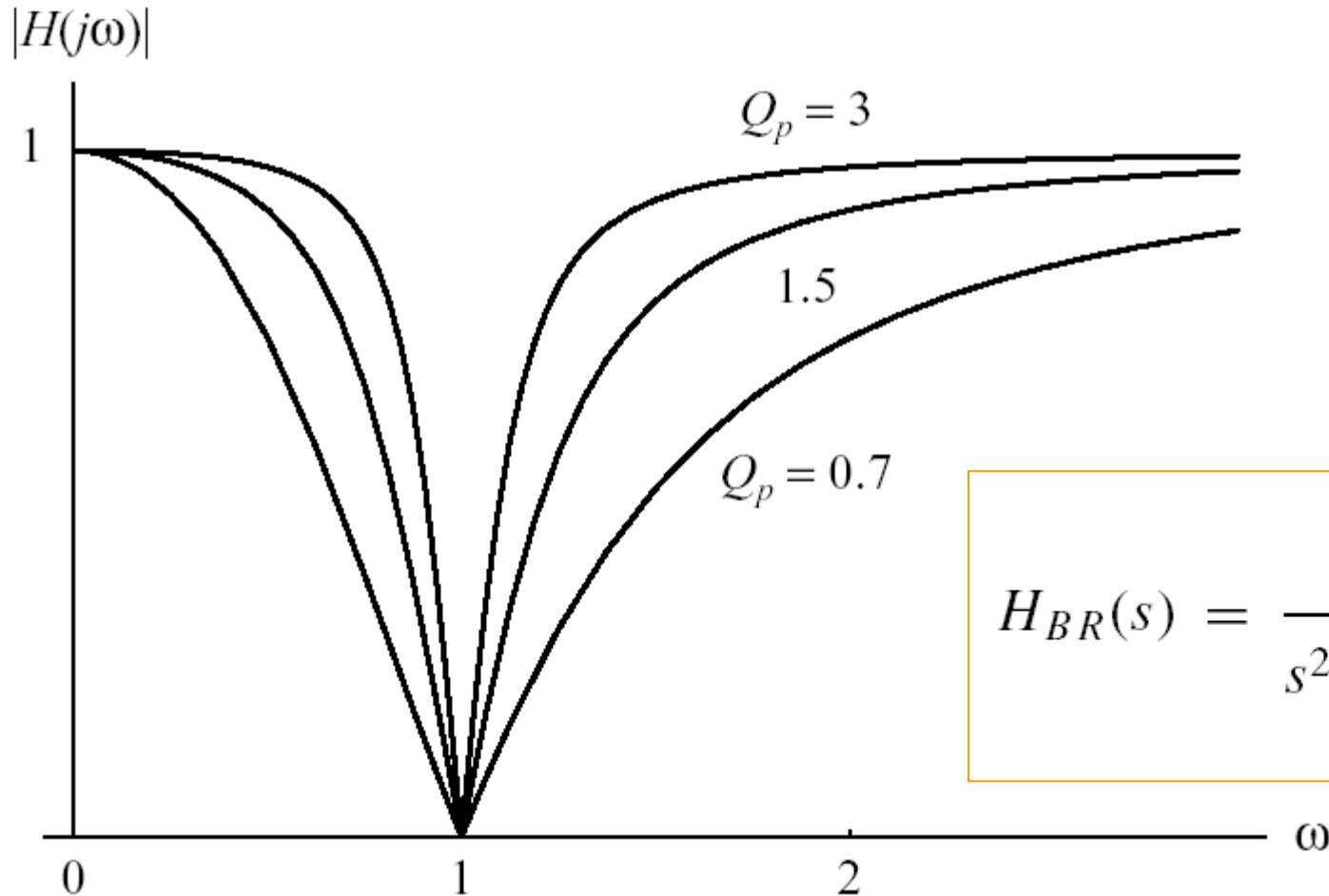


# Funkcija prenosa filtra propusnika opsega učestanosti



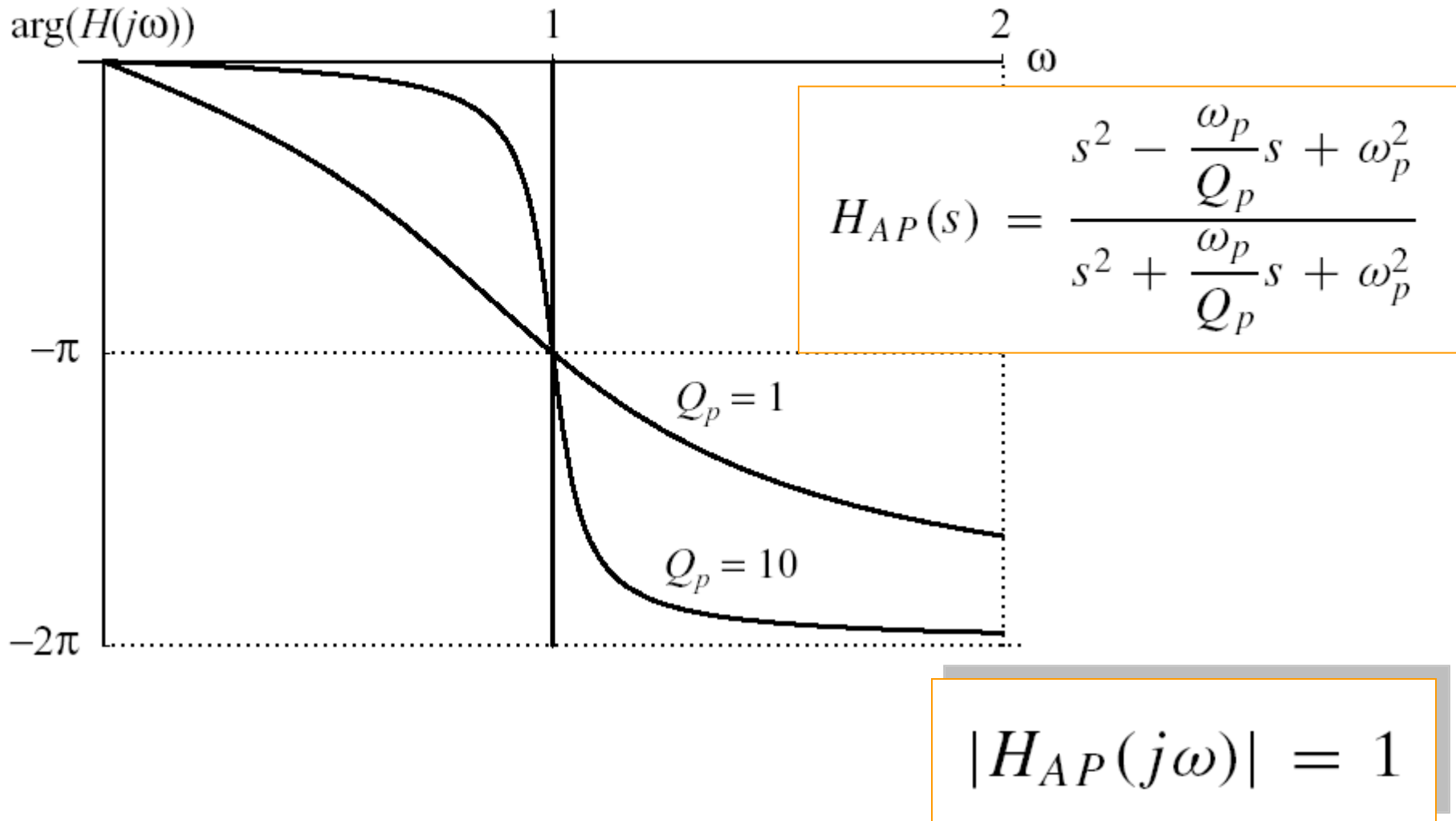
$$H_{BP}(s) = \frac{\frac{\omega_p}{Q_p} s}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p} s + \omega_p^2}$$

# Funkcija prenosa filtra nepropusnika opsega učestanosti



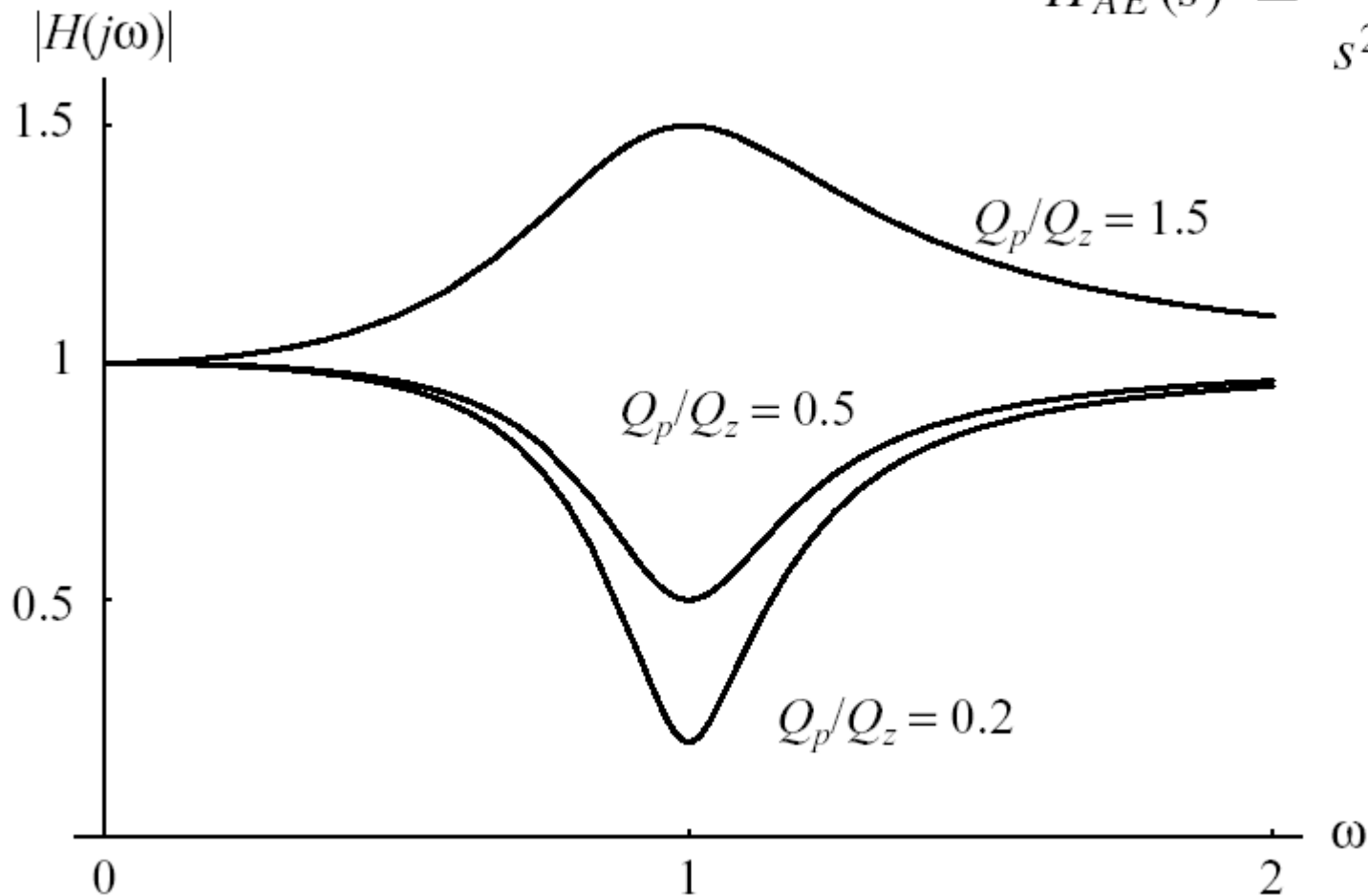
$$H_{BR}(s) = \frac{s^2 + \omega_p^2}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p}s + \omega_p^2}$$

# Funkcija prenosa filtra propusnika svih učestanosti



# Amplitudski ekvilajzer

$$H_{AE}(s) = \frac{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_z}s + \omega_p^2}{s^2 + \frac{\omega_p}{Q_p}s + \omega_p^2}$$





# Uparivanje nula i polova

- Dekompozicija funkcije prenosa kao sekcije prvog i drugog reda
- Najčešće: pol sa najvećim Q-faktorom sa nulom koja je najbliža tom polu

$$H(s) = H_0 \frac{\prod_k (s - s_{zk})}{\prod_i (s - s_{pi})}$$

$$H(s) = \prod_{i=1}^N H_i(s)$$

$$H_i(s) = \frac{s^2 + \frac{\omega_{zi}}{Q_{zi}}s + \omega_{zi}^2}{s^2 + \frac{\omega_{pi}}{Q_{pi}}s + \omega_{pi}^2}$$

# Kriterijumi za uparivanje

- ***Maksimalan dinamički opseg***: odnos  
(a) maksimum amplitudske karakteristike posmatrajući ceo opseg i  
(b) minimum amplitudske karakteristike u propusnom opsegu
- ***Maksimalan odnos signal-šum***
- ***Minimalna osetljivost***

# Tipična karakteristika

$$H_{even}(s) = \prod_i \frac{b_{2,i}s^2 + b_{1,i}s + b_{0,i}}{s^2 + \frac{\omega_{pi}}{Q_{pi}}s + \omega_{pi}^2}$$

$$H_{odd}(s) = \frac{b_1s + b_0}{s + \omega_p} \prod_i \frac{b_{2,i}s^2 + b_{1,i}s + b_{0,i}}{s^2 + \frac{\omega_{pi}}{Q_{pi}}s + \omega_{pi}^2}$$

# Optimalna kaskada

