Sinteza električnih filtara

Dr Miroslav Lutovac

Periodični signali

- **Ne-sinusoidalni periodični signali**
- Predstavljaju se sinusoidalnim komponentama
- Primenom teorme superpozicije, odziv LTI sistema system na proizvoljnu periodičnu pobudu dobija se preko **fazorskog** metoda – harmonijskih komponenti

Periodični kontinualni signal

- Neka je $x(t)$ realni signal, a t realna nezavisno promenljiva takvi da je :
- $x(t+T) = x(t)$;
  signal je periodičan sa periodom T
- $x(t)$ definisan na intervalu $\tau < t < \tau + T$
- $x(t)$ i $\mathrm{d}x(t)/\mathrm{d}t$ su kontinualni
  na intervalu $\tau < t < \tau + T$

Furijeov razvoj

$$x(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} (A_n \cos(n\omega_1 t) + B_n \sin(n\omega_1 t))$$

$$C_0 = \frac{1}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} x(t)\,\mathrm{d}t$$

$$A_n = \frac{2}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} x(t) \cos(n\omega_1 t)\,\mathrm{d}t$$

$$B_n = \frac{2}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} x(t) \sin(n\omega_1 t)\,\mathrm{d}t$$

Furijeovi koeficijenti

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{T}$$

Osnovna ugaona učestanost

Predstavljanje signala Furijeovim redom naziva se ***spektralna analiza*** ili harmonijska analiza

Furijeova predstava sa kompleksnim koeficijentima

$$\boxed{x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n \, \mathrm{e}^{jn\omega_1 t}}$$

$$C_n = \frac{1}{T} \int_{\tau}^{\tau+T} x(t) \, \mathrm{e}^{-jn\omega_1 t} \, \mathrm{d}t$$

$$C_{-n} = C_n^*$$

$$C_n = \frac{A_n - j B_n}{2}$$

Parsevalov identite

$$\frac{1}{T}\int_{\tau}^{\tau+T} |x(t)|^2\,\mathrm{d}t = C_0^2 + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{+\infty}\left(A_n^2 + B_n^2\right) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |C_n|^2$$

$$\lim_{n\to\infty} A_n = 0$$

$$\lim_{n\to\infty} B_n = 0$$

Ako signal $x(t)$ predstavlja struju ili napon na otporniku,
izraz daje srednju snagu u određenom vremenskom intervalu

Harmonici periodičnog signala

$$x(t) = \sum_{n=0}^{+\infty} x^{(n)}(t) = X^{(0)} + \sum_{n=1}^{+\infty} X_{\mathrm{m}}^{(n)} \cos(n\omega_1 t + \xi^{(n)})$$

dc komponenta

$$x^{(0)}(t) = X^{(0)} = C_0$$

$$x^{(n)}(t) = X_{\mathrm{m}}^{(n)} \cos(n\omega_1 t + \xi^{(n)})$$

$$X_{\mathrm{m}}^{(n)} = \sqrt{A_n^2 + B_n^2}$$

$$\xi^{(n)} = \arg(A_n - jB_n)$$

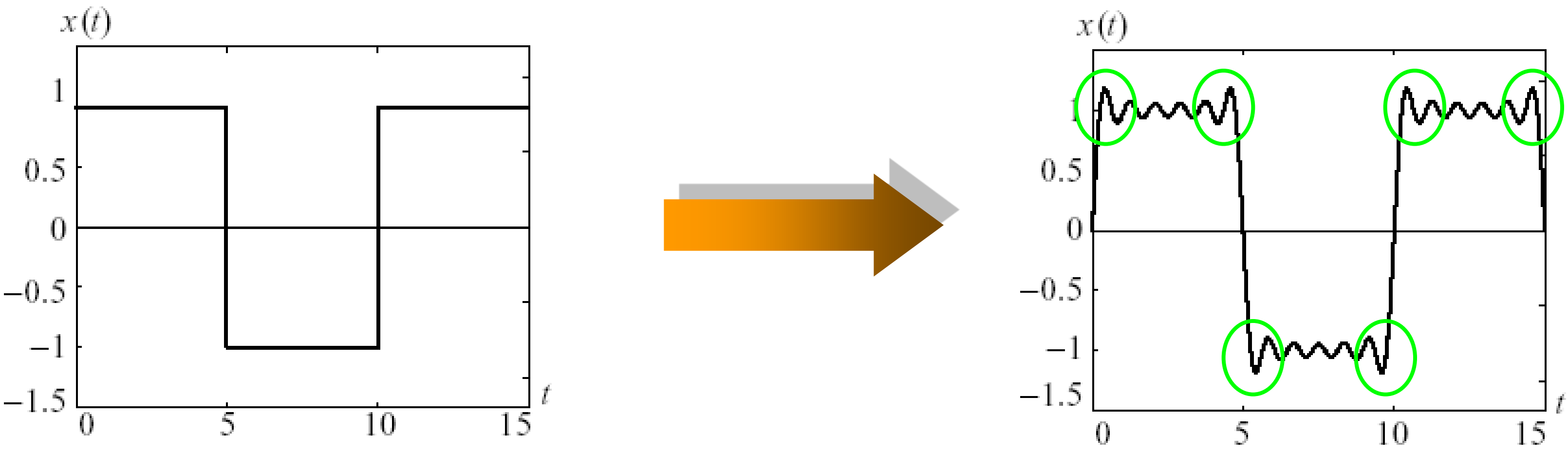
ac komponenta

n-ti harmonik

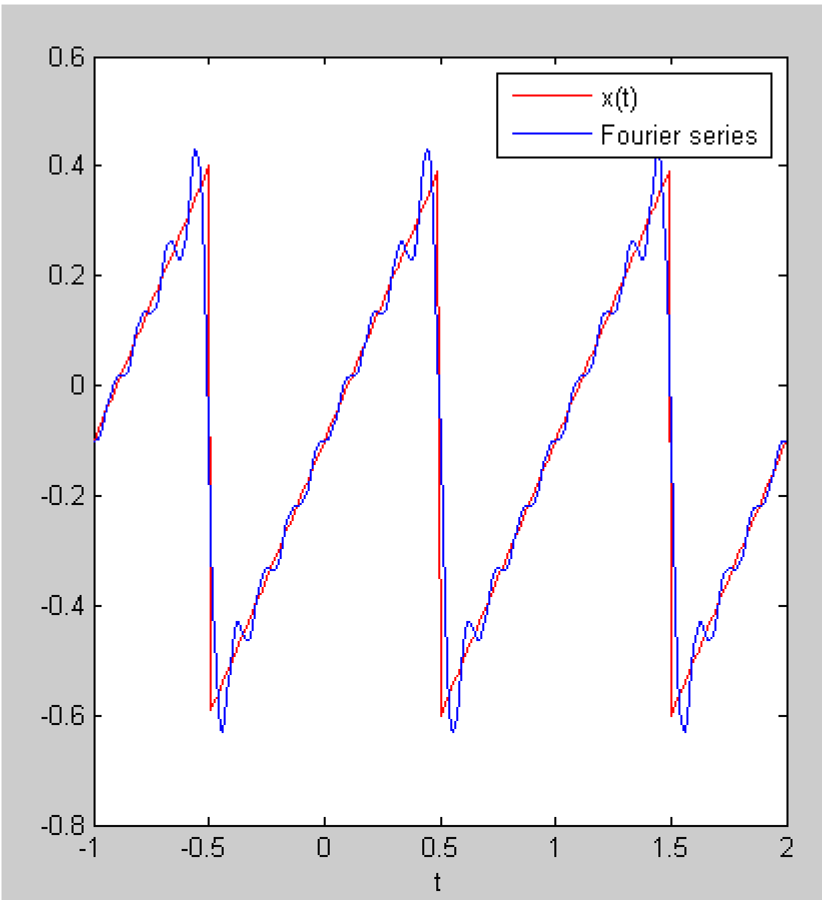
Gibsov fenomen

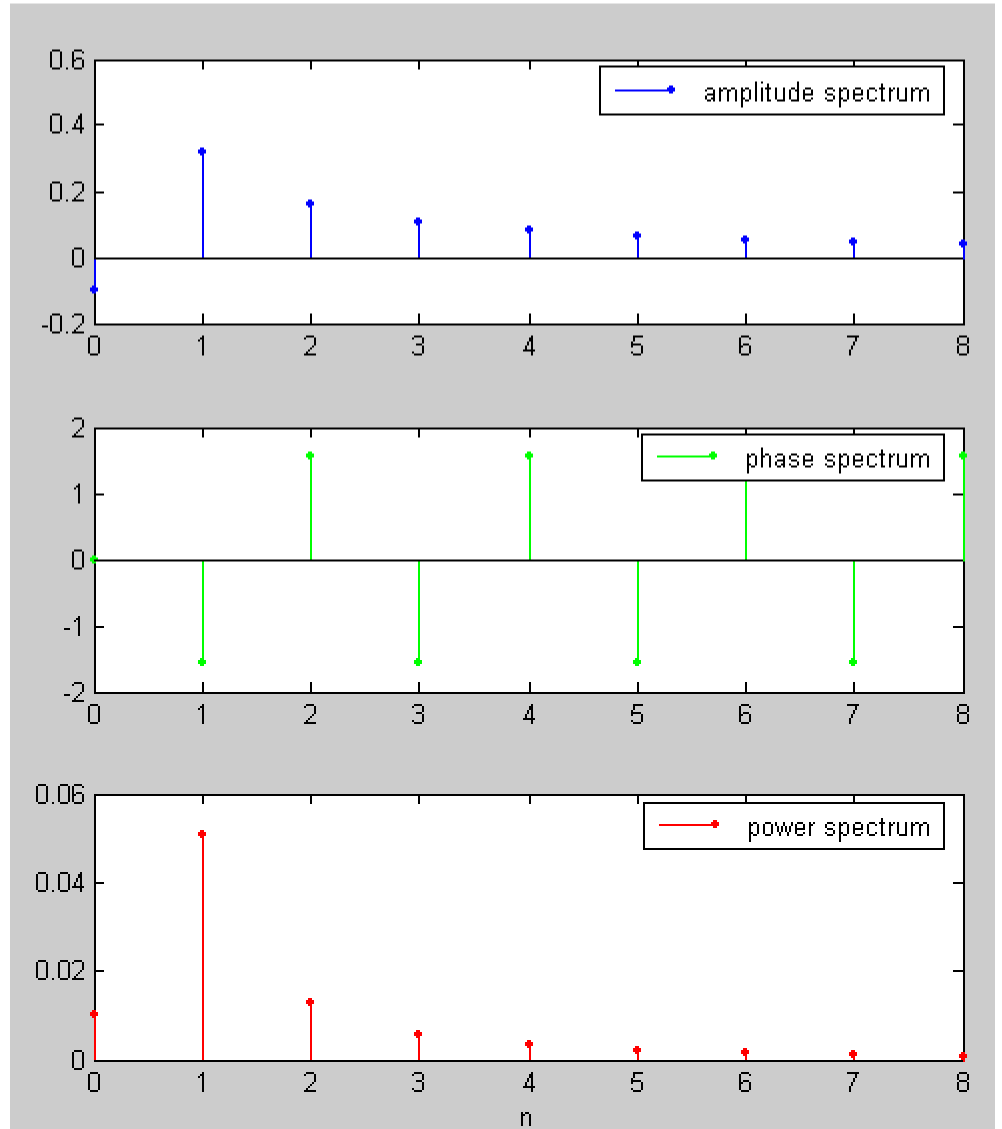
Kada signal ima naglu promenu vrednosti, i matematički ga predstavimo konačnim brojem komponenti, pojavljuju se premašenja na mestima nagle promene.

Bez obzira na povećanje broja komponenti, premašenja uvek postoje i ona se nazivaju ***Gibsov fenomen***.



Trougaoni signal





Definicije

$$X(j\omega) = \mathcal{F}(x(t)) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\, e^{-j\omega t}\, dt$$

Fourier transform

$$x(t) = \mathcal{F}^{-1}(X(j\omega)) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} X(j\omega)\, e^{j\omega t}\, d\omega$$

Inverse Fourier transform

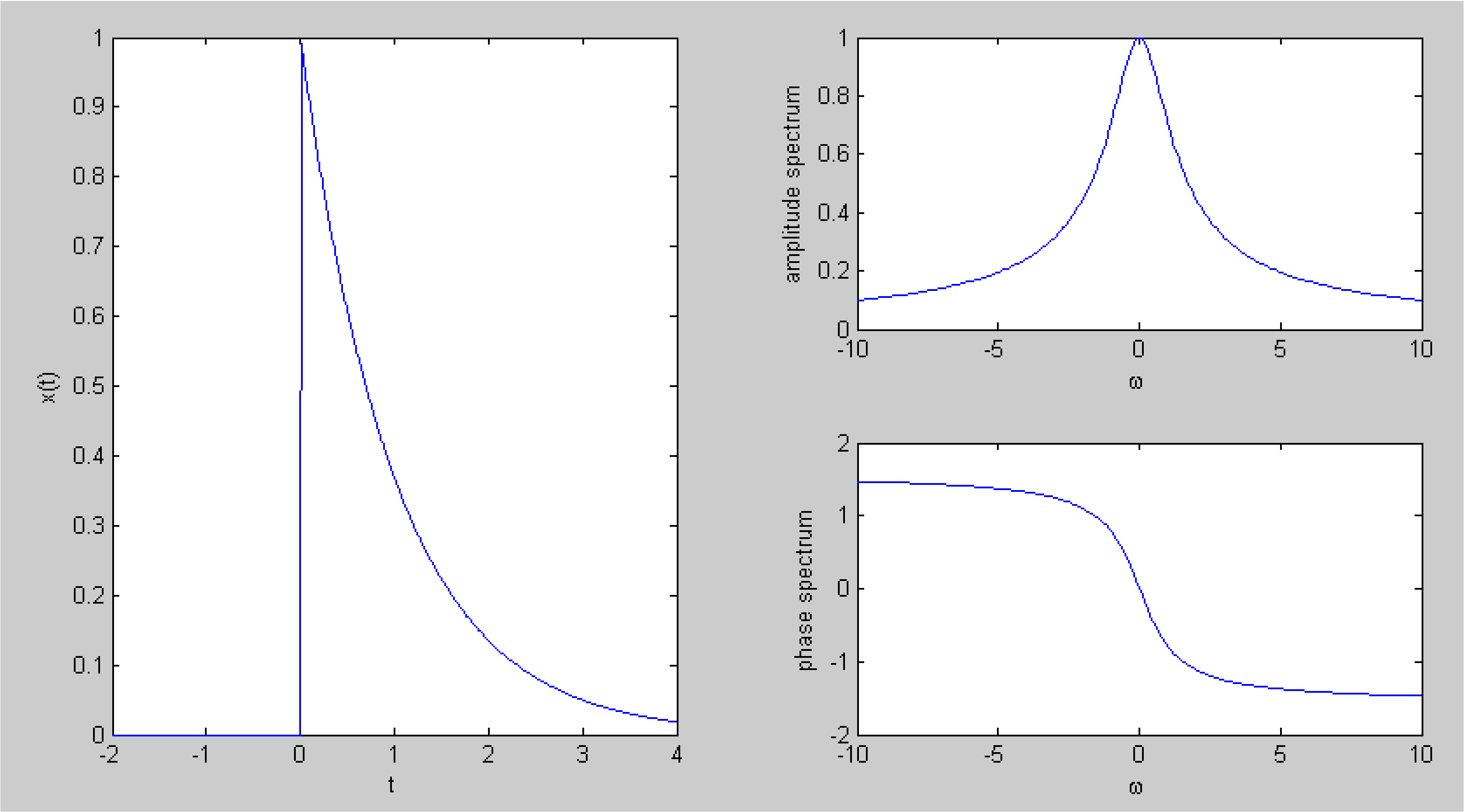
Promenljiva ω je kontinualna

$$\lim_{T\to\infty}\int_{-T}^{T} |x(t)|\, dt < \infty$$

Potreban uslov

Spectrum of $x(t)$

Plots of $|X(j\omega)|$ and $\arg(X(j\omega))$ versus ω are called the ***amplitude spectrum*** and ***phase spectrum*** of $x(t)$, respectively



Parselvalova teorema i spektralna gustina energije

$$W = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 \, \mathrm{d}t = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} E(\omega) \, \mathrm{d}\omega$$

$$E(\omega) = |X(j\omega)|^2$$

Ukupna energija

Spektralna gustina energije